

太阳极紫外图像亚像素圆心检测方法

王 相¹, 张立国², 孙 亮¹, 武 昆¹, 于思博^{1,3}, 王 彭^{1,3*}

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033; 2. 上海卫星工程研究所, 上海 201109;
3. 中国科学院大学 大珩学院, 北京 100049)

摘 要: 准确检测太阳极紫外(EUV)图像中太阳圆心位置是实现图像配准的重要手段, 由于太阳 EUV 图像边缘模糊, 传统圆心检测方法存在漏检、错检现象。本文提出了一种亚像素级圆心和半径检测算法。首先, 应用 Canny 算子进行全局边缘检测, 并抑制非径向梯度点; 其次, 通过初始拟合圆对圆周进行局部边缘检测, 并提出一种基于 Logistic 函数的径向拟合方法, 实现边缘亚像素化处理; 最后, 基于最小二乘拟合出太阳亚像素圆心和半径。利用风云三号 E 星拍摄的 EUV 图像进行实验。结果显示: 在一个卫星绕地周期内, 圆心水平方向最大偏移 0.98 像素, 竖直方向最大偏移 1.54 像素, 半径趋于恒定, 与常规检测算法对比, 本算法显著减少均方误差(MSE)和相对标准偏差。

关键词: 圆心检测; 边缘检测; Logistic 拟合; 亚像素拟合; 太阳 EUV 图像

中图分类号: P 141.5

文献标志码: A

DOI: 10.19328/j.cnki.2096-8655.2024.S1.030

引用格式: 王相, 张立国, 孙亮, 等. 太阳极紫外图像亚像素圆心检测方法[J]. 上海航天(中英文), 2024, 41(S1): 246-252.

Subpixel Center Detection Method for Solar EUV Images

WANG Xiang¹, ZHANG Ligu², SUN Liang¹, WU Kun¹, YU Sibo^{1,3}, WANG Peng^{1,3*}

(1.Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, Jilin, China; 2.Shanghai Institute of Satellite Engineering, Shanghai 201109, China; 3.Daheng College, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract: Accurate detection of the solar center position in Extreme Ultraviolet (EUV) images is an essential means for image registration, as traditional methods for circle center detection often fail due to the blurred edges of solar EUV images, leading to missed detections and false detections. This paper presents a sub-pixel level algorithm for detecting the circle center and radius. First, the Canny operator is applied for global edge detection, and non-radial gradient points are suppressed. Then, local edge detection is performed on the circumference using an initially fitted circle, and a radial fitting method based on the Logistic function is proposed to achieve sub-pixel edge processing. Finally, the solar sub-pixel circle center and radius are fitted using the least squares method. Experiments are conducted using EUV images captured by the FY-3E satellite, and results show that during one satellite orbit, the maximum horizontal displacement of the circle center is 0.98 pixels, and the maximum vertical displacement is 1.54 pixels. The radius tends to remain constant. Compared with conventional detection algorithms, this algorithm significantly reduces the mean square error and relative standard deviation.

Key words: circle center detection; edge detection; logistic fitting; subpixel fitting; solar EUV images

0 引言

太阳是地球空间环境影响最大的因素, 准确观

测和分析其活动对预测并应对可能带来的影响至关重要^[1]。世界各国积极开展针对太阳的研究。早

收稿日期: 2024-11-19; 修回日期: 2024-11-27

基金项目: 国家自然科学基金(12273040)

作者简介: 王 相(1997—), 男, 研究实习员, 硕士, 主要研究方向为图像处理、计算机视觉。

通信作者: 王 彭(1989—), 男, 副研究员, 硕士, 主要研究方向为信号处理、压电控制。

在1973年,美国国家航空航天局(NASA)便在其空间站“天空实验室”上安装了一座人工太阳观测站,并首次观测到日冕物质抛射以及日冕洞^[2-3]。日本于1991年发射Yokoh卫星,通过X射线研究了整个太阳周期^[4]。2010年NASA发射的太阳动力学观测站(Solar Dynamics Observatory, SDO)提供的高分辨率($4\,096 \times 4\,096$ 像素)极紫外(Extreme Ultraviolet, EUV)图像^[5-7],使研究者们能够深入探索太阳内部动力学。我国也在2022年成功发射太阳探测专用卫星“夸父一号”用于研究太阳磁场、耀斑和日冕物质抛射等^[8-10],2021年,风云三号E星上的太阳X射线和EUV望远镜在19.5 nm处对太阳进行成像^[11-12],该仪器积累了大量的太阳EUV图像。

在EUV波段,太阳的剧烈爆发活动如耀斑、日冕物质抛射等亮度极高,因此EUV成像观测是监测和预警其爆发活动的重要方法^[13-14]。然而,由于卫星公转或成像仪结构形变引起的微小误差,不同时刻拍摄的太阳图像会存在偏移,在准确分析太阳活动时需要进行图像配准。但太阳EUV图像具有高动态范围、复杂的细节结构和不均匀的光强分布,使得准确识别出太阳圆心和边缘并非易事,传统圆心检测方法如最小二乘拟合法^[15-17]、质心法^[18]和霍夫变化法^[19-20]并不直接适用此类图像。对此, Richard A等^[21]利用传统的Sobel滤波得到像素级边缘点,对边缘点进行亚像素插值,使用霍夫变换进行多次迭代,以获得亚像素圆心。LI等^[22]采用模糊局部信息聚类(Fuzzy Local Information C-Means Clustering, FLICM)算法去除背景并突出边缘点,配合最小二乘拟合提取太阳EUV图像的边缘和圆心。其在NASA太阳动力学天文台大气成像仪(Solar Dynamics Observatory Atmospheric Imaging Assembly, SDO/AIA)拍摄的太阳EUV图像上均取得了较好的效果,但迭代霍夫变换和均值聚类的时间复杂度较高^[23-24],传统的Sobel算子存在边缘区域过“厚”问题^[25],不利于后续处理。

对此,本文基于边缘检测和亚像素拟合技术,提出一种新的太阳EUV图像亚像素圆心检测方法,通过Canny算法对图像进行局部边缘检测,引入非径向梯度抑制滤除伪边缘点;提出一种基于Logistic函数边缘径向拟合算法,将像素级边缘优化至亚像素级;配合最小二乘拟合检测太阳圆心和半径。实验证实,该算法可以实现EUV图像中太阳

圆心和半径的亚像素检测,并能取得更小的均方误差(Mean Squared Error, MSE)和相对标准差。

1 算法介绍

1.1 全局边缘检测

全局边缘检测基于Canny算子^[26]实现,其是一种基于一阶梯度的边缘检测算法,可分为5个步骤:1)使用高斯滤波平滑图像;2)通过一阶微分方程计算出图像的梯度大小和方向;3)采用非极大值抑制保留边缘像素。其原理为比较中心点像素与梯度方向上相邻像素的梯度值。若中心像素的梯度值为极大值,则保留。否则,将该中心像素的梯度值置零;4)使用双阈值检测确定真实和潜在边缘。梯度幅值高于大阈值的点视为真实边缘点,低于小阈值的点视为非边缘点,介于两者之间的点视为潜在边缘点;5)抑制孤立的弱边缘。对于步骤4中确定的潜在边缘点,若该点与真实边缘点不连接,则视该点为非边缘点,反之,则视为真实边缘点。本文对步骤2~3加以改进,具体如下。

1.1.1 梯度计算

Canny算子采用 2×2 相邻区域的有限差值来计算图像梯度值和方向, X (水平)和 Y (竖直)方向上的一阶偏导数近似值可由式(1)~式(2)求得:

$$G_x[i, j] = (I[i+1, j] - I[i, j] + I[i+1, j+j] - I[i, j+1]) / 2 \quad (1)$$

$$G_y[i, j] = (I[i, j+1] - I[i, j] + I[i+1, j+j] - I[i+1, j]) / 2 \quad (2)$$

因此,图像梯度卷积计算模版可表示为

$$G_x = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$G_y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad (4)$$

然而 2×2 模版只考虑了极少的像素,对噪声更加敏感,故将Canny算子的卷积模版使用Sobel算子代替,其提供了更大的计算范围(3×3 邻域),并对中心像素给予了更高的权重,计算复杂图像梯度时更稳定。式(5)~式(6)分别定义了 X 方向和 Y 方向的卷积模版。

$$G_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$G_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

通过对每个像素点应用卷积,可以得到 X 方向和 Y 方向的梯度幅值。利用下式计算每个像素的梯度幅值:

$$G_i = \sqrt{G_x^2 + G_y^2} \quad (7)$$

梯度的方向如下:

$$\theta = \arctan\left(\frac{G_y}{G_x}\right) \quad (8)$$

1.1.2 非极大值抑制

实际上,在边缘邻域的像素梯度均可能处于较高的值,为避免将这些点全部标记为边缘点而引起边缘过“厚”现象,如图 1 所示,在像素 P_1 的 3×3 邻域内,沿梯度方向进行插值, d 方向为像素 P_1 的梯度方向,若 P_1 的梯度幅值大于 d 方向上的两个插值结果,则标记为候选边缘点,否则标记为非边缘点。

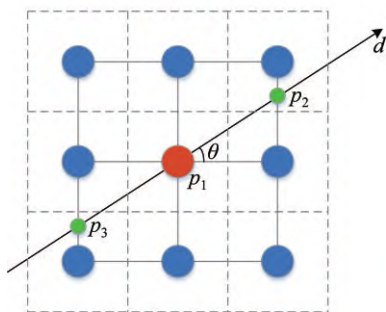


图 1 非极大值抑制

Fig.1 Schematic diagram of non maximum suppression

太阳耀斑或日珥区域同样具有较大的梯度,仅依赖梯度幅值很容易引入伪边缘。理想情况下,太阳边缘应表现为沿半径方向(即圆周切线的法线方向)渐变特性,且边缘点的梯度方向也应与半径方向一致。对于梯度方向非径向的像素点,可标记为非边缘。欲得到径向方向,需要提供经验圆心。鉴于经验圆心存在偏差,故对像素点的梯度方向与各自半径方向的度数偏差设置合理的容忍度,大于该容忍度的像素点即标记为非边缘点,该容忍度可介于 $5^\circ \sim 15^\circ$ 之间。图 2 显示了 EUV 图像的梯度方向色相图,在圆的边缘处,梯度方向沿径向规则变化,使得色彩相对连续,呈现出规则的圆周形态。

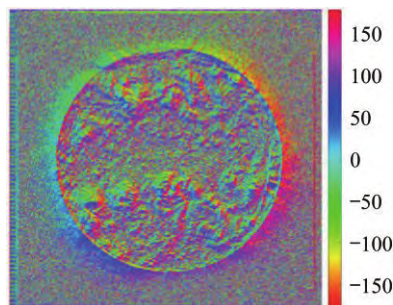


图 2 梯度方向色相

Fig.2 Gradient direction hue map

1.2 局部边缘检测

上述流程仍难滤除不处于圆周轮廓处,但与轮廓边缘具有相同特性的边缘点,如耀斑处,且对比度较低的边缘区域检测效果不理想。在全局边缘检测中,Canny 算子的双阈值设定始终不变,这对梯度变化不明显的边缘有失公允。对此使用霍夫变换对全局边缘点进行粗略拟合,得到初始圆。

霍夫变换通过将图像空间中的点映射到参数空间,在参数空间中寻找最大的累加器值,以确定形状参数。在检测标准圆时,霍夫变换在参数空间对每个边缘点投票,寻找可能的圆心和半径组合,经累加器统计后,较高的累加器值对应可能的圆方程参数。这种投票策略在应对边缘不连续且含有噪点较多的图像上仍能取得良好效果^[27]。初始圆检测中,累加器的分辨率设置为 1 个像素单位,该设置可以实现圆心和半径的像素级定位,且计算量相对较少,即使其会出现极少数像素的偏差。

沿初始圆的外侧和内侧,各自偏移 n 个像素,产生宽度为 $2n+1$ 的圆环区域,并对该区域再次使用 1.2 节所述的边缘检测算法。值得注意的是,初始圆的产生允许在局部边缘检测时,将潜在边缘点的径向方向与梯度方向的偏差容忍度设置的更低。

1.3 亚像素圆心定位

在边缘点与相邻像素之间进行插值,或利用某些函数拟合,如高斯拟合^[28]等,可以将边缘点亚像素化,进一步提高圆心检测精度。以下介绍一种基于 Logistic 函数的边缘径向拟合方法。

Logistic 函数是一条连续、平滑的曲线,其函数如图 3 所示, y 值在两侧接近于其极限值时变化缓慢,而在图像中部则迅速变化,形成类 S 形曲线。其更符合太阳 EUV 图像边缘沿半径方向灰度值的变化规律。函数表达式为

$$y = \frac{a}{1 + e^{-k(x-b)}} + c, (k \neq 0) \quad (9)$$

式中: b 、 c 分别为函数在 x 、 y 轴的偏移量; k 值为曲线的陡峭程度, 较大的 k 值会使得曲线变化更加迅速; 系数 a 用来调整函数的输出范围。

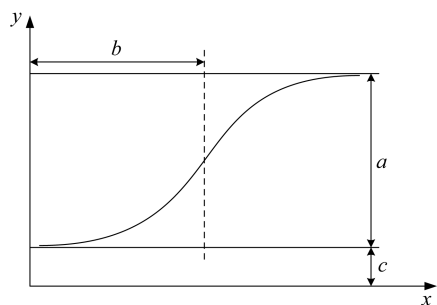


图 3 Logistic 函数曲线

Fig.3 Logistic function curve

当使用 Logistic 函数作为边缘模型时, 其一次导数的最大值点或二次导数的过零点, 即为亚像素边缘点。二次导数计算式如下:

$$y'' = \frac{k}{a} (a + 2d - 2y) \quad (10)$$

令 $y'' = 0$, 分别得到 $x = b$, $y = a/2 + d$, 则 (x, y) 是亚像素边缘点坐标。如图 4 所示, 假设 P_1 为边缘点, 坐标为 (i, j) , d 为其径向方向, 在以该点为中心像素的 3×3 邻域内, 其径向方向上存在 P_2 、 P_3 两个亚像素点, 其分居 P_1 两侧, 图 4 中每个虚线方格表示一个像素单位, Z 轴表示像素点的灰度值。 P_2 与 P_3 的位置坐标可以通过径向角度 θ 获得:

$$M_{p_2} = (i + 1, j + \tan(\theta)) \quad (11)$$

$$M_{p_3} = (i - 1, j - \tan(\theta)) \quad (12)$$

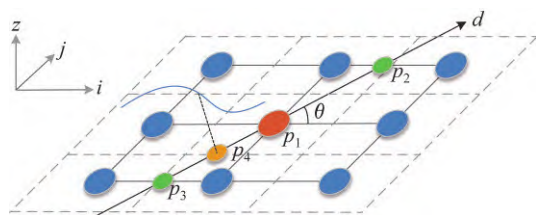


图 4 Logistic 函数亚像素拟合

Fig.4 Schematic diagram of subpixel fitting of logistic function

P_2 、 P_3 的像素灰度值可以利用插值得到, 使用 Logistic 函数拟合 P_1 、 P_2 、 P_3 , 求该函数二阶导数过零点, 即图 4 中 P_4 点的坐标, 该点即为新的亚像素边缘点。由于参与拟合的点少于 Logistic 函数的参数数量, 可

省略式(6)中参数 c , 依靠系数 a 调节函数值大小。

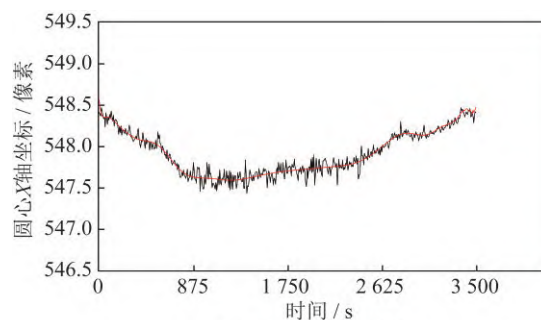
Logistic 函数拟合将整数边缘像素点均优化成一个亚像素点, 对这些亚像素点使用最小二乘拟合计算最终的圆心和半径, 在最优化损失函数时, 将 1.2 节中由霍夫变换得到的初始圆参数做为初始值进行迭代, 以加速收敛。

2 试验及结果分析

为验证所提方法的有效性, 使用风云三号 E 星太阳 X 射线-极紫外成像仪在轨拍摄的 EUV 图像进行分析。成像仪在卫星一个绕地周期内连续拍摄, 共含 501 张可用图像, 分辨率为 $1\,073 \times 1\,034$ 。安排如下: 首先得到太阳圆心和半径的偏移位置, 分析偏移是否与卫星公转一致; 其次对比传统检测方法, 验证算法优越性; 最后进行消融实验, 分析局部边缘检测与边缘亚像素拟合对检测结果的影响。

2.1 圆心和半径偏移分析

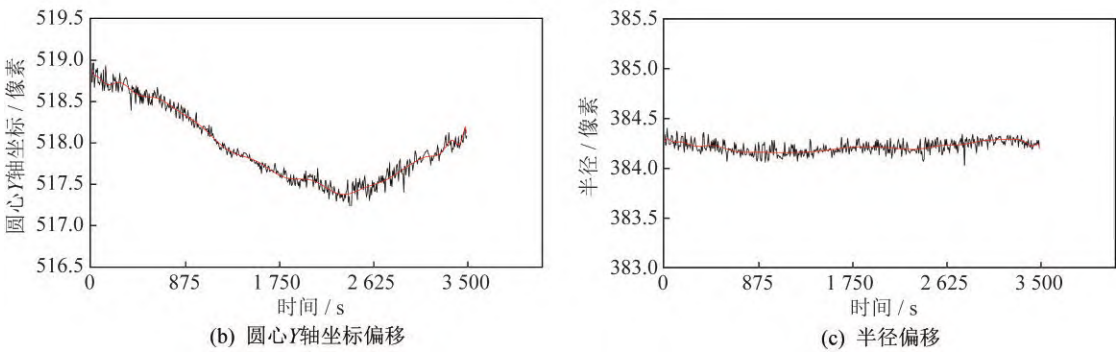
以图像左上角为坐标系原点, X 轴(水平)方向自原点从左向右, Y 轴(竖直)方向自原点从上向下, 圆心坐标及半径随时间的变化如图 5 所示。整体而言, 自起始时间开始, 图像开始向左上方偏移, 后逐渐回到起点。水平方向的偏移较为平缓, 相较起点最大偏移 0.98 像素, 数据极差为 1.03 像素; 竖直方向偏移更大, 相较起点最大偏移 1.53 像素, 数据极差为 1.78 像素; 半径并未出现明显变化趋势, 长度始终处于 384.0~384.5 像素之间, 极差为 0.37 像素。事实上, 半径变化与地球距太阳远近有关, 较短时间内不会产生较大波动。该实验结果符合卫星绕地一周产生的图像偏移现象, 即自起点开始沿某一确定方向偏移, 后回到起点, 证实了所提算法的有效性。



(a) 圆心X轴坐标偏移

图 5 圆心坐标及半径长度随时间变化曲线

Fig.5 Time varying curve of center coordinates and radius length



续图 5 圆心坐标及半径长度随时间变化曲线
Continued Fig.5 Time varying curve of center coordinates and radius length

2.2 对比实验分析

对检测流程的核心算法与部分传统算法进行比较,以验证所提算法的优越性。在边缘检测阶段,引入了非径向梯度抑制,以及局部边缘检测。

传统 Sobel 算子、原始 Canny 算子以及 1.1 节所述全局边缘检测、1.2 节所述局部边缘检测的对比如图 6 所示,其中原始 EUV 图像进行了灰度增强,以使可视化。

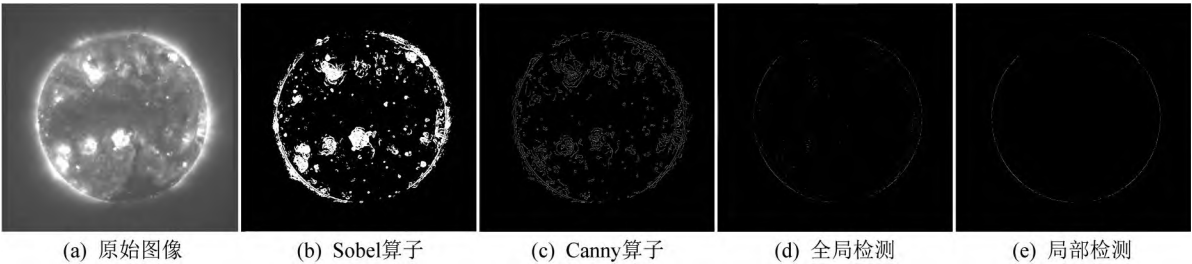


图 6 不同方法的边缘检测效果
Fig.6 The edge detection performance of different methods

由图 6(b)~图 6(c)可见,Sobel 算法得到的边缘并非单像素宽度,而 Canny 算法集成了非极大值抑制,使其得到的边缘宽度仅为 1 个像素,但这些边缘并未集中在圆周轮廓处。如图 6(d)所示,进行非径向梯度抑制后,内部伪边缘得到较好的滤除,然而仍存在部分干扰点,如图 6(e)中局部检测后,内外部干扰点已全部被过滤,只保留了明显的圆形轮廓,且相对于全局检测,其边缘连续性更好。

连续时间拍摄的图像,圆心或半径偏移应符合一条光滑曲线,即图 5 中拟合的红色线条,故将

检测值与该曲线 MSE 及所有图片圆心和半径的数据标准差 (Standard Deviation, SD) 作为衡量指标, MSE 值可以体现圆心或半径的偏移光滑程度,值越小说明检测结果越稳定,标准差则表征数据点突变程度。

Logistic 拟合方法与二次插值法、高斯拟合法的 MSE 和 SD 见表 1,基于 Logistic 拟合的圆心 X 轴、Y 轴、半径的 MSE 值分别为 0.004 4、0.004 2、0.002 3 像素,可以看出,该方法具有更小的 MSE 值,突变程度除在 X 轴外均有所提高。

表 1 不同方法在 EUV 图像上检测结果

Tab.1 Different methods for detecting results on EUV images

	圆心 X 轴 (像素)		圆心 Y 轴 (像素)		半径 (像素)	
	MSE	SD	MSE	SD	MSE	SD
二次插值	0.012 8	0.208 7	0.008 5	0.652 3	0.004 7	0.278 8
高斯拟合	0.009 2	0.282 4	0.007 1	0.487 5	0.003 3	0.074 2
Logistic 拟合	0.004 4	0.266 1	0.004 2	0.441 4	0.002 3	0.063 2

2.3 消融实验分析

为验证局部边缘检测和边缘亚像素拟合对圆心检测的影响,将这两部分进行分解,分析在缺少局部边缘检测或边缘亚像素拟合时圆心和半径的检测效果,消融试验下的 MSE 和 SD 见表 2。在未进行局部边缘检测时,轮廓内部的大量伪边缘点严

重影响拟合效果,圆心或半径的 MSE 值和标准差均大于 1 个像素,局部边缘检测将 MSE 值和标准差下降了 1 个数量级;边缘亚像素拟合在优化标准差上优势不明显,但将 MSE 值继续降低一个数量级,说明其在改善检测稳定性上效果显著。

表 2 局部边缘检测、边缘亚像素拟合消融实验结果

Tab.2 Experimental results of local edge detection and sub-pixel edge fitting ablation

局部边缘检测	边缘亚像素拟合	圆心 X 轴(像素)		圆心 Y 轴(像素)		半径(像素)	
		MSE	SD	MSE	SD	MSE	SD
×	√	11.904 5	10.926 4	9.179 2	8.859 4	2.486 6	2.080 2
√	×	0.098 0	0.331 8	0.129 3	0.403 5	0.118 0	0.380 9
√	√	0.004 4	0.266 1	0.004 2	0.441 4	0.002 3	0.063 2

3 结束语

本文提出了一种针对太阳 EUV 图像的亚像素圆心和半径检测方法,通过基于 Canny 算子的改进和 Logistic 函数拟合,实现了更加准确和稳定的圆心检测。实验表明,该方法不仅在处理风云三号 E 星拍摄的太阳 EUV 图像中表现出较好的平滑趋势和可靠性,且较传统方法可以取得更小的 MSE 值。通过消融实验,进一步验证了关键步骤在整体方法性能中的重要性。本文提出的太阳 EUV 圆心检测方法为太阳观测数据的准确分析奠定了基础,未来将进一步优化算法提高运算速度,以应对更为复杂的观测环境和数据需求。

参考文献

[1] 林隽,陆希,陈雨豪,等.太阳抵近探测计划——观测位置的新突破[J].上海航天(中英文),2024,41(5):1-10.

[2] RICHARDS P G, WOODS T N, PETERSON W K. HEUVAC: A new high resolution solar EUV proxy model[J]. Advances in Space Research, 2006, 37(2): 315-322.

[3] DELABOUDINIERE J P, ARTZNER G E, BRUNAUD J, et al. EIT: Extreme-ultraviolet imaging telescope for the SOHO mission[J]. The soho mission, 1995, 162(1): 291-312.

[4] TSUNETAS S, ACTON L, BRUNER M, et al. The soft X-ray telescope for the SOLAR-A mission [J]. Solar Physics, 1991, 136: 37-67.

[5] LEMEN J R, TITLE A M, AKIN D J, et al. The atmospheric imaging assembly (AIA) on the solar dynamics observatory (SDO) [J]. Solar Physics, 2012, 275: 17-40.

[6] KAZACHENKO M D, ALBELO-CORCHADO M F, TAMBURRI C A, et al. Invited review: short-term variability with the observations from the helioseismic and magnetic imager (HMI) onboard the solar dynamics observatory (SDO): insights into flare magnetism[J]. Solar Physics, 2022, 297(5): 59.

[7] RIMMELE T R, WARNER M, KEIL S L, et al. The Daniel K. Inouye solar telescope-observatory overview[J]. Solar Physics, 2020, 295(12): 1-49.

[8] GAN W Q, ZHU C, DENG Y Y, et al. Advanced space-based solar observatory (ASO-S): an overview [J]. Research in Astronomy and Astrophysics, 2019, 19(11): 156.

[9] JING Z, LI Y, FENG L, et al. A statistical study of solar white-light flares observed by the white-light solar telescope of the Lyman-alpha solar telescope on the Advanced Space-based Solar Observatory (ASO-S/LST/WST) at 360 nm[J]. Solar Physics, 2024, 299 (2): 11.

[10] GAN W Q, FENG L, SU Y. A Chinese solar observatory in space[J]. Nature Astronomy, 2022, 6 (1): 165-165.

[11] CHEN B, ZHANG X X, HE L P, et al. Solar X-ray and EUV imager on board the FY-3E satellite [J]. Light: Science & Applications, 2022, 11(1): 329.

[12] 方成,丁明德,陈鹏飞,等.日地 L5 太阳探测工程概述 [J].上海航天(中英文),2024,41(3):9-16.

[13] YOUNG P R. Future prospects for solar EUV and soft

- X-ray spectroscopy missions [J]. *Frontiers in Astronomy and Space Sciences*, 2021, 8: 662790.
- [14] PARK E, MOON Y J, LEE J Y, et al. Generation of solar UV and EUV images from SDO/HMI magnetograms by deep learning[J]. *The Astrophysical Journal Letters*, 2019, 884(1): L23.
- [15] MICHAŁOWSKA M, RAPIŃSKI J, JANICKA J. Tree position estimation from TLS data using hough transform and robust least-squares circle fitting [J]. *Remote Sensing Applications: Society and Environment*, 2023, 29: 100863.
- [16] SHAKARJI C M, SRINIVASAN V. On Algorithms and heuristics for constrained least-squares fitting of circles and spheres to support standards [J]. *Comput. Inf. Sci. Eng.*, 2019, 19: 31011-31012.
- [17] CAO Z, CHEN D, SHI Y, et al. A flexible architecture for extracting metro tunnel cross sections from terrestrial laser scanning point clouds [J]. *Remote Sensing*, 2019, 11(3): 297.
- [18] MATSUOKA R, SHIRAI N, ASONUMA K, et al. Measurement accuracy of center location of a circle by centroid method [C]// *Photogrammetric Image Analysis*, 2011.
- [19] JAYADEV P G, BELLARY S. IrisSeg-drunk: enhanced iris segmentation and classification of drunk individuals using modified circle hough transform [J]. *Iran Journal of Computer Science*, 2024, 7(1): 41-54.
- [20] BARBOSA W O, VIEIRA A W. On the improvement of multiple circles detection from images using hough transform[J]. *TEMA* 2019, 20: 331-342.
- [21] SHINE R A, WOLFSON C, BOERNER P F, et al. Monitoring image alignments and flat fields for AIA/SDO data images [J]. *AAS/Solar Physics Division Abstracts*, 2011, 42: 21-26.
- [22] LI S, ZHANG J, LIU B, et al. An Algorithm to extract the boundary and center of EUV solar image based on sobel operator and FLICM [C]// *Photonics*. MDPI, 2022, 9(12): 889.
- [23] HASSANEIN A S, MOHAMMAD S, SAMEER M, et al. A survey on Hough transform, theory, techniques and applications [J]. *arXiv preprint arXiv*, 2015:1.
- [24] BORLEA I D, PRECUP R E, BORLEA A B, et al. A unified form of fuzzy C-means and K-means algorithms and its partitional implementation [J]. *Knowledge-Based Systems*, 2021, 214: 106731.
- [25] HAN L, TIAN Y, QI Q. Research on edge detection algorithm based on improved sobel operator [J]. *MATEC Web of Conferences*, 2020, 309(1): 03031.
- [26] RONG W, LI Z, ZHANG W, et al. An improved CANNY edge detection algorithm [C]// *IEEE international conference on mechatronics and automation*, 2014.
- [27] MUKHOPADHYAY P, CHAUDHURI B B. A survey of Hough Transform [J]. *Pattern Recognition*, 2015, 48(3): 993-1010.
- [28] 贺强旅, 朱艳春, 李子良, 等. 基于双三次插值和高斯拟合的光条中心亚像素提取方法 [J]. *激光杂志*, 2024, 45(6): 100-105.