

空间望远镜中快摆镜摆动引起的投影畸变效应

李龙^{1,2}, 王维^{1,2*}, 曹智睿^{1,2}, 孟庆宇^{1,2}, 李成浩¹¹中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 为了提高大口径大视场空间望远镜中精密稳像系统在稳像过程中的稳像精度, 本文对精密稳像系统中快摆镜(FSM)摆动引起的投影畸变效应进行了理论分析。从几何光学角度, 采用光线追迹法建立了FSM摆动引起的像移计算模型, 并从不同视场像点的位移中解析出投影畸变效应; 以我国正在建设中的巡天空间望远镜为例, 采用CODE V中的光线追迹结果进行交叉验证; 根据这一模型, 分析了对投影畸变效应可能产生影响的视场大小、FSM行程、FSM到焦面视场中心的距离等因素。结果表明: 像移模型的计算精度很高, 其计算结果与光线追迹计算结果误差不超过 $0.01\ \mu\text{m}$; 视场大小、FSM行程和中心视场主光线的入射角是影响投影畸变大小的主要因素。本文建立的像移计算模型能够满足实际应用需求, 对投影畸变影响因素的分析结果可以为精密稳像系统的设计提供参考依据。

关键词 望远镜; 投影畸变; 光线追迹法; 齐次坐标变换法; 快摆镜; 精密稳像

中图分类号 TH743

文献标志码 A

DOI: 10.3788/AOS231840

1 引言

自1990年Hubble空间望远镜(HST)成功发射以来, 在暗物质、暗能量、引力理论等方向研究的牵引下, 大视场、高分辨率巡天观测成为空间望远镜的发展热点, 如James Webb空间望远镜(JWST)、Euclid空间望远镜、Roman空间望远镜(RST)等新一代大型巡天空间望远镜陆续投入建设或运行^[1-6]。我国同期正在建设巡天空间望远镜(CSST), 其口径为2 m, 焦距为28 m, 视场面积约为 $1.1^\circ \times 1.2^\circ$, 角分辨率为 $0.15''$, 综合性能指标与上述国际同期项目相比处于领先水平^[7]。

对于高分辨率天文观测来说, 除了需要大口径、低像差来保证静态分辨率外, 天文观测期间保持良好的视轴稳定度也很重要。一般来说, 视轴稳定度误差要远小于静态角分辨率水平, 以保证最终的实际观测角分辨率尽可能达到望远镜的极限水平, 如HST的角分辨率为 $0.1''$, 其稳像精度要求为 $0.007''$ (均方根, RMS)^[8]; JWST的角分辨率为 $0.068''$, 其稳像精度要求为 $0.005''$ (RMS)^[1-3]; CSST的角分辨率为 $0.15''$, 其稳像精度要求为 $0.05''$ (3σ , σ 为标准差)^[7], 因此, 高精度稳像的实现一直是大口径大视场空间望远镜的关键技术之一。

对于大型空间望远镜来说, 通过平台整体姿态的控制实现初级稳像、结合光学系统中的快摆镜(FSM)

控制实现精密稳像, 是常用的稳像控制策略, 如JWST、CSST^[2,7]。精密稳像系统中的FSM, 可以通过小范围摆动使各视场光线的会聚位置移动, 进而补偿初级残差, 实现像点稳定。但是, 由于FSM位于出瞳附近, 处在会聚光路中, 当FSM摆动后, 理想焦面不再和实际焦面平行, 导致理想焦面上的图像投射到实际焦面上时产生投影畸变。由于投影畸变效应的存在, 精密稳像控制系统只能以实际焦面上的某一个视场像点作为参考基准点进行稳像, 稳像过程中, 其他视场像点则因FSM摆动产生相对于参考基准点的畸变, 导致这些视场处像点模糊, 使图像分辨率下降。因此, 有必要对FSM摆动引起的投影畸变效应进行理论分析, 从精密稳像系统的设计层面降低投影畸变的影响。

目前可以在光学设计软件如CODE V中, 利用各视场主光线追迹的方法确定FSM摆动前后像点的位置, 但是不能解算得到各个视场像点的投影畸变的大小; 以往对大口径大视场空间望远镜中的FSM摆动对光学性能的影响研究中, Sacks等^[9]采用线性光学模型-灵敏度矩阵法分析了紫外线/光学/红外线测量仪(LUVOIR)中FSM摆动对波前差的影响, 未见到对FSM摆动产生的投影畸变效应的相关研究报道。因此, 本文采用光线追迹法建立了像移的计算模型, 利用CODE V软件数据进行了交叉验证, 从像移数据中解算出投影畸变的值并进行分析, 确定了投影畸变的主

收稿日期: 2023-12-29; 修回日期: 2024-03-06; 录用日期: 2024-03-07; 网络首发日期: 2024-03-13

基金项目: 国家自然科学基金(62375264)

通信作者: *wangwei123@ciomp.ac.cn

要影响因素,可为精密稳像系统的设计提供参考依据。

2 FSM摆动引起的像移

为了计算FSM摆动引起的投影畸变效应,首先应计算FSM摆动引起的单个视场像点的像移,进而得出不同视场位置的像移,从中提取出图像的平移、旋转和畸变等信息。在实际应用中,像点的位置通常是由像点弥散斑的质心位置来定义的,其中包含了几何光学成像的位置信息以及衍射光斑的分布信息。由于在成像曝光期间系统的衍射光斑是稳定的,因此可以仅考虑几何光学成像关系变化引起的像点位置变化,即由主光线与焦面的交点定义像点位置,如John等^[10]使用光线追迹模型预测了JWST中热变形对波前误差的影响。本节从几何光学成像关系出发,利用光线追迹、齐次坐标变换的方法,推导了光路中FSM摆动引起的像点位移。

首先建立如图1所示的坐标系,取焦面的中心视场像点位置为坐标原点 o 、弧矢方向为 x 轴方向、子午方向为 y 轴方向、法线方向为 z 轴方向建立焦面坐标系 $o-xyz$,此坐标系用于像点位置的评价;取FSM镜面的旋转中心为坐标原点 o' 、弧矢方向为 x' 轴方向、子午方向为 y' 轴方向、法线方向为 z' 轴方向建立FSM坐标系

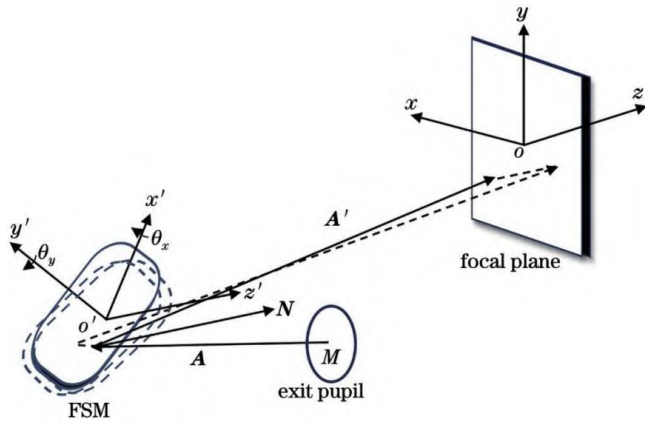


图1 成像光路及坐标系

Fig. 1 Imaging optical path and coordinate system

$o'-x'y'z'$,此坐标系用于表征FSM的摆角。FSM坐标系 $o'-x'y'z'$ 可由焦面坐标系 $o-xyz$ 先沿着 x 、 y 、 z 轴正方向分别移动 x_0 、 y_0 、 z_0 ,再绕移动后所得坐标系的坐标轴依次旋转角度 α 、 β 、 γ 得到,其中,沿着轴向观察,逆时针旋转时 α 、 β 为正, γ 为负。

设在焦面坐标系 $o-xyz$ 下,由出瞳中心 $M(x_1, y_1, z_1)$ 发出的到FSM镜面的入射光线的单位方向向量为 $\mathbf{A}=(A_x, A_y, A_z)$ 。其中,参数 x_1, y_1, z_1 分别为点 M 在 x, y, z 轴的坐标分量, A_x, A_y, A_z 为入射光线单位方向向量分别在 x, y, z 轴的分量,下文点坐标和向量分量的表达式遵循类似规律。FSM镜面的法线单位向量为 $\mathbf{N}=(N_x, N_y, N_z)$,经FSM镜面反射后的反射光线的单位方向向量为 $\mathbf{A}'=(A'_x, A'_y, A'_z)$ 。由FSM镜面方程和入射光线方程联立解出入射光线与FSM的交点 $P(x_2, y_2, z_2)$ 。

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + A_x \times \frac{N_x(x_0 - x_1) + N_y(y_0 - y_1) + N_z(z_0 - z_1)}{A_x N_x + A_y N_y + A_z N_z} \\ y_2 = y_1 + A_y \times \frac{N_x(x_0 - x_1) + N_y(y_0 - y_1) + N_z(z_0 - z_1)}{A_x N_x + A_y N_y + A_z N_z} \\ z_2 = z_1 + A_z \times \frac{N_x(x_0 - x_1) + N_y(y_0 - y_1) + N_z(z_0 - z_1)}{A_x N_x + A_y N_y + A_z N_z} \end{cases} \quad (1)$$

由FSM的法线和入射光线向量,根据矢量形式的反射定律^[11],得到反射光线的方向向量 $\mathbf{A}'$ 。

$$\begin{cases} A'_x = A_x(1 - 2N_x^2) - 2A_y N_x N_y - 2A_z N_x N_z \\ A'_y = A_y(1 - 2N_y^2) - 2A_x N_x N_y - 2A_z N_y N_z \\ A'_z = A_z(1 - 2N_z^2) - 2A_x N_x N_z - 2A_y N_y N_z \end{cases} \quad (2)$$

由反射光线 $\mathbf{A}'$ 和像面方程联立解出反射光线与像面的交点坐标,即像点位置 $Q(x_3, y_3, z_3)$ 。

$$\begin{cases} x_3 = x_1 + A_x \times \frac{N_x(x_0 - x_1) + N_y(y_0 - y_1) + N_z(z_0 - z_1)}{A_x N_x + A_y N_y + A_z N_z} - \frac{A_x(1 - 2N_x^2) - 2A_y N_x N_y - 2A_z N_x N_z}{A_z(1 - 2N_z^2) - 2A_x N_x N_z - 2A_y N_y N_z} \times \left[z_1 + A_z \frac{N_x(x_0 - x_1) + N_y(y_0 - y_1) + N_z(z_0 - z_1)}{A_x N_x + A_y N_y + A_z N_z} \right] \\ y_3 = y_1 + A_y \times \frac{N_x(x_0 - x_1) + N_y(y_0 - y_1) + N_z(z_0 - z_1)}{A_x N_x + A_y N_y + A_z N_z} - \frac{A_y(1 - 2N_y^2) - 2A_x N_x N_y - 2A_z N_y N_z}{A_z(1 - 2N_z^2) - 2A_x N_x N_z - 2A_y N_y N_z} \times \left[z_1 + A_z \frac{N_x(x_0 - x_1) + N_y(y_0 - y_1) + N_z(z_0 - z_1)}{A_x N_x + A_y N_y + A_z N_z} \right] \\ z_3 = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中,FSM镜面的法线单位向量 $\mathbf{N}$ 可以由齐次坐标变换方法得到。当FSM位于零位时,在FSM坐标系

$o'-x'y'z'$ 下,其法线单位向量可取为 $\mathbf{N}'=(0, 0, 1)$,则在焦面坐标系 $o-xyz$ 下,FSM镜面的法线单位向

量 N_o 为

$$\begin{bmatrix} N_{ox} \\ N_{oy} \\ N_{oz} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} N'_{ox} \\ N'_{oy} \\ N'_{oz} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\sin \beta \\ \sin \alpha \cos \beta \\ \cos \alpha \cos \beta \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中, $\mathbf{G}$ 代表矢量 $\mathbf{N}$ 由坐标系 $o'-x'y'z'$ 到坐标系 $o-xyz$ 的齐次坐标变换矩阵^[12]。

图2给出了FSM摆动前后的FSM坐标系的位置变化示意图,当FSM绕 x' 、 y' 轴依次旋转角度 θ_x 、 θ_y 后,镜面法线向量 $\mathbf{N}'_t$ 与零位时的法线向量 $\mathbf{N}'_o$ 的关系为

$$\mathbf{N}'_t = \mathbf{G}' \mathbf{N}'_o, \quad (5)$$

式中: $\mathbf{G}'$ 代表在同一坐标系下,矢量 $\mathbf{N}$ 绕 x' 、 y' 轴依次旋转角度 θ_x 、 θ_y 前后的坐标变换矩阵。

$$\mathbf{G}' = \begin{bmatrix} \cos \theta_y & \sin \theta_x \sin \theta_y & -\cos \theta_x \sin \theta_y \\ 0 & \cos \theta_x & \sin \theta_x \\ \sin \theta_y & -\sin \theta_x \cos \theta_y & \cos \theta_x \cos \theta_y \end{bmatrix}, \quad (6)$$

因此 $\mathbf{N}'_t = (-\cos \theta_x \sin \theta_y, \sin \theta_x, \cos \theta_x \cos \theta_y)$ 。

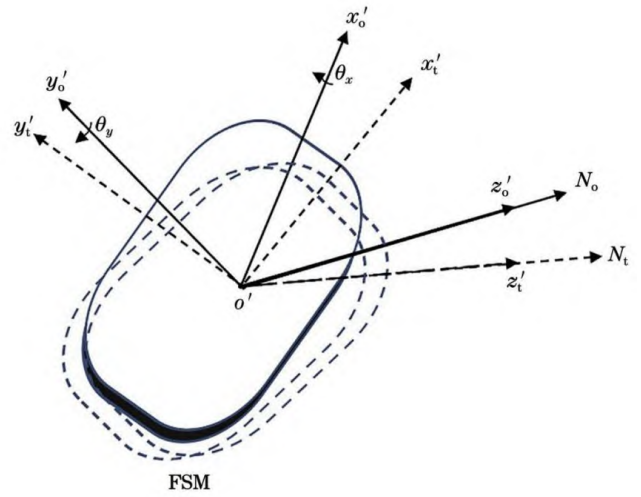


图2 FSM摆动前后FSM坐标系的变化

Fig. 2 Changes of FSM coordinate system before and after FSM swing

将 $\mathbf{N}'_t$ 转换到焦面坐标系下(其过程与 $\mathbf{N}'_o \rightarrow \mathbf{N}_o$ 相同), 可得

$$\begin{bmatrix} N_{tx} \\ N_{ty} \\ N_{tz} \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{G} \begin{bmatrix} N'_{tx} \\ N'_{ty} \\ N'_{tz} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \beta \sin \gamma \sin \theta_x - \cos \beta \cos \gamma \cos \theta_x \sin \theta_y - \sin \beta \cos \theta_x \cos \theta_y \\ (-\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma) \sin \theta_x - (\sin \alpha \sin \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma) \cos \theta_x \sin \theta_y + \sin \alpha \cos \beta \cos \theta_x \cos \theta_y \\ (-\cos \alpha \sin \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma) \sin \theta_x - (\cos \alpha \sin \beta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma) \cos \theta_x \sin \theta_y + \cos \alpha \cos \beta \cos \theta_x \cos \theta_y \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (7)$$

将FSM摆动前后的镜面法线矢量 $\mathbf{N}_o$ 、 $\mathbf{N}_t$ 代入到像点位置坐标方程当中,可以得到摆动前后的像点位置坐标,二者作差,即可得到FSM摆动引起的像移为

$$\begin{cases} \Delta_x = A_x(K_t - K_o) + A_z(K_o L_o - K_t L_t) + z_1(L_o - L_t) \\ \Delta_y = A_y(K_t - K_o) + A_z(K_o M_o - K_t M_t) + z_1(M_o - M_t), \\ \Delta_z = 0 \end{cases} \quad (8)$$

$$\text{式中: } K_o = \frac{N_{ox}(x_0 - x_1) + N_{oy}(y_0 - y_1) + N_{oz}(z_0 - z_1)}{A_x N_{ox} + A_y N_{oy} + A_z N_{oz}}; K_t = \frac{N_{tx}(x_0 - x_1) + N_{ty}(y_0 - y_1) + N_{tz}(z_0 - z_1)}{A_x N_{tx} + A_y N_{ty} + A_z N_{tz}};$$

$$L_o = \frac{A_x(1 - 2N_{ox}^2) - 2A_y N_{ox} N_{oy} - 2A_z N_{ox} N_{oz}}{A_z(1 - 2N_{oz}^2) - 2A_x N_{ox} N_{oz} - 2A_y N_{oy} N_{oz}}; L_t = \frac{A_x(1 - 2N_{tx}^2) - 2A_y N_{tx} N_{ty} - 2A_z N_{tx} N_{tz}}{A_z(1 - 2N_{tz}^2) - 2A_x N_{tx} N_{tz} - 2A_y N_{ty} N_{tz}};$$

$$M_o = \frac{A_y(1 - 2N_{oy}^2) - 2A_x N_{ox} N_{oy} - 2A_z N_{oy} N_{oz}}{A_z(1 - 2N_{oz}^2) - 2A_x N_{ox} N_{oz} - 2A_y N_{oy} N_{oz}}; M_t = \frac{A_y(1 - 2N_{ty}^2) - 2A_x N_{tx} N_{ty} - 2A_z N_{ty} N_{tz}}{A_z(1 - 2N_{tz}^2) - 2A_x N_{tx} N_{tz} - 2A_y N_{ty} N_{tz}};$$

参数 A_x 、 A_y 、 A_z 为入射光线的单位方向向量的分量,是与光学系统视场相关的参数。因此,式(8)说明,在FSM摆角相同的情况下,不同视场位置将产生不同的像移,这就意味着图像的整体形状在FSM摆动后产生了变化,也就印证了投影畸变效应的存在。为了验证像点位置和像移计算模型的正确性,以巡天空间望远镜的主要光学参数为例,将式(8)的计算结果与光学设

计软件 CODE V 给出的计算结果相对比进行验证。CODE V 是由美国 Optical Research Associates 公司开发的用于工程光学设计与优化的工具^[13],在该软件中,可将FSM摆动一定角度后的位置设为系统的变焦位置,对不同视场的主光线进行光线追迹,由各视场主光线与焦面的交点确定像点坐标,并与FSM位于零位时的像点坐标作差求得像移。

分别取FSM摆角为绕 x' 轴旋转 $10''$ 、绕 y' 轴旋转 $10''$ 、绕 x' 和 y' 轴依次旋转 $10''$ 、绕 x' 和 y' 轴依次旋转 $20''$ 四种情况,用式(8)和CODE V软件计算的像移结果见表1。从表1数据可以看出,两种方法给出的不同视场像点的像移值几乎完全吻合,误差不超

过 $0.01\ \mu\text{m}$,这一相对误差值换算为物空间的角距离为 $(7.35 \times 10^{-5})''$,远远低于望远镜的角分辨率水平及稳像误差要求。因此,可以认为式(8)给出的像移计算模型的精度很高,能够满足实际应用需求。

表1 不同摆角下的像移仿真与模型计算结果

Table 1 Image motion simulation and model calculation results under different rotation angles

Field of view (FOV): $1.5^\circ \times 1.2^\circ$		Rotate $10''$ around x' -axis				Rotate $10''$ around y' -axis			
$x/(\circ)$	$y/(\circ)$	Δ_x of CODE V/ μm	Δ_y of CODE V/ μm	Δ_x of model/ μm	Δ_y of model/ μm	Δ_x of CODE V/ μm	Δ_y of CODE V/ μm	Δ_x of model/ μm	Δ_y of model/ μm
0	0	-0.64	373.82	-0.64	373.83	-377.18	1.10	-377.18	1.11
-0.75	0	1.42	379.24	1.42	379.24	-380.03	0.03	-380.03	0.03
0.75	0.60	3.97	366.72	3.97	366.72	-378.96	-0.11	-378.97	-0.11
0	0.60	3.69	372.11	3.69	372.11	-378.24	1.12	-378.24	1.12
FOV: $1.5^\circ \times 1.2^\circ$		Rotate $10''$ around x' -axis and y' -axis				Rotate $20''$ around x' -axis and y' -axis			
$x/(\circ)$	$y/(\circ)$	Δ_x of CODE V/ μm	Δ_y of CODE V/ μm	Δ_x of model/ μm	Δ_y of model/ μm	Δ_x of CODE V/ μm	Δ_y of CODE V/ μm	Δ_x of model/ μm	Δ_y of model/ μm
0	0	-377.82	374.92	-377.82	374.93	-755.65	749.85	-755.65	749.85
-0.75	0	-378.62	379.26	-378.61	379.27	-757.24	758.52	-757.23	758.53
0.75	0.60	-374.99	366.61	-375.00	366.61	-750.00	733.21	-750.00	733.21
0	0.60	-372.43	373.21	-372.42	373.21	-744.86	746.41	-744.86	746.41

3 FSM摆动引起的投影畸变效应分析

上一节给出了计算FSM摆动引起的像点位移的计算模型,从表1给出的计算结果来看,在FSM摆动角度相同的情况下,不同视场的像点位移不同,这也就意味着FSM摆动带来了图像的畸变。

本节中,将利用上述模型和CODE V软件给出的中心视场和边缘视场的相关数据求出投影畸变的数值解,对这一畸变效应进行详细的分析。其方法为:首先,取焦面坐标系为全局坐标系,追迹FSM摆动前后不同视场的主光线,取主光线与像面的交点坐标为像点的位置坐标,由两次像点的位置坐标之差计算出FSM摆动前后各视场点的像移;其次,将中心视场点的像移取为图像平移引起的像移;再次,求出由中心视场与弧矢轴正方向边缘视场像点构成的向量在FSM摆动前后与焦面坐标系弧矢轴的夹角之差,即为像旋角,通过齐次坐标变换法求得像旋引起的像移;最后,用各视场点的像移减去图像平移和旋转引起的像移得到各视场点的投影畸变大小。

图3给出了视场为 $1.5^\circ \times 1.2^\circ$ 时,FSM绕 x' 轴、 y' 轴依次旋转 $10''$ 前后,像面上中心视场和边缘视场像点构成的图像。由于各视场点像移的角距离值最大仅为 $4.0''$,投影畸变的角距离值最大仅为 $0.087''$,为了明显地观察到投影畸变现象,在像点初始位置不变的条件

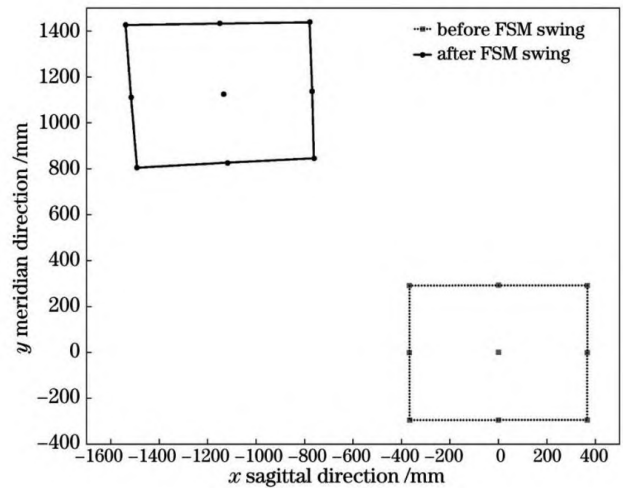


图3 FSM摆动前后的像点位置示意图

Fig. 3 Image point position diagram before and after FSM swing

下,将各视场点的像移扩大了3000倍(后图同理)。

可以看出,在FSM摆动后,图像最主要的变化是整体的位置移动,以中心视场像点作为参照,FSM摆动前后,图像整体沿着 x 轴负方向、 y 轴正方向分别移动了约 377.8 、 $374.9\ \mu\text{m}$ 。除平移外,图像整体也产生了一个微小的旋转,以图像弧矢轴正半轴为参照,FSM摆动前后图像绕着中心视场像点沿逆时针方向产生了 $2.44''$ 的像旋。除了图像整体的移动外,各视场

像点的相对位置也发生了变化,图3中所取的9个视场像点在初始状态下构成一个近似标准的矩形,在FSM摆动后,各像点构成的是两边皆不平行的四边形,意味着两个方向均产生了不同程度的梯形畸变,其中最左上方的像点产生的畸变量最大,为沿 x 轴负方向 $9.09\text{ }\mu\text{m}$, y 轴正方向 $7.67\text{ }\mu\text{m}$,对应物空间的角位移分别为 $0.067''$ 和 $0.056''$ 。

综上所述,FSM摆动可以使图像产生像移、像旋、投影畸变三种效应。其中整体像移占比最大,是FSM用于补偿望远镜整体指向偏差的基本原理。像旋、投影畸变则可以认为是FSM摆动产生的附加效应。像旋效应的产生是由于FSM与焦面的法线在 x 、 y 两个维度都存在夹角,这一效应在摆扫型光学系统中已有大量的论述和分析^[14-18],在空间望远镜中,可以通过在焦面组件上设置独立的像旋调节机构予以补偿^[19-20]。由于投影畸变效应的存在,精密稳像控制系统只能以焦面上的某一个视场像点作为参考基准点进行稳像,其他视场像点则因稳像过程中的FSM摆动产生相对于参考基准点的畸变,进而导致这些视场处像点的模糊,以上述分析为例,其边缘视场像点的畸变效应甚至已经超过了巡天空间望远镜 $0.05''$ (3σ)的稳像精度要求。另一方面,由于投影畸变效应是随着FSM的控制过程产生的动态效应,无法像光学系统的固有畸变一样通过事先标定予以纠正,也无法通过控制系统中的其他执行器予以补偿。因此,若要降低投影畸变效应对稳像精度的影响,就必须通过合理的系统参数设计,尽可能降低投影畸变的产生量。

基于这一原因,还需要探究哪些系统参数可能对投影畸变效应产生显著影响。其中最容易想到的影响因素是空间望远镜的视场大小。同等条件下,空间望远镜的视场越大,各视场像点之间的相对像移误差也就越大,投影畸变效应也就越显著。图4给出了FSM绕 x' 、 y' 轴依次旋转 $10''$,最大视场范围分别为 $0.5^\circ \times$

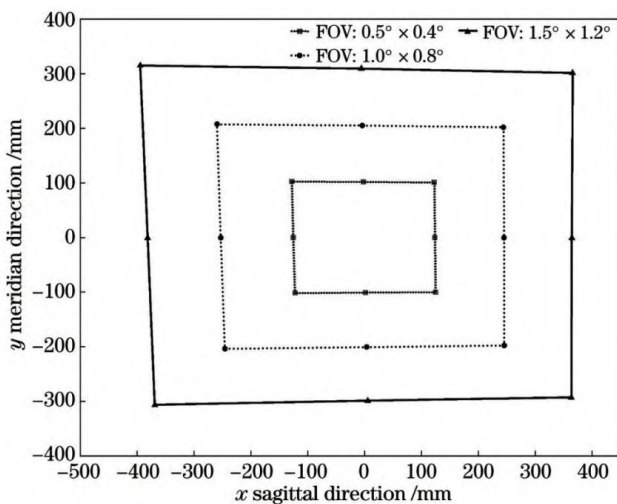


图4 不同FOV的投影畸变值

Fig. 4 Projection distortion values for different FOVs

0.4° 、 $1^\circ \times 0.8^\circ$ 、 $1.5^\circ \times 1.2^\circ$ 时由边缘视场像点组成的图像,三种情况下,焦面上最大的投影畸变值分别为 2.50 、 6.47 、 $11.89\text{ }\mu\text{m}$,可见投影畸变的值随着视场的增大而增加。当然,空间望远镜的视场大小一般是根据天文观测需求确定的,是属于最顶层的设计参数,不可能轻易减小,但仍然可以得出这样的结论,即投影畸变效应往往是在大视场的空间望远镜中才会产生比较显著的影响,需要重点关注和考虑。

另一个比较直观的影响因素是FSM的摆角。同等条件下,FSM的摆角越大,理想焦面偏离实际焦面的角度越大,投影畸变效应也就越显著,图5给出了视场为 $1.5^\circ \times 1.2^\circ$,取FSM绕 x' 、 y' 轴依次旋转 $5''$ 、 $10''$ 、 $15''$ 时的由边缘视场像点组成的图像,三种情况下,焦面上最大的投影畸变值分别为 5.95 、 11.89 、 $17.84\text{ }\mu\text{m}$,从图5中可以看出,投影畸变的值与FSM的摆角基本呈现线性关系。因此,降低FSM的摆角行程是减小投影畸变效应最有效的措施。在空间望远镜中,FSM的作用是补偿前一级稳像的残留误差,其最大行程是由前级误差的大小决定的。因此,为保证投影畸变效应尽可能小,在空间望远镜的设计中应尽可能提高前一级稳像(一般来说是卫星平台姿态控制)的精度。

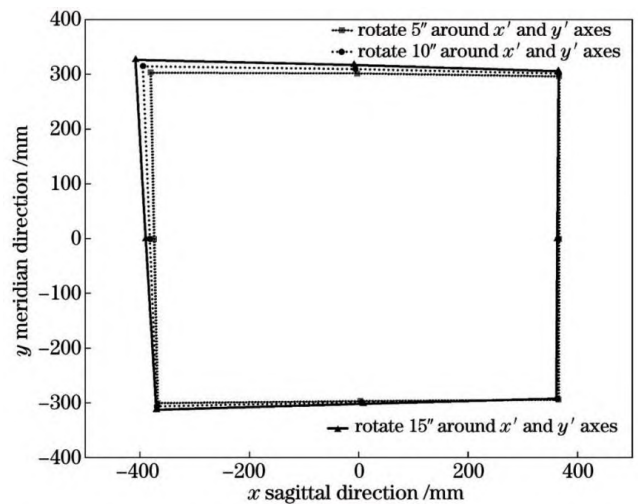


图5 不同摆角的投影畸变值

Fig. 5 Projection distortion values for different rotation angles

还有一个可能的影响因素是FSM到焦面视场中心的距离。图6给出了视场为 $1.5^\circ \times 1.2^\circ$,取FSM的旋转中心到焦面视场中心的距离分别为 4000 、 4500 、 5000 mm ,对应FSM绕 x' 、 y' 轴依次旋转 $11.25''$ 、 $10''$ 、 $9''$ 时由边缘视场像点组成的图像,三种情况下,焦面上最大的投影畸变值分别为 13.61 、 13.47 、 $13.35\text{ }\mu\text{m}$ 。从图6中可以看出,当像点行程基本相同时,FSM到焦面视场中心的距离几乎不影响投影畸变的大小。因此,减小FSM到焦面的距离不能明显降低投影畸变效应的影响。

其他可能的影响因素是FSM处于零位时,FSM

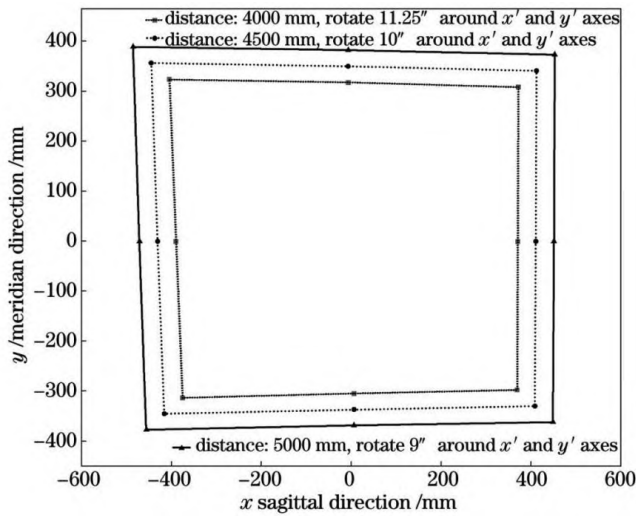


图6 不同FSM到焦面视场中心的距离的投影畸变值
Fig. 6 Projection distortion values for different distances from FSM to FOV's center of focal plane

镜面在焦面坐标系下的俯仰角和方位角以及中心视场主光线入射到焦面上的入射角。图7给出了FSM绕 x' 、 y' 轴依次旋转 $10''$ ，俯仰角和方位角分别为 $(0^\circ, 0^\circ)$ 、 $(10^\circ, 0^\circ)$ 、 $(20^\circ, 0^\circ)$ 、 $(0^\circ, 10^\circ)$ 、 $(0^\circ, 20^\circ)$ 时由边缘视场像点组成的图像，五种情况下，焦面上最大的投影畸变值分别为 7.30 、 7.24 、 7.06 、 7.24 、 $7.09 \mu\text{m}$ 。从图7中可以看出，FSM处于零位时在焦面坐标系下的俯仰角和方位角对投影畸变的值影响较小。因此，改变FSM处于零位时的俯仰角和方位角不能明显降低投影畸变效应的影响。图8给出了FSM绕 x' 、 y' 轴依次旋转 $10''$ ，中心视场主光线入射到焦面上的入射角分别为 $(0^\circ, 0^\circ)$ 、 $(0^\circ, 1.93^\circ)$ 、 $(0^\circ, 3.86^\circ)$ 时由边缘视场像点组成的图像，三种情况下，焦面上最大的投影畸变值分别为 6.63 、 9.24 、 $11.89 \mu\text{m}$ 。从图8中可以看出，中心视场主光线

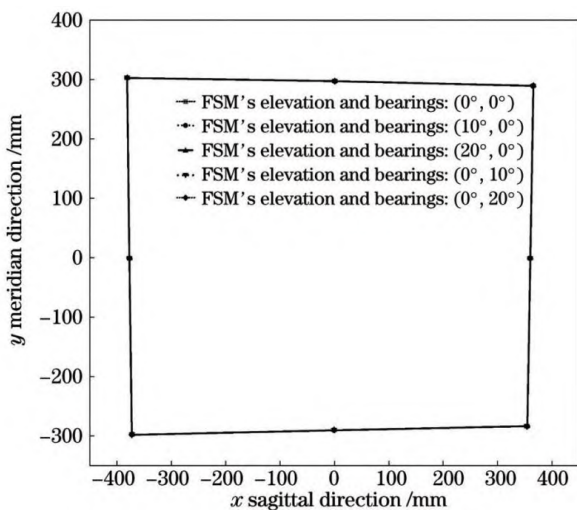


图7 FSM不同俯仰角和方位角的投影畸变值
Fig. 7 Projection distortion values of FSM under different pitches and azimuth angles

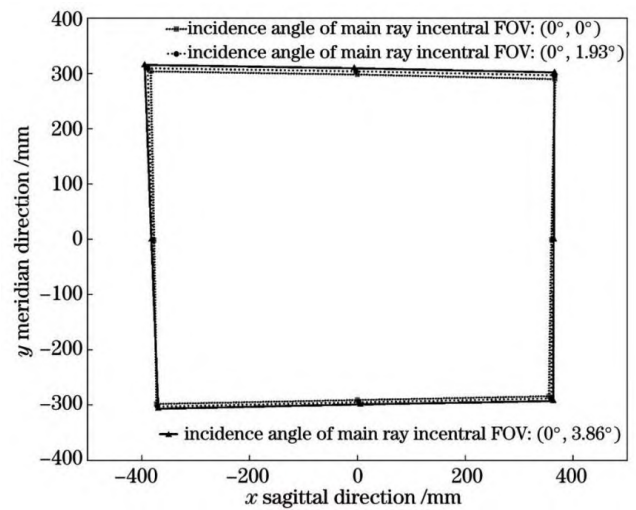


图8 不同中心视场主光线入射到焦面上的入射角的投影畸变值
Fig. 8 Projection distortion values of incidence angles of main ray incident on focal plane in different central FOVs

入射到焦面上的入射角越大，投影畸变越大。因此，减小中心视场主光线入射到焦面上的入射角是减弱投影畸变效应的有效措施。在空间望远镜中，中心视场主光线入射到焦面上的入射角是由实际焦面的位置来决定的，实际焦面位置的确定通常是综合考虑像质等因素的结果。因此，为保证投影畸变效应尽可能小，在望远镜的设计中应在保证成像质量的前提下尽可能减小中心视场主光线入射到焦面上的入射角。

4 结 论

本文针对大口径大视场空间望远镜中FSM摆动引起的投影畸变效应会导致稳像精度下降的问题，提出了利用齐次坐标变换法和光线追迹法建立的FSM摆动引起的像移模型，印证了投影畸变效应的存在；验证了像移模型计算结果与CODE V仿真计算结果的一致性，模型计算误差小于 $0.01 \mu\text{m}$ ，能够满足实际应用需求；给出了影响投影畸变大小的因素——视场大小、摆角范围和中心视场主光线入射到焦面上的入射角，能够为精密稳像系统的设计提供指导依据，即可以通过提升前一级稳像（一般来说是卫星平台姿态控制）的精度和减小中心视场主光线入射到焦面上的入射角，来降低FSM摆动引起的投影畸变效应。

参 考 文 献

- [1] Rigby J, Perrin M, McElwain M, et al. The science performance of JWST as characterized in commissioning[J]. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 2023, 135(1046): 048001.
- [2] Menzel M, Davis M, Parrish K, et al. The design, verification, and performance of the James Webb space telescope[J]. Publications of the Astronomical Society of the Pacific, 2023, 135(1047): 058002.
- [3] Whitman T L, Dziak K J, Wells C, et al. Measuring segmented

- primary mirror WFE in the presence of vibration and thermal drift on the light-weighted JWST[J]. *Proceedings of SPIE*, 2012, 8442: 84423J.
- [4] Giuseppe D R, Rene L, Luca S, et al. The Euclid mission design[J]. *Proceedings of SPIE*, 2016, 9904: 99040O.
- [5] Laureijs R, Racca G, Stagnaro L, et al. Euclid mission status[J]. *Proceedings of SPIE*, 2014, 9143: 91430H.
- [6] Bolcar M R, Abel J, Bartusek L, et al. The Roman space telescope optical system: status, test, and verification[J]. *Proceedings of SPIE*, 2023, 12676: 126760O.
- [7] 詹虎. 载人航天工程巡天空间望远镜大视场多色成像与无缝光谱巡天[J]. *科学通报*, 2021, 66(11): 1290-1298.
- Zhan H. The wide-field multiband imaging and slitless spectroscopy survey to be carried out by the Survey Space Telescope of China Manned Space Program[J]. *Chinese Science Bulletin*, 2021, 66(11): 1290-1298.
- [8] Matthew D L. Experience with the Hubble Space Telescope: 20 years of an archetype[J]. *Optical Engineering*, 2012, 51(1): 011011.
- [9] Sacks L W, Collins C, Walsh G, et al. Fast steering mirror disturbance effects on overall system optical performance for the Large Ultraviolet/Optical/Infrared Surveyor (LUVOIR) concept using a non-contact vibration isolation and precision pointing system[J]. *Proceedings of SPIE*, 2019, 11115: 1111512.
- [10] Johnston J D, Howard J M, Mosier G E, et al. Integrated modeling activities for the James Webb Space Telescope: structural-thermal-optical analysis[J]. *Proceedings of SPIE*, 2004, 5487: 600-610.
- [11] 连铜淑. 反射棱镜与平面镜系统: 光学仪器的调整与稳像[M]. 北京: 国防工业出版社, 2014: 16-17.
- Lian T S. Mirror and prism systems[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2014: 16-17.
- [12] 布龙施泰因, 谢緬佳耶夫, 穆西奥尔, 等. 数学手册[M]. 李文林, 包宏伟, 程钊, 等. 译. 10版. 北京: 科学出版社, 2020: 310-315.
- Bronstein I N, Semendyay K A, Musiol G, et al. Taschenbuch der mathematik[M]. Li W L, Bao H W, Cheng Z, et al., Transl. 10th ed. Beijing: Science Press, 2020: 310-315.
- [13] 陈猛. 基于CODE V的可见光相机光学系统优化设计研究[D]. 郑州: 华北水利水电大学, 2023.
- Chen M. Design optimization of optical system for visible light camera based on CODE V[D]. Zhengzhou: North China University of Water Resources and Electric Power, 2023.
- [14] 张树青, 张媛, 周程灏, 等. 星载TDICCD相机方位扫描像移模型研究[J]. *红外与激光工程*, 2014, 43(6): 1823-1829.
- Zhang S Q, Zhang Y, Zhou C H, et al. Image motion model of azimuthally photography for satellite borne TDICCD camera[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2014, 43(6): 1823-1829.
- [15] 张宇, 马杰, 崔静雯, 等. 融合注意力机制的遥感图像旋转目标检测算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2022, 59(24): 2415005.
- Zhang Y, Ma J, Cui J W, et al. Rotation target detection algorithm for remote sensing image using attention mechanism[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2022, 59(24): 2415005.
- [16] 杨赞辉, 朱鸿泰, 程虎, 等. 基于相关滤波的高速图像旋转运动估计算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2023, 60(10): 1010026.
- Yang Y H, Zhu H T, Cheng H, et al. High-speed image rotation estimation algorithm based on correlation filtering[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2023, 60(10): 1010026.
- [17] 朱海刚, 洪普, 岳松. 一种压电陶瓷二维指向镜的成像特性分析[J]. *光学与光电技术*, 2020, 18(1): 74-79.
- Zhu H G, Hong P, Yue S. Analysis of imaging characteristics of piezoelectric ceramic two-dimensional mirror[J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2020, 18(1): 74-79.
- [18] 贾国伟, 侯良科, 洪普. 反射式二维快速控制反射镜的像旋模型研究[J]. *光学与光电技术*, 2021, 19(4): 86-92.
- Jia G W, Hou L K, Hong P. Research on model of image rotation of reflective two-dimensional fast-steering mirror[J]. *Optics & Optoelectronic Technology*, 2021, 19(4): 86-92.
- [19] 刘树迪, 田海英, 邵建兵. 大视场空间相机像旋补偿机构及其优化设计[J]. *红外与激光工程*, 2023, 52(7): 20220878.
- Liu S D, Tian H Y, Shao J B. Image rotation compensation mechanism of large field of view space camera and its optimization design[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2023, 52(7): 20220878.
- [20] 鄢永耀, 刘伟, 付锦江, 等. 像旋补偿系统快速微调机构的结构研究[J]. *光子学报*, 2016, 45(6): 0622002.
- Yan Y Y, Liu W, Fu J J, et al. Structure design of a fast adjustment mechanism in the image spin compensation system[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2016, 45(6): 0622002.

Projection Distortion Effects Caused by Tip-Tilt of Fast Steering Mirror in Space Telescopes

Li Long^{1,2}, Wang Wei^{1,2*}, Cao Zhirui^{1,2}, Meng Qingyu^{1,2}, Li Chenghao¹

¹Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, Jilin, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract

Objective Since the Hubble space telescope (HST) was successfully launched in 1990, wide field of view (FOV) and high-resolution sky surveys have become a hotspot in the development of space telescopes under the guidance of the research on dark matter, dark energy, and gravity theory. In large space telescopes with wide FOV, such as the James Webb space telescope (JWST) and the ultraviolet/optical/infrared surveyor (LUVOIR), fast steering mirrors (FSMs) are usually employed in optical systems as the execution mechanism of high-accuracy image stabilization due to their small inertia moment, high positioning accuracy, high bandwidth, and fast response speed. Finally, the vibration and pointing

errors reduced by the attitude controlling system of the satellite platform are compensated for additionally to adjust the transient location of the image on the focal plane. However, due to the FSMs located near the exit pupil and in a convergent optical path, the tip-tilt process will also cause the inclination between the optical focal plane and the detector plane, resulting in projection distortion effects. As a result, the motion of the image points caused by the tip-tilt of the FSM at different FOV angles will lose the synchronization, while an additional distortion has been involved, which means decreasing image stabilization precision. Therefore, we theoretically analyze the processing mechanism and influencing factors of the projection distortion effects to determine mitigating methods during the telescope design and further improve the image stabilization accuracy in precise image stabilization.

Methods Our analyses are based on the imaging principle of geometric optics. The image point displacement at different FOVs caused by the tip-tilt of FSM is analytically modeled by adopting the ray-tracing method, and the effects of shift, rotation, and projection distortion are demonstrated respectively. Meanwhile, all these parameters involved in the analytical model are determined to be the same coordinate system (focal plane coordinate system) by employing the homogeneous coordinate transformation method. Then the image motion calculation results of this model are compared to those given by CODE V by taking the parameters of the China space station telescope (CSST) as an example. Finally, the projection distortion effects are separated from the image motion caused by the tip-tilt of FSMs, and possible factors that may influence the projection distortion effects are analyzed, including the FOV of the optical system, motion range of the FSM, location of the FSM, and incident angle on the focal plane.

Results and Discussions The projection distortion effects are caused by different directions of the principal rays incident on FSMs in different FOVs, and this is reflected in the analytical model for image motion. The analytical model for image motion is demonstrated to be accurate enough in most telescope conditions, which only shows errors less than $0.01\ \mu\text{m}$ compared to the results given by CODE V (Table 1). Thanks to this model, the FOVs (Fig. 4), motion range of the FSM (Fig. 5), and incident angle on the focal plane (Fig. 8) are identified as the major factors in the projection distortion effects, and the projection distortion effects increase with the rising factors, while the locations of the FSM have few relations, including the distance from the center of rotation of the FSM to the center of the FOV of the focal plane (Fig. 6), and the initial pitch and azimuth angles of FSMs (Fig. 7). Since the FOVs are determined according to the astronomical observation requirements, it is impossible to reduce the projection distortion effects by decreasing the FOV size. However, we can reduce the projection distortion effects by reducing the motion range of the FSM and incident angle on the focal plane.

Conclusions We analyze the projection distortion effects caused by the tip-tilt of the FSM. The calculation accuracy of the built analytical model for the image motion can meet the practical application needs. The analytical model for the image motion and the analysis results for the influencing factors of projection distortion effects will provide valuable references for designing image stabilization systems of space telescopes. The most effective ways to reduce the projection distortion effects caused by the FSM are lowering the tip-tilt range of the FSM by improving the accuracy of the first-stage pointing control and reducing the incident angles on the focal plane.

Key words telescope; projection distortion; ray-tracing method; homogeneous coordinate transformation method; fast steering mirror; precise image stabilization