



控制理论与应用
Control Theory & Applications
ISSN 1000-8152, CN 44-1240/TP

《控制理论与应用》网络首发论文

题目：激光通信快速反射镜系统辨识与平衡截断
作者：张建强，孙崇尚，吴佳彬，李智斌，周克敏
收稿日期：2022-08-31
网络首发日期：2023-11-15
引用格式：张建强，孙崇尚，吴佳彬，李智斌，周克敏. 激光通信快速反射镜系统辨识与平衡截断[J/OL]. 控制理论与应用.
<https://link.cnki.net/urlid/44.1240.tp.20231114.1414.052>



网络首发：在编辑部工作流程中，稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶段。录用定稿指内容已经确定，且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期刊特定版式（包括网络呈现版式）排版后的稿件，可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定；学术研究成果具有创新性、科学性和先进性，符合编辑部对刊文的录用要求，不存在学术不端行为及其他侵权行为；稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、出版的技术标准，正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。为确保录用定稿网络首发的严肃性，录用定稿一经发布，不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容，只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认：纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊（光盘版）》电子杂志社有限公司签约，在《中国学术期刊（网络版）》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版，以单篇或整期出版形式，在印刷出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊（网络版）》是国家新闻出版广电总局批准的网络连续型出版物（ISSN 2096-4188，CN 11-6037/Z），所以签约期刊的网络版上网络首发论文视为正式出版。

激光通信快速反射镜系统辨识与平衡截断

张建强^{1,2}, 孙崇尚^{2†}, 吴佳彬³, 李智斌², 周克敏^{1,2}

- (1. 南京大学高端控制与智能运维研发中心, 江苏 苏州 215163;
2. 山东科技大学 电气与自动化工程学院, 山东 青岛 266590;
3. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130025)

摘要: 音圈电机快速反射镜是激光通信精跟踪的执行机构, 其柔性结构与双轴耦合特性会导致系统谐振模式增多、模型阶次高等复杂控制问题, 基于递推最小二乘等传统辨识方法建立精确模型是十分困难的, 难以满足高精度控制器的设计要求. 对于该问题, 本文提出了基于Hankel矩阵模型解算与平衡截断建立高精度模型的方法. 首先, 根据系统激励序列与响应序列建立Hankel矩阵, 其奇异值分解确定模型阶次, 可观、可控矩阵解算确定模型参数; 其次, 建立系统的平衡实现, 并基于平衡截断原理完成模型降阶. 本文从频率特性角度评价了系统模型的辨识精度, 结果表明, 相比于经典的模型辨识方法, 本文建立的系统模型阶次更低且辨识精度更高, 充分满足现代理论高性能控制系统的设计与应用要求.

关键词: 激光通信; 音圈电机快速反射镜; 系统辨识; 平衡截断.

引用格式: 张建强, 孙崇尚, 吴佳彬, 李智斌, 周克敏. 激光通信快速反射镜系统辨识与平衡截断. 控制理论与应用, 2023, 40(x): 1 - 9. DOI: 10.7641/CTA.2023.20770

System Identification and Balanced Truncation of Fast Steering Mirror for Laser Communication

ZHANG Jian-qiang^{1,2}, SUN Chong-shang^{2†}, WU Jia-bin³, LI Zhi-bin², ZHOU Ke-min^{1,2}

- (1. Center for Advanced Control and Smart Operations, Nanjing University, Suzhou Jiangsu, 215163, China;
2. College of Electrical Engineering and Automation, Shandong University of Science and Technology, Qingdao Shandong 266590, China;
3. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Science, Changchun Jilin 130025, China)

Abstract: The voice coil actuator fast steering mirror is an actuator for precise tracking of laser communication, its flexible structure and dual-axis coupling characteristics must lead to complex control problems with increasing resonant modes and higher model order. Traditional identification methods, such as recursive least squares, struggle to establish accurate models that meet the requirements for high-precision controller design. For this problem, this paper proposed a method to build a high-precision model for fast steering mirrors based on the Hankel matrix model solution and balanced truncation. Firstly, the Hankel matrix can be established according to the system excitation sequence and response sequence, the model order can be determined according to the singular value decomposition, and the model parameters are determined based on the observable and controllable matrix solution. Secondly, the system's balanced realization can be established, and the model order can be reduced based on the principle of balanced truncation; the identification accuracy of the system model was compared from the frequency characteristics. The results showed that compared to the classical identification method, the system model established in this paper had lower order and higher identification accuracy. This approach fully satisfies the design and application requirements of modern theoretical high-performance control systems.

Key words: laser communication; voice coil actuator fast steering mirror; system identification; balanced truncation

Citation: ZHANG Jianqiang, SUN Chongshang, WU Jiabin, LI Zhibin, ZHOU Kemin. System Identification and Balanced Truncation of Fast Steering Mirror for Laser Communication. *Control Theory & Applications*, 2023, 40(x): 1 - 9. DOI: 10.7641/CTA.2023.20770

收稿日期: 2022-08-31; 录用日期: 2023-06-26.

†通信作者. E-mail: sun2007cn@163.com.

本文责任编辑: 岳东

山东省自然科学基金项目(No.ZR2021QF117, No.ZR2021QF140), 国家自然科学基金项目(No.61933006, and No.52227811), 空间智能控制技术国防重点实验室基金(No.2021-JCJQ-LB-010-06) 资助.

Supported by the National Natural Science Foundation of Shandong Province(No.ZR2021QF117, No.ZR2021QF140) and the National Natural Science Foundation of China (No.61933006, No.52227811), supported by Science and Technology on Space Intelligent Control Laboratory (No.2021-JCJQ-LB-010-06).

1 引言

激光通信是一种以激光为信息载体的通信技术,具有容量大、功耗低、抗干扰能力强等优点,在大数据高速通信领域具有广阔的应用空间^[1].在空间、海洋等复杂环境下,激光通信系统终端间捕获、瞄准、跟踪技术(Acquisition, Tracking and Pointing, ATP)是建立激光通信链路的关键技术^[2].基于音圈电机驱动的快速反射镜(Voice Coil Actuator-Fast Steering Mirror, VCA-FSM)具有偏转角度大、分辨率高、动态性能好等优点,是 ATP 控制技术的关键执行机构,其伺服控制精度、闭环带宽以及抗扰动能力决定了激光通信链路的精度、稳定性^[3].

不同于激光通信系统粗跟踪力矩电机等刚性控制机构, VCA-FSM 以柔性铰链支撑光学镜体^{[4][5]}.具有响应速度快、结构简单等优点,但是该柔性支撑结构会导致系统存在多阶谐振模态,甚至会放大非线性扰动的影响,进而影响闭环控制的精度与动态性能^{[6][7]}. VCA-FSM 由相互垂直的两对音圈电机驱动反射镜实现水平与垂直二自由度偏转控制^[8],但是在机械装调中水平与垂直方向的音圈电机绝对垂直是不切实际的,其复杂的耦合扰动会严重影响 FSM 控制精度和动态性能.对于上述问题,以 PID 为代表的传统控制算法难以解决柔性谐振模态与耦合扰动问题, VCA-FSM 的高精度、高带宽伺服控制依赖于鲁棒控制、自抗扰、滑模控制等现代控制算法的研究与应用^[9], VCA-FSM 柔性结构与耦合特性的精确建模是先进控制理论应用的前提和关键条件.

目前,控制工程领域系统辨识方法应用最广泛的方法有动力学模型辨识^[10]、递推最小二乘及其改进算法^[11]、卡尔曼滤波算法^[12]、子空间模型辨识方法^{[13][14]}、以及基于 Hankel 矩阵数值解算的模型辨识方法^{[16][17]}.其中,卢洁莹等人^[15]针对小口径天线伺服系统提出了阶跃响应快速辨识方法,并建立了基于系统伪随机相应谱密度函数的模型品质评价方法;夏培培等人^[16]开展了基于 Hankel 矩阵奇异值分解的特征系统实现辨识方法的研究,对 2m 口径望远镜消旋 K 镜转台的单输入单输出模型的阶次与参数进行了精确辨识;闻成等人^[17]提出了基于 Hankel 矩阵的脉冲响应与特征模型实现算法结合的系统模型辨识方法,对大口径射电望远镜进行了精确辨识,得到了包括柔性模态的高精度单输入单输出模型.综上所述,脉冲响应以及 Hankel 矩阵的特征系统实现等辨识方法可建立高品质系统模型,上述研究工作对于 VCA-FSM 的辨识具有指导性.此外, VCA-FSM 模型的辨识要充分考虑柔性支撑结构与耦合特性等复杂问题,基于 Hankel 矩阵特征系统实现的计算方法如何精确辨识 VCA-FSM 的二输入二输出模型是本文研究的重点问题.

对于上述问题,本文分别从二输入二输出系统的模型辨识、模型降阶两方面开展了研究工作,提出了基于 Hankel 矩阵数值解算的 VCA-FSM 双轴耦合系统辨识方法,得到了精确的线性模型与耦合模型;但是该模型状态方程阶次较高,先进控制算法的设计仍面临较大的技术难度,对于该问题,本文开展了系统平衡实现与平衡截断方法研究,在模型频率特性精度损失较小的情况下实现了高阶系统模型的降阶.本文研究工作对于 VCA-FSM 先进控制系统的设计与实践具有重要意义.

2 VCA-FSM 工作原理

VCA-FSM 结构如图 1 所示,其由反射镜面、支撑结构、驱动结构、位置检测器件等组成,其支撑结构为柔性铰链,具有响应速度快等优点;驱动机构为互为对角线且垂直放置的两对音圈电机.

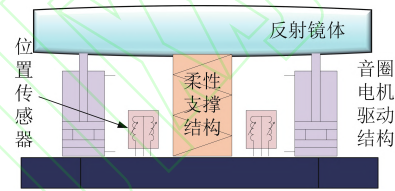


图 1 VCA-FSM 机械结构图

Fig. 1 VCA-FSM mechanical structure diagram

2.1 VCA-FSM 耦合运动及模型辨识原理

实际中, VCA-FSM 的运动特性比较复杂,具体表现在以下两点:其一,基于柔性铰链作为 FSM 支撑结构,其工作轴转动方向的刚度远小于非工作方向,导致在低频段存在多阶谐振环节;其二, X 轴、Y 轴的机械装调难以保证绝对的垂直角度,且柔性支撑结构难以保证回转轴线的绝对垂直,因此, FSM 运动过程中两轴复杂的耦合是影响 VCA-FSM 伺服控制精度的主要问题.而基于运动与电气特性建立的机理模型不能准确表述 VCA-FSM 结构中柔性特性与耦合特性等因素,不能满足高精度控制系统的设计要求.

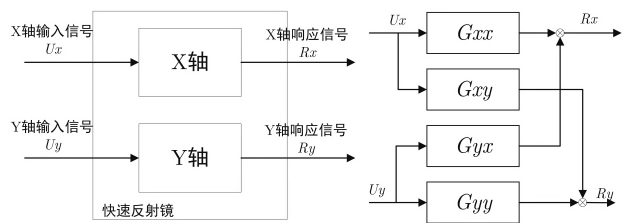


图 2 VCA-FSM 原理模型

Fig. 2 VCA-FSM principal model

如图 2 所示为 VCA-FSM 的原理模型,其具体为 X 轴模型、Y 轴模型以及两轴耦合模型,系统模型如公式(1)所示,

$$\begin{bmatrix} R_x(s) \\ R_y(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{xx}(s) & G_{yx}(s) \\ G_{xy}(s) & G_{yy}(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_{\theta x}(s) \\ U_{\theta y}(s) \end{bmatrix}. \quad (1)$$

因此, VCA-FSM 的系统模型辨识可理解为对 G_{xx} 、 G_{xy} 与 G_{yx} 、 G_{yy} 模型的阶次与参数辨识. 伪随机二值数据具有数据量少、频谱信息丰富等优点, X 轴与 Y 轴同时激励伪随机信号可精确测量系统频率特性, 但是实际中, 难以获得两个完全不相关的测试信号序列, 因此, 本文关于 VCA-FSM 的系统辨识为两个单输入双输出系统(SIDO)的辨识与平衡实现, 技术方法如图3所示.

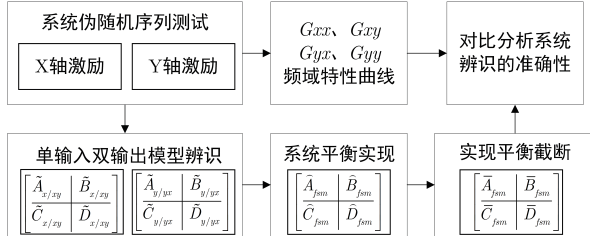


图3 VCA-FSM 模型辨识技术方法

Fig. 3 VCA-FSM model identification technology method

3 VCA-FSM系统辨识关键方法

3.1 系统频域特性解算方法

假设 1 VCA-FSM 为线性时不变离散系统, 其模型记为 G , 系统激励信号记为 $U_i(kT)$, FSM 中 X 轴与 Y 轴的响应记为 $R(kT) = [R_x(kT), R_y(kT)]$, 其中 $k = 1, \dots, n$, T 为数字系统的采样时间.

将轴上的激励信号与 X 轴、 Y 轴响应信号分别进行离散傅里叶变换可得到相应的频域数据 $U_i(\omega)$, $[R_x(\omega), R_y(\omega)]$, 分别计算激励与各轴响应的功率谱密度函数, 如公式(2)所示,

$$\begin{aligned} P_u(\omega) &= \frac{2}{nT} \sum_{i=1}^n |U_i(\omega)|^2, \\ P_x(\omega) &= \frac{2}{nT} \sum_{i=1}^n |R_x(\omega)|^2, \\ P_y(\omega) &= \frac{2}{nT} \sum_{i=1}^n |R_y(\omega)|^2, \end{aligned} \quad (2)$$

由此可分别计算激励与 X 轴、 Y 轴响应信号的相关功率谱密度函数, 如公式(3)所示,

$$\begin{aligned} P_{ux}(\omega) &= \frac{2}{nT} \sum_{i=1}^n U_i^*(\omega) R_x(\omega), \\ P_{uy}(\omega) &= \frac{2}{nT} \sum_{i=1}^n U_i^*(\omega) R_y(\omega), \end{aligned} \quad (3)$$

因此, 系统功率谱估计函数与相干函数可记为,

$$\begin{aligned} G_x(\omega) &= \frac{P_{ux}(\omega)}{P_u(\omega)}, \varphi_x(\omega) = \frac{|P_{ux}(\omega)|^2}{P_u(\omega)P_x(\omega)}, \\ G_y(\omega) &= \frac{P_{uy}(\omega)}{P_u(\omega)}, \varphi_y(\omega) = \frac{|P_{uy}(\omega)|^2}{P_u(\omega)P_y(\omega)}, \end{aligned} \quad (4)$$

由此确定系统的对数幅频、相频特性曲线.

3.2 系统模型与Hankel矩阵

FSM 在 X 轴和 Y 轴激励信号下 X 轴与 Y 轴响应的离散状态空间模型如公式(5)所示,

$$\begin{cases} x((k+1)T) = Ax(kT) + Bu(kT), \\ r(kT) = Cx(kT) + Du(kT), \end{cases} \quad (5)$$

公式中, $x(kT) \in R^n$ 为系统 X 轴与 Y 轴的状态, $u(kT) \in R^2$ 为系统激励信号, 具体为 X 轴激励信号或 Y 轴激励信号, $r(kT) \in R^2$ 为 X 轴与 Y 轴的测量信号, T 表示为数字系统采样时间, $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times 2}$, $C \in R^{2 \times n}$, $D \in R^{2 \times 2}$ 为系统的参数矩阵, 则 VCA-FSM 在单轴激励下 X 轴与 Y 轴传递函数可记为:

$$\begin{aligned} G(z) &= [G_x(z), G_y(z)]^T = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \\ &= C(zI - A)^{-1}B + D \\ &= D + CBz^{-1} + CAB^{-2} + CA^2B^{-3} + \dots, \end{aligned} \quad (6)$$

定义: 公式(13)所示的状态方程, 其能观矩阵 OM 和可控矩阵 CM 分别定义为:

$$\begin{cases} OM = \begin{bmatrix} C^T \dots (CA^{p-1})^T \dots (CA^{n-1})^T \end{bmatrix}^T, \\ CM = \begin{bmatrix} B \dots A^{p-1}B \dots A^{n-1}B \end{bmatrix}, \end{cases} \quad (7)$$

其中, p 为系统的阶次.

假设 2 FSM 的初始状态为 $x = 0$, 系统输入的脉冲序列记为 $u(0) = 1, u(kT) = 0 (k = 1, 2, \dots, n)$, 则系统的脉冲响应为

$$\begin{aligned} r(kT), k = 0, 1, 2, 3, \dots, n, r(0) = D, \\ r(T) = CB, r(2T) = CAB, \dots, r(kT) = CA^{k-1}B, \end{aligned} \quad (8)$$

该公式表示系统的马尔可夫参数, 根据公式(7)所示的能观、可控矩阵, 可推算出下述公式

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} r(T) & r(2T) & \dots & r(nT) \\ r(2T) & r(3T) & \dots & r((n+1)T) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(nT) & r((n+1)T) & \dots & r((2n-1)T) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (9)$$

该公式定义为系统的 Hankel 矩阵.

3.3 系统数学模型阶次与参数的辨识

3.3.1 系统的阶次

引理 1 根据文献^[18], 设系统的阶次为 d , 且 $d < n$, 当且仅当 Hankel 矩阵的秩为 d .

因此,根据引理1,系统模型的阶次可由 Hankel 矩阵的秩决定.但是,在实际系统中,传感器的测量噪声会导致 Hankel 矩阵的秩会大于系统的阶次 d ,影响模型阶次的判断.本论文认为系统的响应数据具有较高的信噪比,可基于 Hankel 矩阵的奇异值确定模型的阶次,其中较大的奇异值由系统模态确定,较小的奇异值是由测量噪声引起的,因此, Hankel 矩阵中较大的奇异值数量可认定为系统模型的阶次^[15].公式(10)所示的基于脉冲响应数据建立的 Hankel 矩阵的奇异值分解如下公式所示,

$$\begin{bmatrix} r(T) & r(2T) & \cdots & r(nT) \\ r(2T) & r(3T) & \cdots & r((n+1)T) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r(nT) & r((n+1)T) & \cdots & r((2n-1)T) \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$= U \text{diag} \{ \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n \} V^T,$$

其中, $U^T U = I, V^T V = I, \sigma_{k-1}$ 为系统 Hankel 矩阵的奇异值,若 $\sigma_k \gg \sigma_{k+1}$, 则 k 可认定为系统模型的阶次,而实际系统中,脉冲响应含有测量噪声,记为

$$r(nT) = r_i(nT) + \omega(nT), \quad (11)$$

公式中, $\omega(nT)$ 为脉冲响应的噪声分量,根据论文^[15]可知,若适当减小 Hankel 矩阵的维度可有效降低测量噪声对奇异值解算的影响,一般情况下, Hankel 矩阵的维度可设计为脉冲响应序列趋近于零的数据长度,因此,系统 Hankel 矩阵奇异值分解计算如下,

$$\begin{aligned} & U \text{diag} \{ \sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n \} V^T \\ &= \begin{bmatrix} U_1 & U_2 \end{bmatrix} \text{diag} \{ \Sigma_1, \Sigma_2 \} \begin{bmatrix} V_1 & V_2 \end{bmatrix}^T \quad (12) \\ &= U_1 \Sigma_1 V_1^T + U_2 \Sigma_2 V_2^T \approx U_1 \Sigma_1 V_1^T. \end{aligned}$$

3.3.2 系统的参数

根据公式(10)所示的可观、可控矩阵以及公式(11)、(12)所示的 Hankel 矩阵奇异值分解解算法,可得,

$$\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \approx U_1 \Sigma_1 V_1^T, \quad (13)$$

由此可得

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} C^T (CA)^T \cdots (CA^{n-1})^T \\ \vdots \end{bmatrix} \\ = U_1 \text{diag} \{ \sqrt{\sigma_1} \cdots \sqrt{\sigma_r} \} = U_1 \sqrt{\Sigma_1}, \\ \begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \\ = \text{diag} \{ \sqrt{\sigma_1} \cdots \sqrt{\sigma_r} \} V_1^T = \sqrt{\Sigma_1} V_1^T, \end{cases} \quad (14)$$

公式中, r 由脉冲响应序列趋近于0的数据长度决定,可确定系统辨识 C 与 B 的参数如下,

$$\begin{cases} C = (U_1 \sqrt{\Sigma_1})_{E^2}, \\ B = (\sqrt{\Sigma_1} V_1^T)_{E^1}, \end{cases} \quad (15)$$

公式中 E^2 表示矩阵的前两行, E_1 表示矩阵的第一列.根据公式(10),构建新的 Hankel 矩阵,如下所示,

$$\begin{aligned} H_1 &= \begin{bmatrix} r(2T) & r(3T) & \cdots & r((n+1)T) \\ r(3T) & r(4T) & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r((n+1)T) & \cdots & \cdots & r((2n)T) \end{bmatrix} \quad (16) \\ &= \begin{bmatrix} C^T & \cdots & (CA^{n-1})^T \end{bmatrix}^T A \begin{bmatrix} B & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix} \\ &\approx U_1 \sqrt{\Sigma_1} A \sqrt{\Sigma_1} V_1^T, \end{aligned}$$

由此可确定参数 A ,

$$A \approx (\sqrt{\Sigma_1})^{-1} U_1^T H_1 V_1 (\sqrt{\Sigma_1})^{-1}. \quad (17)$$

综上,根据公式(15)、(17)可确定离散系统的状态方程估计模型如公式(18)所示,其中 $R(0)$ 表示0矩阵.

$$\begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} \\ \tilde{C} & \tilde{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\sqrt{\Sigma_1})^{-1} U_1^T H_1 V_1 (\sqrt{\Sigma_1})^{-1} & (\sqrt{\Sigma_1} V_1^T)_{E^1} \\ (U_1 \sqrt{\Sigma_1})_{E^2} & R(0) \end{bmatrix}. \quad (18)$$

3.4 VCA-FSM的系统实现

根据公式(1)及图3所示的 VCA-FSM, 该系统的模型辨识具体为 X 轴、 Y 轴分别输入激励信号下的 X 与 Y 轴响应的离散系统辨识计算方法.假设, X 轴激励下, X 轴与 Y 轴耦合的离散系统实现为 $\begin{bmatrix} \tilde{A}_{x/xy} & \tilde{B}_{x/xy} \\ \tilde{C}_{x/xy} & \tilde{D}_{x/xy} \end{bmatrix}$, Y 轴激励下, X 轴耦合与 Y 轴的离散系统实现记为 $\begin{bmatrix} \tilde{A}_{y/yx} & \tilde{B}_{y/yx} \\ \tilde{C}_{y/yx} & \tilde{D}_{y/yx} \end{bmatrix}$.

则 VCA-FSM 的离散系统实现为:

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{fsm}^d & \tilde{B}_{fsm}^d \\ \tilde{C}_{fsm}^d & \tilde{D}_{fsm}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{x/xy} & R_A(0) & \tilde{B}_{x/xy} & R_B(0) \\ R_A(0) & \tilde{A}_{y/yx} & R_B(0) & \tilde{B}_{y/yx} \\ \tilde{C}_{x/xy} & \tilde{C}_{y/yx} & R(0) & \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\begin{cases} \tilde{A}_{x/xy} = [(\sqrt{\Sigma_1})^{-1} U_1^T H_1 V_1 (\sqrt{\Sigma_1})^{-1}]_{x/xy} \\ \tilde{A}_{y/yx} = [(\sqrt{\Sigma_1})^{-1} U_1^T H_1 V_1 (\sqrt{\Sigma_1})^{-1}]_{y/yx} \\ \tilde{B}_{x/xy} = [(\sqrt{\Sigma_1} V_1^T)_{E^1}]_{x/xy} \\ \tilde{B}_{y/yx} = [(\sqrt{\Sigma_1} V_1^T)_{E^1}]_{y/yx} \\ \tilde{C}_{x/xy} = [(U_1 \sqrt{\Sigma_1})_{E^2}]_{x/xy} \\ \tilde{C}_{y/yx} = [(U_1 \sqrt{\Sigma_1})_{E^2}]_{y/yx} \end{cases}, \quad (20)$$

且 $R_A(0)$ 为属于 $R^{n \times n}$ 的零矩阵, $R_B(0)$ 为属于 R_n 的零向量。

4 VCA-FSM的平衡实现与平衡截断

根据上述内容中模型阶次与参数的辨识方法,系统的阶次为分别激励 X 轴与 Y 轴下计算得到的模型阶次之和,而高阶模型会导致系统控制器结构复杂、数字控制系统实现困难等问题,因此,有必要对快速反射镜的高阶数学模型进行降阶。目前,基于系统平衡实现的平衡截断是一种有效的模型降阶方法^[19]。

注 1 本文下述内容在连续域开展研究,上文解算得到的离散系统数学模型基于 MATLAB 软件中 $d2c$ 函数解算为连续域数学模型后,可开展平衡实现与平衡截断的计算。

4.1 VCA-FSM的平衡实现

假设 3 VCA-FSM 的连续系统实现 $\begin{bmatrix} \tilde{A}_{fsm} & \tilde{B}_{fsm} \\ \tilde{C}_{fsm} & \tilde{D}_{fsm} \end{bmatrix}$ 为线性时不变系统,定义该系统的可控性格莱姆矩阵 P 与可观性格莱姆矩阵 Q 满足李雅普诺夫方程,且 P 和 Q 矩阵均为正定矩阵^[20]。

$$\begin{cases} \tilde{P}\tilde{A}_{fsm}^* + \tilde{A}_{fsm}\tilde{P} + \tilde{B}_{fsm}\tilde{B}_{fsm}^* = 0, \\ \tilde{Q}\tilde{A}_{fsm} + \tilde{A}_{fsm}^*\tilde{Q} + \tilde{C}_{fsm}\tilde{C}_{fsm}^* = 0. \end{cases} \quad (21)$$

假设 4 存在一个非奇异的矩阵 T ,满足系统状态的相似变换,则格莱姆可控与可观矩阵存在相似性变换: $\hat{P} = T\tilde{P}T^*$ 和 $\hat{Q} = (T^{-1})^*\tilde{Q}T^{-1}$,其中 $\hat{P}\hat{Q} = T\tilde{P}\tilde{Q}T^{-1}$ 。

由此可知,在状态等效变换后,格莱姆矩阵的特征值是保持不变的,可有如下特征向量分解:

$$\begin{cases} \hat{P}\hat{Q} = T\tilde{P}\tilde{Q}T^{-1} = T\Lambda T^{-1}, \\ \Lambda = \text{diag}(\lambda_1 I_{s1}, \dots, \lambda_N I_{sN}), \end{cases} \quad (22)$$

可得,可控性、可观性格莱姆矩阵乘积的特征值在相似变换前后是不变的,因此可以用 $\hat{P}\hat{Q}$ 的特征值来定义系统 Hankel 矩阵的奇异值。在最小实现的情况下,即使特征向量不是唯一的,但是也可以选出合适的特征向量满足,

$$\begin{cases} \hat{P} = T\tilde{P}T^* = \Sigma, \\ \hat{Q} = (T^{-1})^*\tilde{Q}T^{-1} = \Sigma, \end{cases} \quad (23)$$

其中, $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1 I_{s1}, \dots, \sigma_N I_{sN})$, $\Sigma^2 = \Lambda$,其对角元素 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_N \geq 0$,为系统 Hankel 矩阵的奇异值,这也就是系统的 Hankel 奇异值。此时,由公式(23)相似变换后的所求出的可控性和可观性格莱姆矩阵是相等的,即 $\hat{p} = \hat{q} = \Sigma$ 。 \hat{P} 和 \hat{Q} 仍满足李亚普诺夫方程,

$$\begin{cases} \hat{P}\hat{A}_{fsm}^* + \hat{A}_{fsm}\hat{P} + \hat{B}_{fsm}\hat{B}_{fsm}^* = 0 \\ \hat{Q}\hat{A}_{fsm} + \hat{A}_{fsm}^*\hat{Q} + \hat{C}_{fsm}\hat{C}_{fsm}^* = 0 \\ \hat{A}_{fsm} = T\tilde{A}_{fsm}T^{-1}, \hat{B}_{fsm} = T\tilde{B}_{fsm} \\ \hat{C}_{fsm} = \tilde{C}_{fsm}T^{-1}, \hat{D}_{fsm} = \tilde{D}_{fsm} \end{cases} \quad (24)$$

因此,可得系统的平衡实现为,

$$\hat{G}(s) = \begin{bmatrix} \hat{A}_{fsm} & \hat{B}_{fsm} \\ \hat{C}_{fsm} & \hat{D}_{fsm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T\tilde{A}_{fsm}T^{-1} & T\tilde{B}_{fsm} \\ \tilde{C}_{fsm}T^{-1} & \tilde{D}_{fsm} \end{bmatrix} \quad (25)$$

4.2 VCA-FSM系统平衡实现的截断

根据 Hankel 矩阵的奇异值进行模型的平衡截断,当奇异值存在 $\sigma_1 \geq \dots \geq \sigma_r \gg \sigma_{r+1} \geq \dots \geq \sigma_N$ 时意味着 $\sigma_{r+1} \dots \sigma_N$ 等状态对系统的频率特性影响较小,可基本忽略。此时,格莱姆矩阵 Σ 可表示为,

$$\begin{aligned} \Sigma &= \text{diag}(\sigma_1 I_{s1}, \dots, \sigma_r I_{sr}, \sigma_{r+1} I_{s(r+1)}, \dots, \sigma_N I_{sN}) \\ &= \text{diag}((\sigma_1 I_{s1}, \dots, \sigma_r I_{sr}), (\sigma_{r+1} I_{s(r+1)}, \dots, \sigma_N I_{sN})) \\ &= \text{diag}(\Sigma_1, \Sigma_2). \end{aligned} \quad (26)$$

VCA-FSM 的平衡实现可根据 Hankel 矩阵奇异值进行分块,取 r 为系统阶次,可得到平衡截断后的低阶模型实现,

$$\begin{aligned} \tilde{G}(s) &= \begin{bmatrix} \tilde{A}_{fsm} & \tilde{B}_{fsm} \\ \tilde{C}_{fsm} & \tilde{D}_{fsm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{A}_{12} & \tilde{B}_1 \\ \tilde{A}_{21} & \tilde{A}_{22} & \tilde{B}_2 \\ \tilde{C}_1 & \tilde{C}_2 & \tilde{D} \end{bmatrix} \\ &\approx \begin{bmatrix} \tilde{A}_{11} & \tilde{B}_1 \\ \tilde{C}_1 & \tilde{D} \end{bmatrix} = \bar{G}(s). \end{aligned} \quad (27)$$

5 VCA-FSM模型辨识实验

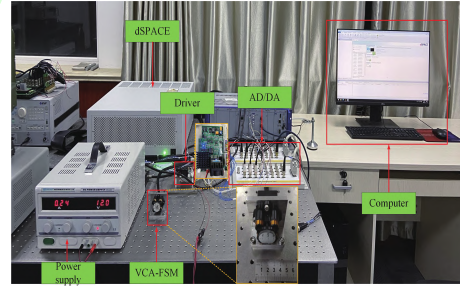


图 4 VCA-FSM 控制系统

Fig. 4 VCA-FSM control system

VCA-FSM 控制系统结构如图4所示,其中,FSM 有两对 45° 放置且垂直分布的音圈电机,反馈器件为基于四象限探测器的光电式测角元件;基于 dSPACE 设计 FSM 控制系统,数据采集频率为 10kHz 。在此条件下开展 VCA-FSM 开环频率特性测试实验,并建立 VCA-FSM 的模型。

5.1 VCA-FSM激励测试

伪随机二值序列具有频带宽、数据计算量少等优点,可作为 VCA-FSM 特性测试的激励信号。 X 轴与 Y 轴分别输入14阶次的伪随机序列,同时记录两轴的响应数据,实验结果如图5所示。(a)为 X 轴驱动器输入伪随机激励信号 X 轴与 Y 轴的响应序列,其中,红色为 X 轴响应,蓝色线为 Y 轴响应;(b)为 Y 轴在激励信号下的 Y 轴与 X 轴响应信号,其中,红色线为 Y 轴响应,蓝色线为 X 轴响应。由此可

知, VCA-FSM 系统中 X 轴与 Y 轴存在明显的耦合因素, 这是影响控制系统设计精度的主要因素和难点问题, 本文基于激励序列与响应序列开展模型辨识相关工作。

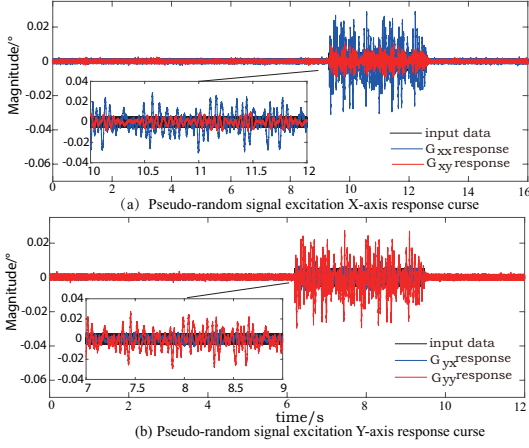


图 5 伪随机信号激励响应曲线

Fig. 5 Pseudo-random signal excitation response curve

注 2 VCA-FSM 从零信号激励下的静态转变为伪随机信号激励的动态过程中存在过渡过程, 会导致模型参数计算不准确, 因此, 本文设计两个周期的伪随机激励信号, 以第二周期信号作为模型的辨识序列。

5.2 VCA-FSM 的模型辨识

VCA-FSM 的模型辨识基于两组激励序列与相应序列开展计算, 首先分别确定 X 轴激励 X 与 Y 轴响应的模型实现、 Y 轴激励 X 轴与 Y 轴响应的模型实现 $\begin{bmatrix} \tilde{A}_{x/xy} & \tilde{B}_{x/xy} \\ \tilde{C}_{x/xy} & \tilde{D}_{x/xy} \end{bmatrix}$ 、 $\begin{bmatrix} \tilde{A}_{y/yx} & \tilde{B}_{y/yx} \\ \tilde{C}_{y/yx} & \tilde{D}_{y/yx} \end{bmatrix}$; 其次, 根据公式(19)确定系统实现 $\begin{bmatrix} \tilde{A}_{fsm} & \tilde{B}_{fsm} \\ \tilde{C}_{fsm} & \tilde{D}_{fsm} \end{bmatrix}$; 最后, 根据平衡截断方法完成模型降阶, 确定最终模型. 本文分别通过对频域特性曲线以及乘性不确定曲线对比分析 VCA-FSM 标称模型的辨识精度。

根据系统的激励数据与响应数据构建的 Hankel 矩阵, 求解奇异值如图6所示, 两个 SISO 系统的模型实现的阶次可为4阶. 由此, 根据公式(15)和(17)可确定离散模型实现为,

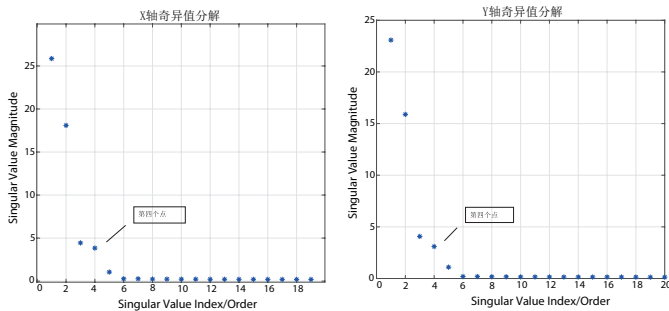


图 6 XY 轴 Hankel 矩阵的奇异值分解

Fig. 6 SVD of the XY-axis Hankel matrix

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{x/xy} & \tilde{B}_{x/xy} \\ \tilde{C}_{x/xy} & \tilde{D}_{x/xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9979 & 0.0132 & 0.0011 & 0.0006 & 0.3252 \\ -0.0134 & 0.9969 & 0.0016 & -0.0008 & 0.3290 \\ -0.0028 & -0.0042 & -0.9950 & 0.0135 & 0.2074 \\ -0.0007 & -0.0008 & -0.0143 & 0.9995 & 0.0529 \\ 0.3251 & -0.3051 & -0.0495 & -0.0406 & 0 \\ 0.0005 & 0.1233 & -0.2023 & 0.0351 & 0 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{y/yx} & \tilde{B}_{y/yx} \\ \tilde{C}_{y/yx} & \tilde{D}_{y/yx} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9978 & -0.0133 & 0.0011 & -0.0006 & -0.3149 \\ 0.0135 & 0.9967 & -0.0018 & -0.0008 & 0.3171 \\ -0.0029 & 0.0045 & 0.9950 & -0.0131 & -0.2011 \\ 0.0011 & -0.0014 & 0.0141 & 0.9992 & 0.0774 \\ -0.0270 & 0.0898 & 0.1990 & 0.0512 & 0 \\ -0.3134 & -0.3054 & 0.0234 & -0.0411 & 0 \end{bmatrix}, \quad (29)$$

可得 VCA-FSM 系统的离散域模型实现如公式(30)所示, 因此, VCA-FSM 的系统实现为8阶。

$$\begin{bmatrix} \tilde{A}_{fsm} & \tilde{B}_{fsm} \\ \tilde{C}_{fsm} & \tilde{D}_{fsm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{A}_{x/xy} & R_A(0) & \tilde{B}_{x/xy} & R_B(0) \\ R_A(0) & \tilde{A}_{y/yx} & R_B(0) & \tilde{B}_{y/yx} \\ \tilde{C}_{x/xy} & \tilde{C}_{y/yx} & \tilde{D}_{x/xy} & \tilde{D}_{y/yx} \end{bmatrix}. \quad (30)$$

5.3 VCA-FSM 系统实现的平衡截断

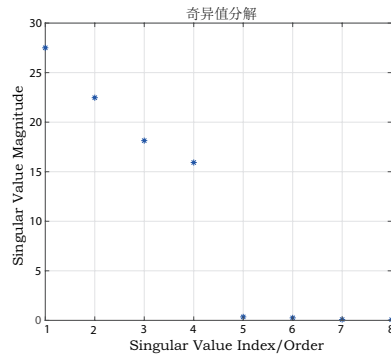


图 7 系统平衡实现奇异值分解

Fig. 7 SVD of the system's balanced realization

将公式(30)所示的离散系统连续化后, 根据公式(25)计算出连续域的平衡实现如公式(31)所示, VCA-FSM 平衡实现的奇异值分解如图7所示。

$$\begin{bmatrix} \hat{A}_{fsm} & \hat{B}_{fsm} \\ \hat{C}_{fsm} & \hat{D}_{fsm} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} & \hat{A}_{12} & \hat{B}_{11} & \hat{B}_{12} \\ \hat{A}_{21} & \hat{A}_{21} & \hat{B}_{21} & \hat{B}_{22} \\ \hat{C}_1 & \hat{C}_2 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \hat{A}_{11} &= \begin{bmatrix} -20.885 & 16.183 & 123.380 & 24.151 \\ -15.140 & -20.137 & 35.935 & -141.706 \\ -123.842 & -37.302 & -33.294 & 12.501 \\ -23.188 & 141.051 & -17.680 & -31.440 \end{bmatrix}, \\ \hat{A}_{12} &= \begin{bmatrix} -6.769 & -2.962 & -1.680 & -1.132 \\ 0.742 & 0.628 & -0.899 & 2.924 \\ 10.078 & 4.480 & 2.910 & 0.827 \\ 3.324 & 1.668 & -0.790 & 4.534 \end{bmatrix}, \\ \hat{A}_{21} &= \begin{bmatrix} 2.504 & 6.947 & 4.778 & -9.005 \\ -2.120 & -2.387 & -3.786 & 2.419 \\ -1.240 & 1.574 & -1.635 & -2.839 \\ -2.607 & 1.032 & -3.813 & -2.728 \end{bmatrix}, \\ \hat{A}_{22} &= \begin{bmatrix} -42.663 & -130.33 & -19.350 & -15.262 \\ 128.346 & -11.667 & -14.382 & -8.811 \\ -7.654 & 5.939 & -15.306 & 135.768 \\ 1.969 & -6.235 & -154.047 & -37.759 \end{bmatrix}, \\ \hat{B}_{11} &= [-28.607 \ -17.428 \ -31.463 \ 10.193]^T, \\ \hat{B}_{12} &= [18.180 \ -24.520 \ 14.761 \ 29.962]^T, \\ \hat{B}_{21} &= [4.393 \ -2.377 \ -0.194 \ -1.311]^T, \\ \hat{B}_{22} &= [3.254 \ -0.491 \ 1.577 \ 1.886]^T, \\ \hat{C}_1 &= \begin{bmatrix} -28.854 & -13.067 & 32.947 & -8.560 \\ 17.786 & -27.097 & -11.057 & -30.469 \end{bmatrix}, \\ \hat{C}_2 &= \begin{bmatrix} -4.615 & -1.953 & -1.589 & 0.316 \\ 2.931 & 1.441 & 0.025 & 2.275 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

因此,系统的平衡实现可截取为4阶,具体如公式(32)所示,

$$\bar{G}(s) = \left[\begin{array}{cccc|cc} -20.88 & 16.18 & 123.38 & 24.15 & -28.60 & 18.18 \\ -15.14 & -20.13 & 35.93 & -141.70 & -17.42 & -24.52 \\ -123.84 & -37.30 & -33.29 & 12.50 & -31.46 & 14.76 \\ -23.18 & 141.05 & -17.68 & -31.44 & 10.19 & 29.96 \\ \hline -28.85 & -13.06 & 32.94 & -8.56 & 0 & 0 \\ 17.78 & -27.09 & -11.05 & -30.46 & 0 & 0 \end{array} \right], \quad (32)$$

可得, VCA-FSM 的连续域传递函数如公式(33), 由公式(33)可知, 连续域传递函数中分别存在四个右半平面的零点, 其中4325rad/s、29100rad/s、3310rad/s三个零点位于频率特性的高频段, 舍去高频段零点不会影响中低频段的特性; 366.5rad/s零点处于频率特性的中低频段, 不可舍去。因此, VCA-FSM 设计先进控制系统时, 公式(33)所示的传递函数可舍弃必要的零

点, 此时, 系统模型如公式(34)所示,

$$\begin{aligned} \bar{G}_{xx} &= \frac{-70.696(s-4325)(s^2+54.17s+19820)}{(s^2+56.15s+16560)(s^2+49.61s+22410)}, \\ \bar{G}_{xy} &= \frac{0.76662(s-29100)(s^2+20.26s+61890)}{(s^2+56.15s+165600)(s^2+49.61s+22410)}, \\ \bar{G}_{yx} &= \frac{-25.683(s-366.5)(s^2+94.03s+101800)}{(s^2+56.15s+16560)(s^2+49.61s+22410)}, \\ \bar{G}_{yy} &= \frac{-88.315(s-3310)(s^2+50.99s+19440)}{(s^2+56.15s+16560)(s^2+49.61s+22410)}, \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} \bar{G}_{xx} &= \frac{305760.2(s^2+54.17s+19820)}{(s^2+56.15s+16560)(s^2+49.61s+22410)}, \\ \bar{G}_{xy} &= \frac{22308.642(s^2+20.26s+61890)}{(s^2+56.15s+165600)(s^2+49.61s+22410)}, \\ \bar{G}_{yx} &= \frac{-25.683(s-366.5)(s^2+94.03s+101800)}{(s^2+56.15s+16560)(s^2+49.61s+22410)}, \\ \bar{G}_{yy} &= \frac{292322.65(s^2+50.99s+19440)}{(s^2+56.15s+16560)(s^2+49.61s+22410)}, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \tilde{G}_{xx}^{nAsid} &= \frac{0.004439(s-2 \times 10^4)(s-8162)}{(s+1.76 \times 10^5)(s+6.835)} \cdot \frac{(s^2+9041s+4.072 \times 10^8)}{(s^2+2535s+1.529 \times 10^7)}, \\ \tilde{G}_{xy}^{nAsid} &= \frac{189.79(s-9865)}{(s+452)(s+51.92)} \cdot \frac{(s^2-601.3s+8.672 \times 10^6)}{(s^2+1208s+2.045 \times 10^8)}, \\ \tilde{G}_{yx}^{nAsid} &= \frac{56.839(s-4.148 \times 10^4)}{(s^2+81.1s+1.723 \times 10^4)} \cdot \frac{(s^2-2267s+7.727 \times 10^6)}{(s^2+6100s+4.716 \times 10^8)}, \\ \tilde{G}_{yy}^{nAsid} &= \frac{0.0016675(s-2 \times 10^4)(s-9769)}{(s^2+98.64s+1.975 \times 10^4)} \cdot \frac{(s^2-2859s+7.13 \times 10^8)}{(s^2+1332s+7.914 \times 10^8)}. \end{aligned} \right. \quad (35)$$

5.4 辨识模型验证

在 Matlab/SIMULINK 中设计仿真系统, 激励信号为与实验相同的伪随机序列, 根据响应数据与激励数据绘制标称模型的频率特性曲线。

同时, 为了对比验证模型辨识及降阶算法的有效性, 本文研究了工程应用领域经典的子空间模型辨识算法[13], 其基于X轴、Y轴的激励信号与响应信号, 分别辨识得到了系统 G_{xx} 、 G_{xy} 、 G_{yx} 、 G_{yy} 四个标称模型, 如公式(35)所示。子空间辨识算法得到四个单输入单输出标称模型均为4阶, 系统实现为8阶

模型, 其与公式(33)所示的辨识模型、真实系统频率特性曲线对比如图8所示. 根据对比曲线可得:

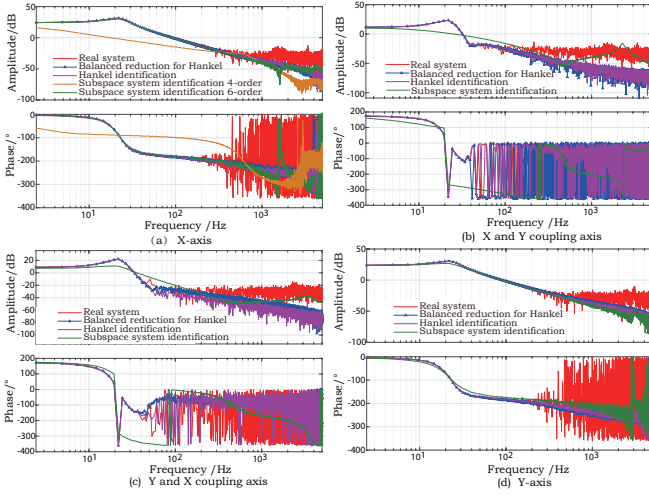


图8 VCA-FSM 标称模型与实际系统频域特性对比曲线

Fig. 8 VCA-FSM comparison curve of frequency characteristics

(1) VCA-FSM 的线性模型 G_{xx} 和 G_{yy} : 本文基于 Hankel 矩阵的模型辨识方法建立的系统模型能充分表征系统的幅频特性与相频特性, 子空间模型辨识方法建立的系统模型也相对理想, 其中, G_{xx} 模型子空间模型辨识方法必须要提高阶次至6阶才能建立相对理想的模型, 但是也会导致FSM的系统实现为10阶的状态方程.

$$\begin{aligned} \tilde{G}_{xx}^{M4sid} &= \frac{0.0017981 (s - 2 \times 10^4) (s - 7681)}{(s^2 + 69.95s + 1.928 \times 10^4)} \\ &\cdot \frac{(s^2 - 214s + 9.956 \times 10^7)}{(s^2 + 1878s + 1.1 \times 10^8)} \\ &\cdot \frac{(s^2 - 3175s + 1.678 \times 10^9)}{(s^2 + 1238s + 1.345 \times 10^9)}, \end{aligned} \quad (36)$$

(2) VCA-FSM 的耦合模型辨识 G_{xy} 和 G_{yx} : 本文基于 Hankel 矩阵的模型辨识方法建立的数学模型能充分表征系统X轴与Y轴耦合的频率特性; 而子空间建立的耦合模型辨识精度相对较差.

(3) 基于平衡实现及截断方法建立的系统模型频率特性与未降阶模型有较高的相似性, 能充分表征FSM 中低频段的特性, 满足控制系统的设计要求.

假设系统模型频率特性为 $G(j\omega)$, 辨识标称模型频率特性为 $\tilde{G}(j\omega)$, 则乘性模型不确定误差频率特性可表述为:

$$\zeta_G(e^{j\omega}) = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{G(j\omega) - \tilde{G}(j\omega)}{\tilde{G}(j\omega)} \right), \quad (37)$$

由此可有 Hankel 矩阵、平衡截断、子空间模型辨识方法建立的数学模型与实际系统频率响应的误差曲线, 如图9所示.

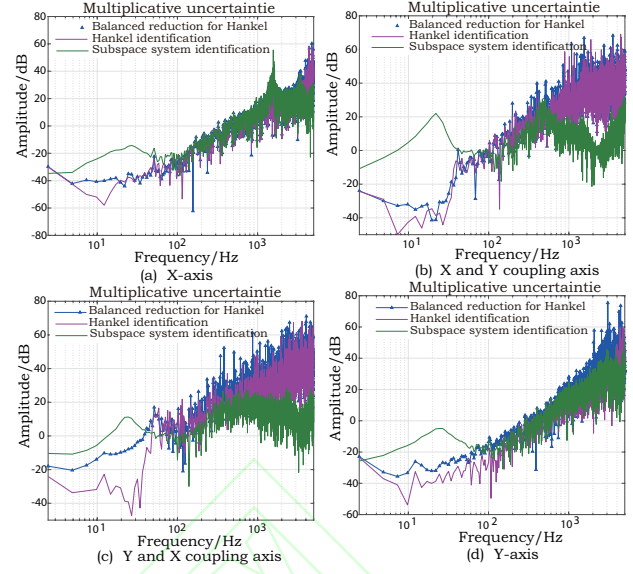


图9 VCA-FSM 乘性不确定对比曲线

Fig. 9 VCA-FSM multiplicative uncertainties comparison curve

对比曲线中, 蓝色曲线表示基于 Hankel 矩阵辨识且平衡截断后的低阶模型, 紫色曲线为 Hankel 矩阵未降阶模型, 绿色曲线为子空间辨识模型. 对比可知,

(1) 子空间模型辨识算法建立的 G_{xx} 、 G_{yy} 的标称模型相对准确, 在小于100Hz的中低频段乘性不确定频率特性幅值均小于0, 而对 G_{xy} 、 G_{yx} 耦合模型的模型辨识精度较差.

(2) 相比于未降阶的标称模型, 平衡截断后的 G_{xx} 、 G_{yy} 、 G_{xy} 辨识精度牺牲较小, 建立的 G_{yx} 仍具有相对较高的辨识精度, 满足先进控制算法的设计要求.

(3) 相比于子空间辨识的标称模型, 本论文基于 Hankel 矩阵与平衡截断方法建立的标称模型具有极小的误差, 乘性模型辨识误差汇总如表1所示.

表1 乘性模型辨识误差(单位: dB)

Table 1 Multiplicative model identification error (Unit: dB)

频率	辨识方法	G_{xx}	G_{xy}	G_{yx}	G_{yy}
5Hz	未降阶	-42.5	-29.9	-33.7	-37.0
	平衡截断	-42.5	-29.0	-20.4	-32.9
	子空间	-33.9	-4.3	-10.8	-22.1
10Hz	未降阶	-51.9	-42.8	-31.8	-53.8
	平衡截断	-40.7	-31.9	-13.9	-33.4
	子空间	-24.2	4.5	-5.7	-15.8
20Hz	未降阶	-39.6	-34.5	-30.8	-40.0
	平衡截断	-41.3	-41.4	-9.8	-32.1
	子空间	-17.5	19.6	-8.15	-6.9
30Hz	未降阶	-41.2	-38.0	-30.7	-35.2
	平衡截断	-41.2	-30.0	-5.8	-27.1
	子空间	-15.1	11.5	8.1	-6.5

6 结论

本文从 VCA-FSM 频域特性求解、系统辨识、平衡实现与平衡截断等方面开展研究工作, 给出了基于 Hankel 矩阵解算与平衡截断的 VCA-FSM 系统模型辨识方法. 根据 VCA-FSM 开环实验得到的测试数据, 本文建立了低阶的系统实现模型, 并从频率特性曲线与乘性模型不确定性两个方法对比分了标称模型的辨识精度. 结果表明, 本文建立的低阶模型辨识精度较高, 以 20Hz 频率点为例进行分析, G_{xx} 、 G_{xy} 、 G_{yx} 、 G_{yy} 的乘性模型辨识误差可达 -41.3dB、-41.4dB、-9.8dB、-32.1dB; 相比于子空间模型辨识方法, 四个模型分别同比提高了 136%、310%、220%、364%. 综上所述, 本文研究的 VCA-FSM 模型辨识方法能够建立 VCA-FSM 复杂系统的高精度数学模型, 充分满足先进控制算法的设计要求.

参考文献:

- [1] TOYOSHIMA M. Recent trends in space laser communications for small satellites and constellations *Journal of Lightwave Technology*, 2020, 39(3): 693-699.
- [2] ZOU Y SH, KE Z H, SHAO Y D, et al. Short-distance equivalent test of acquisition, pointing, and tracking process for space laser communication *Applied Optics*. 2022, 61.
- [3] ZHANG X L, WANG W, WU J B. Research on fast steering mirror control technology of laser communication system. *Semiconductor optoelectronics*. 2021, 42(2): 289-294, 300.
(张兴亮, 王威, 吴佳彬. 激光通信系统中快速反射镜控制技术. 半导体光电, 2021, 42(2): 289-294, 300.)
- [4] ZHAO L, WANG H, DUAN W B, et al. Design and analysis of a bi-axial centralized butterfly flexure hinge for fast steering mirrors. *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*. 2020, 6(4): 048003.
- [5] TAN S N, WANG F CH, XU Y S, et al. Structure design of two-axis fast steering mirror for aviation optoelectronic platform. *Optics and Precision Engineering*. 2022, 30(11): 1344-1352.
(谭淦年, 王福超, 许永森, 等. 航空光电平台两轴快速反射镜结构设计. 光学精密工程, 2022, 30(11): 1344-1352.)
- [6] KLUK D J, BOULET M T, TRUMPER D L. A high-bandwidth, high-precision, two-axis steering mirror with moving iron actuator. *Mechatronics*. 2012, 22(3): 257-270.
- [7] CHEN G ZH, XU S Q, LIU P K, et al. Structural design and bandwidth characteristic of a fast steering mirror with large travel range. *Optics and Precision Engineering*. 2020, 28(1):90-102.
(陈国真, 徐斯强, 刘品宽, 等. 大行程快速反射镜的结构设计及带宽特性. 光学精密工程, 2020, 28(1): 90-101.)
- [8] NI Y X, WU J B, San X G, et al. Deflection angle detecting system for the large-angle and high-linearity fast steering mirror using quadrant detector. *Optical Engineering*. 2018, 57(2): 024110.
- [9] ZHONG J P, RINA N, TADAHIKO S. Design and precision tracking control of a high-bandwidth fast steering mirror for laser beam machining. *Precision Engineering*. 2022, 73: 128-139.
- [10] ZHANG X, LAI L J, LI P ZH, et al. Closed-loop inverse iterative learning control in frequency-domain for electromagnetic driven compliant micro-positioning platform. *Optics and Precision Engineering*. 2021, 29(09): 2149-2157.
(张旭, 赖磊捷, 李朋志, 等. 电磁驱动柔顺微定位平台闭环频域逆迭代学习控制. 光学精密工程, 2021, 29(9): 2149-2157.)
- [11] MA L, WANG J P, LI F T, et al. Friction modeling and compensation of precision position system. *Optics and Precision Engineering*. 2019, 27(1):121-128.
(马立, 王敬萍, 李丰甜, 等. 精密定位系统的摩擦力建模与补偿. 光学精密工程, 2019, 27(1): 121-128.)
- [12] WEI T, GUO R. Application of adaptive Kalman filtering to system identification of brushless DC motor. *Optics and Precision Engineering*. 2012, 20(10): 2308-2314.
(魏彤, 郭蕊. 自适应卡尔曼滤波在无刷直流电机系统辨识中的应用. 光学精密工程, 2012, 20(10): 2308-2314.)
- [13] YU M, LIU J CH, GUO G. Recursive subspace identification based on random distribution theory. *Control Theory and Applications*. 2021, 38(9):8.
(于淼, 刘建昌, 郭戈. 基于随机分布理论的递推子空间辨识. 控制理论与应用, 2021, 38(9):8.)
- [14] YU M, LIU J CH, WANG H H, et al. Nuclear norm subspace identification based on Laguerre filters. *Control Theory and Applications*. 2020, 37(12):8.
(于淼, 刘建昌, 王洪海, 等. 基于Laguerre滤波器的核范数子空间辨识. 控制理论与应用, 2020, 37(12):8.)
- [15] LU J Y, SU W Z. A fast algorithm of system identification for antenna servo systems. *Control Theory and Applications*. 2019, 36(8):7.
(卢洁莹, 苏为洲. 天线伺服系统的快速辨识算法. 控制理论与应用, 2019, 36(8):7.)
- [16] XIA P P, DENG Y T, WANG ZH Q, et al. Model identification for K mirror turntable of 2 m telescope. *Infrared and Laser Engineering*, 2018, 47(3): 318001-0318001(8).
(夏培培, 邓永停, 王志乾, 等. 2 m 望远镜消旋 K 镜转台的模型辨识. 红外与激光工程, 2018, 47(3): 318001-0318001(8).)
- [17] WEN CH, TAN M ZH, LU J Y, et al. Identification of electromechanical servo systems with flexible characteristics. *Control Theory and Applications*: 1-10.
(闻成, 谭敏哲, 卢洁莹, 等. 具有柔性特性的机电伺服系统辨识. 控制理论与应用: 1-10.)
- [18] C. T. Chen. *Linear System Theory and Design*. *Linear System Theory and Design*, 1998.
- [19] HAN X, LI X M, ZHOU K M. Some Insights on Data-Based Frequency-Weighted Model Reduction. *Proceedings of the 40th Chinese Control Conference*, 2021: 279-284.
- [20] ZHOU K M, DOYLE J C. *Essentials of robust control*. *Prentice Hall Upper Saddle River, Nj*, 1998.

作者简介:

张建强(1992-), 男, 山东青州人, 博士后, 助理教授, 2020年于中国科学院大学长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位, 现为南京大学高端控制与智能运维研发中心助理教授, 山东科技大学在职博士后, 主要从事激光通信伺服系统、鲁棒控制、模型辨识等方面的研究. E-mail: zhangjq7170@163.com.

崇崇尚(1989-), 男, 山东滕州人, 博士, 讲师, 2016年于中国科学院大学长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位, 2018年至2020年任职于广州小鹏汽车科技有限公司, 现为山东科技大学电气与自动化工程学院讲师, 主要从事自动驾驶、航空成像伺服系统等方面的研究. E-mail: sun2007cn@163.com.

吴佳彬(1989-), 男, 吉林长春人, 博士, 助理研究员, 2016年于中国科学院大学长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位, 现为长春光机所光电探测部助理研究员, 主要从事激光通信、快速反射镜设计等方面的研究. E-mail: wujb@ciomp.ac.cn

李智斌(1965-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 2003年于清华大学获工程力学系一般力学专业博士学位, 现任山东科技大学电气与自动化工程学院教授, 主要从事智能自主容错控制及其在飞行器的应用: 复杂系统动力学、控制及数字孪生技术的研究. Email: zhibin.li@sdust.edu.cn

周克敏(1962-), 男, 安徽芜湖人, 博士, 教授, 博士生导师, IEEE Fellow, AAAS Fellow, IFAC Fellow, 中国自动化学会会士, 1988年于美国明尼苏达大学获得博士学位, 1990年至2017年任职美国路易斯安那州立大学, 2023年至今为南京大学特聘教授、高端控制与智能运维研发中心执行主任, 主要从事鲁棒控制技术的研究与应用. E-mail: kmzhou@gmail.com