

基于 FEM 的引力参考传感器自引力计算与补偿

高志勇^{1,2}, 王上³, 王智^{1,3,*}

1. 国科大杭州高等研究院 基础物理与数学科学学院, 杭州 310012

2. 中国科学院大学, 北京 100049

3. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033

摘要:空间引力波探测太极计划将利用激光干涉的方法,测量两个检验质量之间的距离变化反演引力波信息。在 0.1 mHz 处,要求检验质量在敏感轴方向的总残余加速度保持在 $3 \times 10^{-15} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} / \sqrt{\text{Hz}}$ 以下。由航天器载荷静引力、热形变和质量波动引起的自引力噪声是检验质量的残余加速度噪声主要来源之一,要求检验质量在敏感轴方向的自引力加速度小于 $1 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$, 引力梯度小于 $5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$ 。为了计算检验质量处的自引力大小和引力梯度,针对检验质量与引力源几何形状的不规则性,基于有限元法编写程序计算了引力参考传感器中的引力源作用在检验质量上的线加速度、角加速度和引力梯度。为了缩短计算时间,提出“类自适应”网格划分方法以减小网格数量,并设计了配重以补偿自引力。计算结果显示,经过补偿后的检验质量在敏感轴方向的自引力加速度为 $9.2377 \times 10^{-12} \text{ m/s}^2$, 引力梯度为 $-2.5691 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$, 满足设计要求。本研究能够为航天器和引力参考传感器的设计与引力补偿提供参考与指导。

关键词:空间引力波探测;引力参考传感器;自引力;引力梯度;引力补偿;有限元法

中图分类号:V19

文献标识码:A

Calculation and compensation of self-gravity for gravitational reference sensor based on finite element method

GAO Zhiyong^{1,2}, WANG Shang³, WANG Zhi^{1,3,*}

1. School of Fundamental Physics and Mathematical Sciences, Hangzhou Institute for Advanced Study, UCAS, Hangzhou 310012, China

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

3. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, CAS, Changchun 130033, China

Abstract: Spaceborne gravitational wave detection Taiji Project is going to measure the distance change of two test mass blocks with gravitational reference sensors through laser interference to retrieve the physical information of gravitational waves. The total residual acceleration noise of the test mass should be below $3 \times 10^{-15} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} / \sqrt{\text{Hz}}$ along sensitive axis at 0.1 mHz. The self-gravity noise arising from spacecraft payloads attraction, thermal distortions and mass fluctuation is one of the most significant noises. The self-gravity induced acceleration at test mass location along sensitive axis should be below $1 \times 10^{-10} \text{ m/s}^2$, and the self-gravity induced gradient of the acceleration field at test mass location along sensitive axis should be below $5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$. In order to calculate the accelerations and gradients of the

收稿日期:2022-09-27;修回日期:2022-11-14;录用日期:2022-11-16

基金项目:国家重点研发计划(2020YFC2200600).

*通信作者.E-mail: wz070611@126.com

引用格式:高志勇,王上,王智.基于 FEM 的引力参考传感器自引力计算与补偿[J].中国空间科学技术(中英文),2024,44(2):89-97.
GAO Z Y, WANG S, WANG Z. Calculation and compensation of self-gravity for gravitational reference sensor based on finite element method[J]. Chinese Space Science and Technology, 2024, 44(2): 89-97 (in Chinese).

acceleration field, aiming at the geometry irregularity of test mass and attraction sources, a custom programme was coded. The linear accelerations, angular accelerations and gradients of the acceleration field were calculated. In addition, to minimize the calculation time, a "quasi adaptive" method for meshing was proposed. The balance mass was designed to compensate self-gravity. The results show that the self-gravity induced acceleration at test mass location along sensitive axis is $9.2377 \times 10^{-12} \text{ m/s}^2$, and that the self-gravity induced gradient of the acceleration field at test mass location along sensitive axis is $-2.5691 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$, which meet the design requirement. This research will provide reference and guidance for the design and compensation of spacecraft and gravitational reference sensors.

Keywords: spaceborne gravitational wave detection; gravitational reference sensor; self-gravity; acceleration field gradient; attraction compensation; finite element method

0 引言

引力波是爱因斯坦广义相对论的预言之一^[1-2], 引力波探测将弥补现阶段天文学探测的不足, 探测到宇宙更深入的物理信息。由于引力波信号非常微弱, 引力波探测成为一项具有挑战性的工程。2015年, 美国地面激光干涉引力波天文台 LIGO 第一次直接观测到双黑洞合并的引力波信号 GW150914^[3]。宇宙中存在大量的引力波源, 频率范围覆盖广, 但由于地面引力波探测会受到重力、地球半径及地面震动的影响, 地面探测波段主要集中在几赫兹到几千赫兹的频率。为了克服这一限制, 唯一的选择是将探测器深入到太空, 太空环境能够消除地面震动和重力梯度噪声并能提供足够的激光干涉臂长^[4]。目前, 在研究的空间引力波探测计划有美国和欧空局联合提出的 LISA 计划^[5]、中国的太极计划^[6]和天琴计划^[7]。

在空间引力波探测太极计划中, 由 3 个相同的航天器组成等边三角形的编队, 每个航天器相距 3 百万千米, 位于等边三角形的顶点进行激光传输。每个航天器包含两个做测地线运动的检验质量(test mass, TM), 每个 TM 都被放置在引力参考传感器 (gravitational reference sensor, GRS) 内, TM 既作为激光干涉仪的反射镜, 又作为测地线运动的测量基准。基于激光干涉的空间引力波探测器将直接探测到由引力波引起的时空应变, 当引力波经过时, 通过检测两个 TM 之间光程变化来反演引力波的信息。GRS 由 TM、敏感结构、真空腔体、电荷管理系统以及锁紧和释放机构等组成^[8], 是空间引力波

探测的核心载荷。

干扰 TM 做测地线运动的大部分杂散干扰力来自于 GRS 本身^[9], 其中由于 GRS 内部载荷对 TM 的自引力是一项不可忽视的干扰力。Merkowitz 等^[10]对 TM 所受自引力和自引力梯度提出了要求, 利用有限元法对 LISA 卫星进行网格划分, 编写自定义代码计算了 TM 所受到的线加速度和角加速度, 但网格划分较粗糙。此外, 该团队还基于结构和热形变模型, 为自引力分析提供输入进行了计算^[11]。Brandt 等^[12]采用“端到端”模型方法, 考虑卫星内部载荷热形变利用 Matlab 编写代码, 计算了 LISA 探路者航天器内 TM 所受加速度大小。Gopstein 等^[13]开发了一种新的自引力计算工具, 能够计算 TM 所受自引力、自引力矩和引力梯度, 并创建引力云图以确定卫星自引力设计重点。Swank^[14]指出由于 TM 形状不规则, 不能单纯将 TM 看作质点, 并利用 MacMillan 法, 给出了均匀密度直角平行六面体在某点的引力方程, 并从引力方程获得引力梯度。目前, 国内对自引力的研究还没有论文记载。

本文从空间引力波探测太极计划的引力参考传感器出发, 基于有限元法编写代码计算了作用在具有不规则形状特征 TM 上的自引力与自引力矩, 为了减少计算时间, 提出单元划分大小与 TM 距离之间的关系, 在输出结果方面, 采用三维云图清楚直观地显示 TM 所受自引力大小。此外, 还进行了第一级补偿质量的设计, 以补偿自引力使之达到设计要求。本研究能够为空间引力波探测太极计划的航天器和引力参考传感器的设计与引力补偿提供参考与基础。

1 自引力

在空间引力波探测太极计划中,保证 TM 做近乎完美的测地线运动是探测引力波的基础,航天器内部载荷与 TM 表现相互吸引的力称为自引力。由于航天器载荷静引力、热形变和质量波动(高增益天线和望远镜的移动、推进剂的减少等)引起的加速度噪声是太极计划中残余加速度噪声主要来源之一。为了减少自引力的影响,在 TM 位置,自引力场应该尽可能保持恒定和平缓。

对于具有一定几何形状的 TM 和引力源物体,其之间的万有引力为:

$$F = \iiint_{V_{TM}} \iiint_{V_s} \nabla \frac{G\rho_{TM}\rho_s}{\sqrt{(u-x)^2 + (v-y)^2 + (w-z)^2}} du dv dw dx dy dz \quad (1)$$

式中: V_{TM} 为 TM 的空间区域; V_s 为引力源空间区域; G 为万有引力常数; ρ_{TM} 为 TM 的密度; ρ_s 为引力源的密度; (x, y, z) 为 GRS 总体坐标系下的 TM 的坐标; (u, v, w) 为 GRS 总体坐标下引力源的坐标。

如果将引力源看作质点, TM 看作立方体,则式(1)变为:

$$F = m_s \iiint_{V_{TM}} \nabla \frac{G\rho_{TM}}{\sqrt{(u-x)^2 + (v-y)^2 + (w-z)^2}} dx dy dz \quad (2)$$

式中: m_s 为引力源的质量。

上面提到, TM 既作为激光干涉仪的反射镜,又作为测地线运动的测量基准。其中, TM 与电极板构成的电容传感器为航天器无拖曳控制提供输入信号。在空间引力波探测航天器无拖曳控制中, TM 的加速度在频域内可以表示为^[15]:

$$a(s) = \frac{\omega_{fb}^2}{\omega_0^2 + s^2 + \mu\omega_0^2 + \omega_{fb}^2} \cdot \left\{ \frac{f(s)}{m} \left[1 + \frac{s^2}{\omega_{fb}^2} \right] + \omega_0^2 \left[x_n(s) + \frac{F(s)}{M_0\omega_{fb}^2} \right] \right\} \quad (3)$$

式中: $\omega_{fb}^2 = G_a/M$; G_a 为无拖曳反馈系统的开环

增益; M_0 为航天器的质量; $\omega_0^2 = k_0/m$, k_0 为 TM 与航天器之间的耦合刚度; s 为复频率; m 为 TM 质量; $\mu = m/M$, 为方便书写引入的系数; $f(s)$ 为作用在 TM 上的力; $F(s)$ 为作用在航天器上的力, $x_n(s)$ 为位移传感噪声。

为了保证无拖曳系统稳定性,通常将开环增益 G_a 设置得很大,认为 $\omega_{fb}^2 \gg \omega_0^2$, 因此可以忽略第一项分母中的 ω_0^2 , 只考虑在 ω_0^2/ω_{fb}^2 中的一阶项:

$$a(s) \approx \frac{f(s)}{m} + \omega_0^2 \left[x_n(s) + \frac{F(s)}{M_0\omega_{fb}^2} \right] = \frac{f(s)}{m} + \omega_0^2 \Delta x \quad (4)$$

用 m 乘以式(4), 得到:

$$\delta f_n(s) \approx f(s) + k \left[x_n(s) + \frac{F(s)}{G_a} \right] = f(s) + k \Delta x \quad (5)$$

式(5)表明,作用在 TM 上的噪声力有两种:一是直接作用在 TM 上的杂散力 $f(s)$,二是航天器与 TM 相对位移 Δx 耦合的噪声力。

ω_0^2 为 TM 与航天器之间的耦合刚度,包括 TM 的 Patch 效应引起的耦合刚度, TM 所带电荷与电极板感应电荷之间的耦合作用,以及航天器与 TM 之间的引力梯度效应等^[16-17]。

为了达到探测引力波的灵敏度,在 0.1 mHz 处,要求 TM 在敏感轴的残余加速度 $a(s)$ 保持在 $3 \times 10^{-15} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$ 以下^[18]。由于直接作用在 TM 上的杂散力不确定性很大,将式(4)等号后面的第 1 项分配 $2 \times 10^{-15} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$, 第 2 项则为 $1 \times 10^{-15} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$ 。航天器与 TM 的相对位移噪声为 $1.8 \text{ nm}/\sqrt{\text{Hz}}$, 计算得到 $|\omega_0^2| \approx 5.6 \times 10^{-7} \text{ s}^{-2}$ 。对于引力梯度,要求为负刚度,并不超过总耦合刚度的 10%。

在空间引力波探测中,需要利用传感驱动电极通过静电力保持 TM 相对于电极笼居中,电极能够施加的最大静电力为 $1.96 \times 10^{-9} \text{ N}$, 因此 TM 所受到噪声力引起的加速度不得大于 $1 \times 10^{-9} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。自引力引起的加速度不得超过总噪声加速度的 10%, 因此,由于自引力引起的加速度需要小于 $1 \times 10^{-10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$ 。

综上所述,对于航天器内部载荷与 TM 之间的自引力作用,应满足以下要求^[19]:在 TM 位置沿敏感轴,由于自引力引起的加速度需要小于 $1 \times 10^{-10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;由于自引力场引起的加速度梯度需要小于 $5 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$;由于热形变或者质量变化引起的加速度的波动小于 $3 \times 10^{-16} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} / \sqrt{\text{Hz}}$ 。

自引力引起的加速度噪声大小取决于 TM 周围质量分布的对称性,而与质量大小无关,对于 GRS 与 TM 之间的自引力应满足上述要求。因此,准确知道 TM 位置处的加速度、加速度梯度以及加速度波动,并利用一定的方法进行补偿使之达到上述要求,对于航天器以及引力参考传感器结构设计是必要的。

2 基于有限元法的程序设计

根据上述介绍,式(2)只能用于规则几何形状的 TM,实际应用的 TM 为 Z 轴方向开槽,8 个顶点具有一定几何特征的“类立方体”,如图 1 (a)所示。对于实际求解,可以分别将 TM 与周围引力源划分为有限个小单元,将每个小单元看作质点,然后进行累加求和计算,即有限元法。TM 被离散化为 M 个小单元, m_j 为第 j ($j=1, 2, \dots, M$) 个单元的质量, (x_j, y_j, z_j) 为第 j 个单元的质心坐标,周围引力源被离散化为 N 个小单元, m_i 为第 i ($i=1, 2, \dots, N$) 个单元的质量, (u_i, v_i, w_i) 为第 i 个单元的质心坐标,式(1)则变为:

$$F = \sum_{j=1}^M \sum_{i=1}^N \nabla \frac{Gm_i m_j}{\sqrt{(u_i - x_j)^2 + (v_i - y_j)^2 + (w_i - z_j)^2}} \quad (6)$$

2.1 程序设计思想

计算作用在 TM 上的自引力核心公式为式(6),在程序编写方面需要大量的循环与累加求和计算,并且需要输入 TM 与引力源质量坐标矩阵,因此,在编写程序上,采用数组矩阵运算代替循环求和,经比较,改进过的运行速度提升

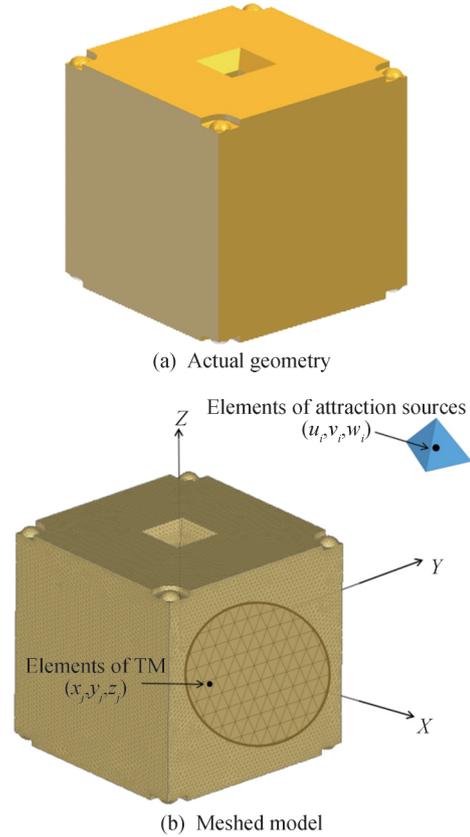


图 1 TM 示意

Fig. 1 Schematic of TM

75%, 程序设计思想如图 2 所示。

M_x, M_y, M_z 分别为绕 x, y, z 轴的引力矩, F_{xj}, F_{yj}, F_{zj} 分别为引力源对第 j 个 TM 单元沿 x, y, z 轴作用的引力, k 为 TM 质心坐标矩阵, a_x, a_y, a_z 分别为沿 x, y, z 轴的线加速度, α, η, φ 分别为绕 x, y, z 轴的角加速度。

为验证程序的正确性,采用距离 TM 125 mm 处 $50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm} \times 50 \text{ mm}$ 的立方体作为试验引力源,分别采用 5 种方法计算试验引力源对 TM 的引力:①理论计算,即利用式(1)进行计算;②将 TM 和引力源都看作质点;③将引力源离散处理, TM 看作质点;④基于有限元法的程序计算(立方体近似 TM);⑤基于有限元法的程序计算(具有几何特征的 TM),如图 3 所示,计算结果如表 1 所示。计算结果表明,将 TM 看作质点计算其受到的引力误差较大,无法满足高精度要求;采用基于有限元法的程序计算的误差约为 0,能够满足计算要求;立方体近似

TM 与具有实际几何形状的 TM 之间具有一定 的误差,验证了程序的正确性。

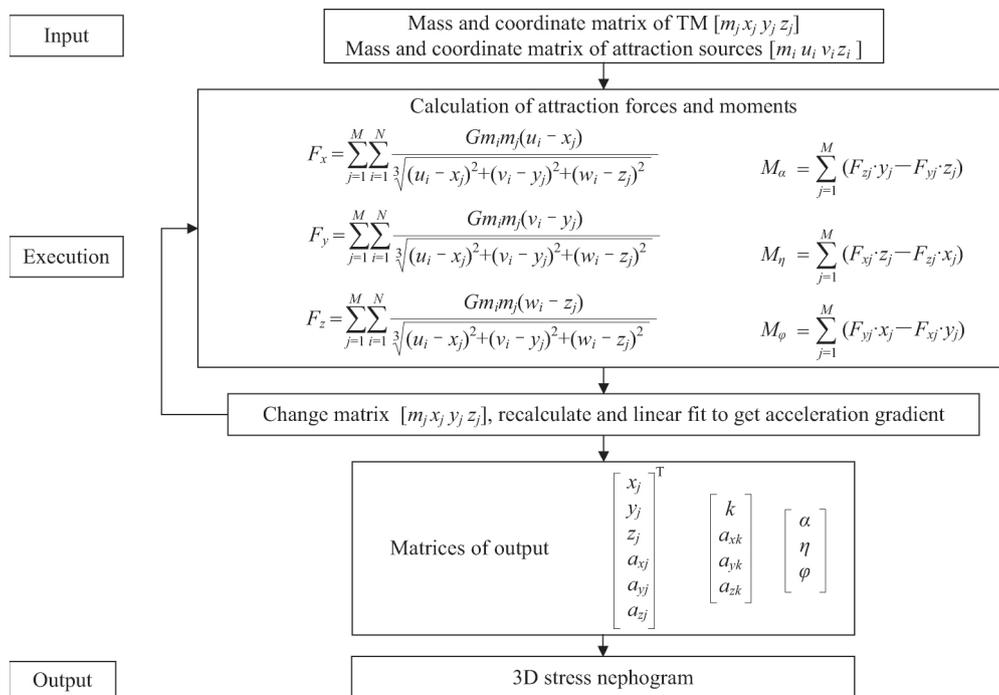


图 2 程序设计流程
Fig. 2 Flowchart of programme design

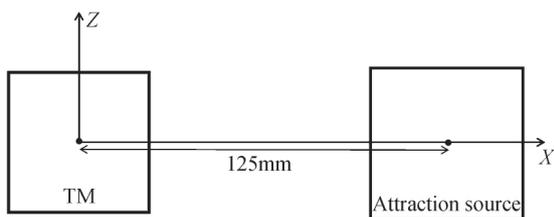


图 3 程序验证示意
Fig. 3 Schematic diagram of programme verification

表 1 程序验证结果
Table 1 Results of programme verification

Method	Calculation formula	Value/ (10 ⁻⁸ m · s ⁻²)	Relative error/%
1	Formula(1)	1.0528	—
2	$a = \frac{Gm_s}{r^2}$	1.0561	0.313
3	$a = \sum_{i=1}^N Gm_i \cdot \frac{1}{(\sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2})^3} x_i$	1.0542	0.133
4	Formula(6)	1.0528	0
5	Formula(6)	1.0531	0.028

2.2 网格划分

在利用有限元法计算自引力过程中,核心思

想为质点近似,即用离散的点代替连续的结构,为了保证计算的准确度,对于网格划分的大小具有严格的限制。理论上,划分的网格越小,计算精度会相对提高,但是随着网格变小,网格数量会指数增长,相应的计算时间急剧增加。由式(2)可知,作用在 TM 上的自引力遵循距离平方反比定律,因此,在保证相同计算精度的前提下,将距离 TM 近的引力源划分较小网格,距离 TM 远的引力源划分较大网格,以减小计算时间。

以具有一定体积大小的引力源为试验对象,分别应用式(1)式(6)计算理论自引力值与质点近似值,保证计算误差 0.01% 之内,得出引力源-TM 距离与网格划分大小之间的关系,如图 4 所示。

根据图 4,拟合出的曲线方程式为:

$$f = 0.59 + 0.82 \times [1 - \exp(-r/66.37)] \tag{7}$$

式中: f 为网格划分大小; r 为引力源-TM 距离。

拟合优度 R^2 为 98.56%。根据图 4,划分引力参考传感器网格,共 28 457 092 个,如图 5 所示。

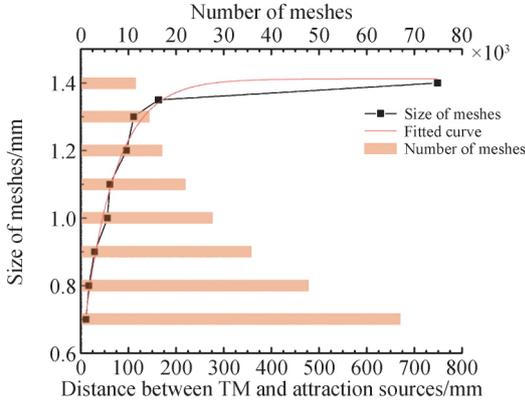


图 4 引力源-TM 距离与网格划分大小关系
Fig 4 Relation between attraction sources-TM and mesh size

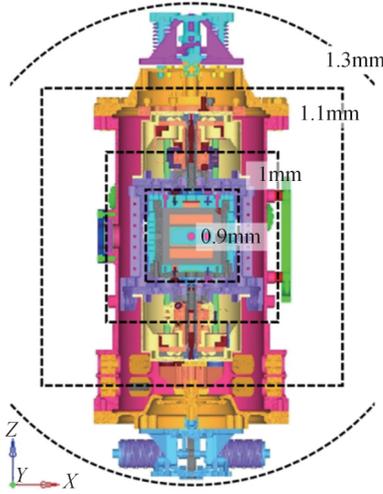


图 5 引力参考传感器网格划分
Fig 5 Meshes of GRS

3 仿真计算结果

基于有限元法引力参考传感器自引力计算流程如图 6 所示,以几何模型为基础划分网格,以质量坐标矩阵为程序输入计算自引力及自引力矩,根据文献[19]提出的计算引力梯度方法,线性近似拟合后得到引力梯度。最后,可以根据需求提取数据进行三维云图显示 TM 受引力情况。

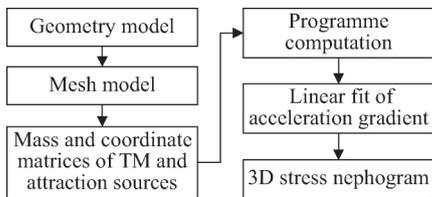


图 6 基于有限元法的自引力计算流程
Fig 6 Flow path of self-gravity calculation based on FEM

经过计算,得到作用在 TM 上的线加速度为:

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.6601 \times 10^{-10} \\ -3.2741 \times 10^{-11} \\ 1.3803 \times 10^{-9} \end{bmatrix} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \quad (8)$$

作用在 TM 上的角加速度为:

$$\begin{bmatrix} \alpha \\ \eta \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5.1129 \times 10^{-12} \\ -2.5660 \times 10^{-10} \\ -3.8781 \times 10^{-11} \end{bmatrix} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2} \quad (9)$$

线性拟合引力梯度如图 7 所示,经计算,作用在 TM 上的引力梯度为:

$$\begin{bmatrix} \omega_{0,xx}^2 \\ \omega_{0,yy}^2 \\ \omega_{0,zz}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.3534 \times 10^{-7} \\ 1.3834 \times 10^{-7} \\ 2.7379 \times 10^{-7} \end{bmatrix} \text{ s}^{-2} \quad (10)$$

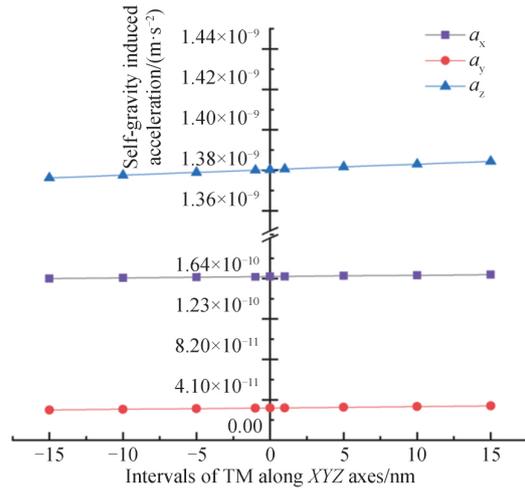


图 7 引力梯度拟合
Fig 7 Linear fit of acceleration gradient

作用在 TM 上的引力分量示意如图 8 所示,图 8(a)(b)(c)(d)分别为 GRS 内部引力源作用在 TM 上的沿 x 、 y 、 z 轴自引力分量大小和总自引力大小,图 8(e)(f)(g)(h)分别为仅电极笼组件作用在 TM 上的沿 x 、 y 、 z 轴自引力分量大小和总自引力大小。可以发现,对于 x 和 y 方向的自引力分量,GRS 内部全部引力源与仅电极笼组件对 TM 的影响几乎一致,因为在这两个方向,电极笼组件外部无多余组件。因此保证电极笼组件的对称性可以减小 TM 所受自引力大小;在 z 轴方向上,由于 TM 上下设置了锁紧和释放机构及电气接口,增加了质量的不对称性,仅电极笼组件的作用与 GRS 内部全部引力源的作用相比变化较大。此外,可以发现,8 个

顶点有几何“突变”的位置受力较大,这也与文献 [20]的结论一致。

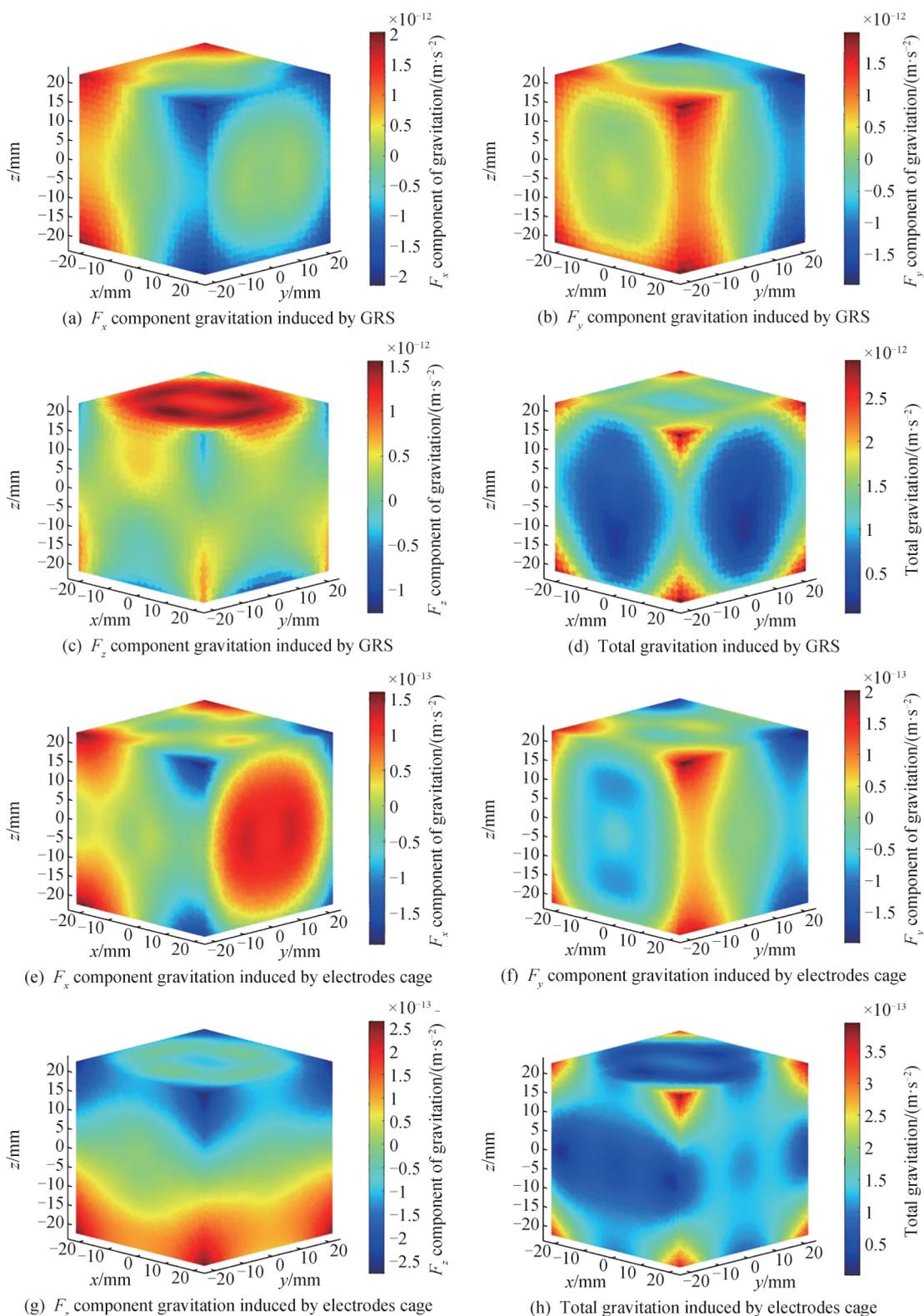
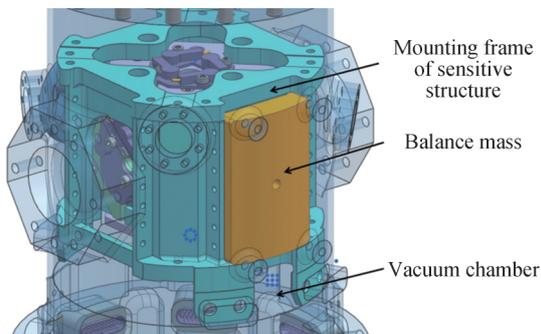


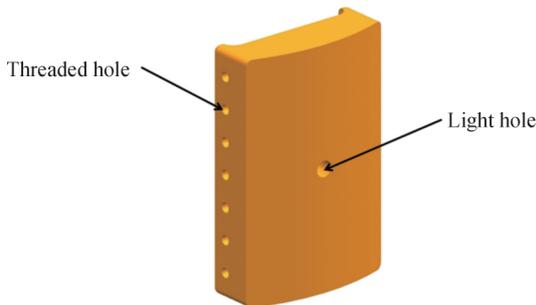
图 8 TM 受力示意
Fig 8 TM stress nephogram

4 自引力补偿

由计算结果可知,由自引力引起的加速度噪声与引力梯度并不满足要求,需要进行引力补偿。总体补偿可分为引力参考传感器内部补偿、引力参考传感器外部补偿和航天器补偿三级补偿^[21]。针对本研究,设计引力参考传感器内部补偿,如图 9 所示。为了减轻补偿块的质量,补偿块应靠近 TM,并且尽可能利用真空腔体的内部空间,因此补偿块安装在敏感结构安装架与真空腔体之间的空间,利用敏感结构安装架固定。此外,补偿块的材料应该满足密度大、加工性强、热弹性系数低、无磁性等条件,选用铜钨合金作为补偿块的材料^[22]。



(a) Schematic of installation location of balance mass



(b) Schematic of balance mass

图 9 引力参考传感器内部补偿设计
Fig. 9 Internal compensation design of GRS

因为空间限制,在敏感轴方向,补偿块能补偿的加速度最大为 $1.4 \times 10^{-8} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,补偿块的大小应视需要补偿的加速度大小设计。经过补偿并且重新计算,TM 在敏感轴方向的自引力加速度为 $9.2377 \times 10^{-12} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,引力梯度为 $-2.5691 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$,如图 10 所示,满足设计要求。

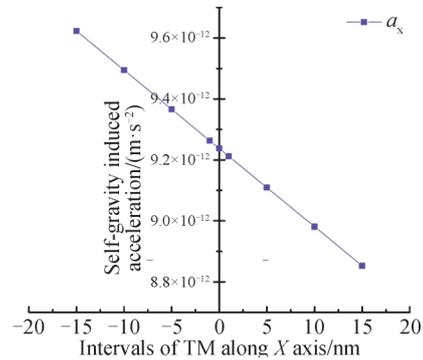


图 10 补偿后引力梯度拟合
Fig. 10 Linear fit of acceleration gradient after compensation

5 结论

1) 针对 TM 与引力源几何形状的不规则性,基于有限元法编写程序计算了引力参考传感器中的引力源作用在检验质量上的线加速度、角加速度和引力梯度,为了缩短计算时间,在 0.01% 误差之内,提出“类自适应”网格划分方法以减小网格数量。

2) 自引力大小取决于相对 TM 的质量对称性,与质量大小无关。经计算,在 TM 位置沿敏感轴方向由自引力引起的加速度为 $-1.6601 \times 10^{-10} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,引力梯度为 $1.3534 \times 10^{-7} \text{ s}^{-2}$ 。设计第一级补偿并重新计算,补偿后由自引力引起的加速度为 $9.2377 \times 10^{-12} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$,引力梯度为 $-2.5691 \times 10^{-8} \text{ s}^{-2}$,满足设计要求。

3) 由于引力波动主要考虑航天器的热形变、活动部件的移动以及推进剂的减少,目前针对引力参考传感器尚未计算引力波动。下一步,将进行 GRS 的热形变分析,计算引力波动。此外,将进一步优化代码,提高运行速度。

参考文献 (References)

- [1] MISNER C W, THORNE K S, WHEELER J A. Gravitation[M]. London: Macmillan Publishers Limited, 1973;941-1040.
- [2] WEINBERG S. Gravitation and cosmology: principles and applications of the general theory of relativity[J]. Physics Today, 1973;57-58.
- [3] ABBOTT B P, ABBOTT R, ABBOTT T, et al. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger [J]. Physical Review Letters, 2016, 116 (6):061102.

- [4] DANZMANN K, RÜDIGER A. LISA technology-concept, status, prospects [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2003, 20(10):S1.
- [5] DANZMANN K. LISA: laser interferometer space antenna for gravitational wave measurements [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 1996, 13(11A):A247.
- [6] HU W R, WU Y L. Taiji program in space for gravitational wave physics and nature of gravity [J]. *National Science Review*, 2017, 4(5):685-686.
- [7] LUO J, CHEN L S, DUAN H Z, et al. TianQin: a spaceborne gravitational wave detector [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2016, 33(3):035010.
- [8] DOLESI R, BORTOLUZZI D, BOSETTI P, et al. Gravitational sensor for LISA and its technology demonstration mission [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2003, 20(10):S99.
- [9] CAVALLERI A, DOLESI R, FONTANA G, et al. Progress in the development of a position sensor for LISA drag-free control [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2001, 18(19):4133-4144.
- [10] MERKOWITZ S M, HAILE W B, CONKEY S, et al. Self-gravity modelling for LISA [J]. *Classical Quantum Gravity*, 2005, 22(10):S395.
- [11] MERKOWITZ S M, CONKEY S, HAILE W B, et al. Structural, thermal, optical and gravitational modelling for LISA [J]. *Classical Quantum Gravity*, 2004, 21(5):S603.
- [12] BRANDT N, FICHTER W, KERSTEN M, et al. End-to-end modeling for drag-free missions with application to LISA Pathfinder [J]. *IFAC Proceedings Volumes*, 2004, 37(6):241-246.
- [13] GOPSTEIN A M, HAILE W B, MERKOWITZ S M. Self-gravity analysis and visualization tool for LISA [J]. *AIP Conference Proceedings*, 2006, 873(1):571-575.
- [14] SWANK A J. Gravitational mass attraction: properties of a right-angled parallelepiped for the LISA drag-free system [J]. *Classical Quantum Gravity*, 2006, 23(10):3437.
- [15] NICOLODI D. Toward a third generation torsion pendulum for the femto newton level testing of free fall in the laboratory [D]. Trento: University of Trento, 2007:17-18.
- [16] 罗子人, 白嫻, 边星, 等. 空间激光干涉引力波探测 [J]. *力学进展*, 2013, 43(4):415-447.
- LUO Z R, BAI S, BIAN X, et al. Gravitational wave detection by space laser interferometry [J]. *Advances in Mechanics*, 2013, 43(4):415-447 (in Chinese).
- [17] MANCE D. Development of electronic system for sensing and actuation of test mass of the inertial sensor LISA [D]. Split: University of Split, 2012:22-23.
- [18] GERNDT R. LTP-LISA technology package: development challenges of a spaceborne fundamental physics experiment [J]. *Journal of Physics: Conference Series*, 2009, 154(1):012007.
- [19] TEAM L S. Study of the LISA final technical report [R]. Paris: European Space Agency, 2000:5-49.
- [20] SWANK A J. Gravitational mass attraction: properties of a right-angled parallelepiped for the LISA drag-free system [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2006, 23(10):3437.
- [21] ARMANO M, AUDLEY H, AUGER G, et al. Constraints on LISA Pathfinder's self-gravity: design requirements, estimates and testing procedures [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2016, 33(23):235015.
- [22] EVANS J P. Plan for compensation of self-gravity on ST-7/DRS [J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2005, 22(10):S177.

作者简介:

高志勇(1999—),男,硕士研究生,研究方向为空间惯性传感器, gaozhiyong21@mails.ucas.ac.cn。

王智(1978—),男,研究员,研究方向为空间弱力测量, wz070611@126.com。

(编辑:高珍)