

文章编号 1004-924X(2023)24-3595-11

## 基于改进灰狼算法的冗余机械臂轨迹跟踪与避障

崔靖凯<sup>1,2</sup>, 周宇飞<sup>1,2</sup>, 贺顺锋<sup>1,2</sup>, 徐振邦<sup>1</sup>, 朱明超<sup>1\*</sup>

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 本文将冗余机械臂的轨迹跟踪和避障规划统一为优化问题, 提出了一种基于改进灰狼算法的避障跟踪优化器。首先, 基于包围盒法对避障空间进行了建模, 使用 GJK 算法计算机械臂与障碍物之间的最小距离。其次, 设计了适应度函数, 引入避障奖励项对优化器进行主动奖励, 使机械臂在跟踪目标轨迹的同时避开障碍物。然后, 使用随机分散策略对灰狼算法进行了改进, 以增强算法的全局搜索能力, 从而更好地求解优化问题。最后, 使用九自由度冗余机械臂验证了所提出方法的有效性和优越性。实验结果表明: 对于圆形目标轨迹, 机械臂的末端跟踪误差为 0.21 mm; 跟踪过程中, 机械臂与障碍物的距离不小于 70 mm; 相比于经典灰狼算法, 改进灰狼算法使跟踪精度提高了 13%。本文提出的避障跟踪优化器能以毫米级的精度同时满足冗余机械臂的轨迹跟踪和避障任务; 改进的灰狼算法能有效提高经典灰狼算法的收敛精度。

**关键词:** 冗余机械臂; 灰狼算法; 轨迹跟踪; 避障规划

**中图分类号:** TP394.1; TH691.9 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/OPE.20233124.3595

## Trajectory tracking and obstacle avoidance of a redundant robotic manipulator based on the improved grey wolf optimizer

CUI Jingkai<sup>1,2</sup>, ZHOU Yufei<sup>1,2</sup>, HE Shunfeng<sup>1,2</sup>, XU Zhenbang<sup>1</sup>, ZHU Mingchao<sup>1\*</sup>

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*

2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)*

\* *Corresponding author, E-mail: mingchaozhu@gmail.com*

**Abstract:** In this study, the trajectory tracking and obstacle avoidance of redundant robotic manipulators are unified as an optimization problem, and a trajectory-tracking optimizer with obstacle avoidance capability based on an improved grey wolf optimizer (IGWO) is proposed. First, the obstacle avoidance space is modeled using the bounding box method, and the GJK algorithm is used to calculate the minimum distance between the robotic manipulator and the obstacle. Second, a fitness function is derived, and a reward function for obstacle avoidance is introduced to actively reward the optimizer such that the manipulator can track the target trajectory while avoiding obstacles. Third, the grey wolf optimizer (GWO) is improved using a random dispersion strategy to improve its global search ability and solve optimization problems more accurately. Finally, the effectiveness and superiority of the proposed method were verified using a

收稿日期: 2023-05-09; 修订日期: 2023-07-12.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 62173047)

nine-degree-of-freedom redundant robotic manipulator. The experimental results show that for a circular target trajectory, the tracking error of the robotic manipulator is 0.21 mm. During the tracking process, the distance between the robotic manipulator and obstacle is not shorter than 70 mm. Compared to the GWO, the IGWO improved the tracking accuracy by 13%. The proposed trajectory tracking optimizer can perform the trajectory tracking and obstacle avoidance tasks of redundant robotic manipulators with millimeter-level accuracy; the IGWO can effectively improve the convergence accuracy of the classical GWO.

**Key words:** redundant robotic manipulator; grey wolf optimizer; trajectory tracking; obstacle avoidance

## 1 引言

机械臂在工业自动化的进程中具有不可替代的作用,由于其灵活性高、稳定性强、成本低等优势,已被广泛应用于各个领域<sup>[1-2]</sup>。在工业生产中,机械臂常用于搬运、组装、焊接等任务。若机械臂的自由度数大于完成任务所需的最小自由度数,则称其为冗余机械臂<sup>[3]</sup>。冗余的自由度有助于实现避障等次要的任务目标。但同时,冗余也带来了诸多挑战,这体现在运动规划的计算量增大,以及逆运动学的多解性和奇异性等方面。使冗余机械臂在跟踪目标轨迹的同时避开障碍物,是精密制造的重要需求,而将轨迹跟踪和避障规划统一到同一框架,设计一种计算简单且通用的解决方法,是一项具有实际意义和挑战性的工作<sup>[4]</sup>。

机械臂的轨迹跟踪问题是指设计控制指令使机械臂的末端执行器沿指定的目标轨迹运动。若目标轨迹在笛卡尔工作空间给定,需要通过逆运动学将其映射到关节空间。对于冗余机械臂,逆运动学映射不是唯一的,即同一条笛卡尔轨迹将被反解为无限多条关节轨迹。传统方法使用雅可比矩阵伪逆(Jacobian-Matrix-PseudoInverse, JMPI)来解决冗余问题<sup>[5]</sup>。然而, JMPI方法具有很多局限性。首先,它只适用于求解等式约束,因此无法考虑关节角的限制;其次,它无法解决避障问题,因为避障常被建模为不等式约束;此外, JMPI方法的计算量很大,难以应对冗余机械臂的多解性和奇异性等挑战。

近年来,诸如遗传算法、粒子群算法等元启发式优化算法被广泛应用于轨迹跟踪。这些以优化为核心的方法能够在满足轨迹跟踪需求的前提下解决额外的不等式约束,且不依赖于机械

臂的构型和关节数量,计算量小、通用性强。LOPEZ-FRANCO C<sup>[6]</sup>等提出了一种元启发式框架,通过最小化末端执行器的位置和方向误差完成冗余机械臂的轨迹跟踪任务;ROKBANI N<sup>[7]</sup>等基于 $\beta$ -SSA算法设计了逆运动学求解器,并将其应用于冗余机械臂的圆形轨迹跟踪。然而,这些方法没有考虑到机械臂与周围环境可能存在的碰撞问题。

避障是冗余机械臂在工业应用中应该满足的重要需求,它能够保证生产的安全和稳定。传统的避障方法使用“人工势场”的概念,例如姜力<sup>[8]</sup>等利用虚拟排斥力实现了七自由度冗余机械臂的避障任务。元启发式优化算法凭借其灵活简单的优势,成为解决避障问题的新趋势。AGARWAL D<sup>[9]</sup>等使用改进的黏菌算法规划了自主移动机器人的无碰撞路径;ZHANG J X<sup>[10]</sup>等将障碍物视为圆,将机械臂连杆简化为直线,基于改进的粒子群算法实现了冗余机械臂的避障规划;常宁东<sup>[11]</sup>等基于改进的遗传算法,设计了野外环境下车辆的无碰撞路径。传统的优化方法通常将避障作为一系列不等式约束,这些约束不会鼓励优化器主动避障,而是被动地将解决方案标记为不可行的解。

本文提出了一种避障跟踪优化器,通过制定适应度函数来实现冗余机械臂的轨迹跟踪和避障规划。适应度函数有两个目标:首先是轨迹跟踪,即最小化机械臂末端执行器与目标轨迹点之间的位置误差;其次是避障规划,即最大化机械臂连杆与障碍物之间的距离。不同于传统方法,本文将避障设计为奖励项,而不是作为不等式约束。避障奖励项可以实时评估解决方案的优劣,以主动奖励优化器避开障碍物。因此,跟踪和避障的本质被简化为求解同一个优化问题。

GJK(Gilbert-Johnson-Keerthi)算法<sup>[12]</sup>是一种高效的碰撞检测算法,它可以计算任意形状的三维凸多边形之间的最小距离。在避障空间建模时,本文采用GJK算法进行碰撞检测。该方法考虑了障碍物与机械臂连杆的几何形状,而不是将其简化为点或直线。因此,避障空间更切合实际情况,碰撞检测的准确度得以保证。

为了求解优化问题,本文采用了一种元启发式算法——灰狼算法<sup>[13]</sup>。灰狼算法模拟了自然界中灰狼的社会阶级和狩猎行为,结构简单、收敛性强。然而,经典灰狼算法存在过早收敛和种群多样性低的缺点<sup>[14]</sup>。本文通过引入随机分散策略提出了一种改进的灰狼算法,以增强算法的全局搜索能力。九自由度冗余机械臂被用于验证所提出方法的有效性和优越性。

## 2 避障跟踪优化器

本节提出了一种避障跟踪优化器,将冗余机械臂的轨迹跟踪和避障规划统一到一个优化框架中。首先,基于GJK算法和包围盒法对避障空间进行了建模;然后,设计了适应度函数,阐述了优化器的基本框架。

### 2.1 避障空间的建模

在传统方法中,机械臂连杆通常被简化为直线,障碍物被简化为圆或球,通过判断两者的位置关系实现碰撞检测<sup>[14]</sup>。这些方法没有考虑机械臂与障碍物的三维几何形状。本文使用GJK算法进行碰撞检测,它的基本原理是计算任意形状的三维凸多边形之间的最小距离。

考虑三维空间中的两个凸多边形  $A$  和  $B$ , 它们的顶点由矩阵  $V_A \in \mathbf{R}^{n_A \times 3}$  和  $V_B \in \mathbf{R}^{n_B \times 3}$  定义, 其中  $\mathbf{R}$  表示实数集,  $n_A$  和  $n_B$  是  $A$  和  $B$  的顶点数量。  $V_A$  和  $V_B$  的每一行表示对应多边形顶点的位置坐标。GJK算法利用这些矩阵计算两个多边形顶点之间的最小距离:

$$\text{GJK}(V_A, V_B) = \min_{j \in \{1, 2, \dots, n_A\}} \min_{i \in \{1, 2, \dots, n_B\}} \|V_A^i - V_B^j\|_2, \quad (1)$$

其中:  $V^i$  表示矩阵  $V$  的第  $i$  行;  $\|\cdot\|_2$  表示 2-范数。

本文的研究对象是九自由度冗余机械臂,其构型和坐标系如图 1 所示。坐标系使用 MDH(Modified Denavit-Hartenberg)参数法构造,其中,基坐标系被描述为坐标系  $\{b\}$  或  $\{0\}$ , 关节  $i$

( $i=1-9$ )的坐标系被描述为坐标系  $\{i\}$ , 末端执行器的坐标系被描述为坐标系  $\{e\}$ 。  $x_i, y_i, z_i$  分别是坐标系  $\{i\}$  的  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴。  $d_{ij}$  是从坐标系  $\{i\}$  的原点到坐标系  $\{j\}$  的原点的距离。机械臂由 9 个转动关节和 8 个连杆组成。关节 1, 3, 5, 7, 9 绕质心轴旋转,不影响避障。由于机械臂连杆不是凸多边形,本文使用包围盒法将其建模为立方体,以满足GJK算法的使用条件。

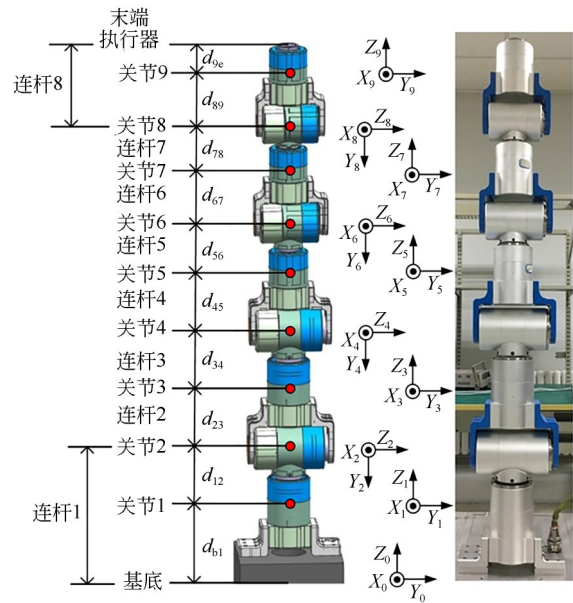


图 1 九自由度冗余机械臂构型图

Fig. 1 Configuration diagram of a 9-DOF redundant robotic manipulator

图 2 展示了包围盒的建立过程。由图 2(a) 所示, 连杆 2-3, 4-5, 6-7 以及连杆 8 被最小的圆柱体包围, 得到 4 个虚拟连杆  $L_1-L_4$ , 其中, 每个圆柱体的底面半径为  $R$ , ( $i=1-4$ ), 虚拟连杆两端的圆心坐标  $J_2, J_4, J_6, J_8$  和  $J_e$  分别对应关节 2, 4, 6, 8 和末端执行器的质心坐标。由图 2(b) 所示, 使用最小的长方体将虚拟连杆包围, 根据连杆的圆心坐标  $J$  以及半径  $R$ , 可以得到初始构型下, 长方体包围盒的 8 个顶点坐标。同样地, 将障碍物  $O$  用最小的长方体包围, 使用式 (1) 可以求得机械臂与障碍物之间的最小距离  $d_g$ , 如图 2(c) 所示。

需要注意的是, 随着机械臂的运动, 顶点的坐标会发生变化, 即它是关节角  $\theta$  的函数。设计如下的计算方法来实时获得顶点坐标:

$$V_i(\theta) = R_i(\theta)V_i(0) + T_i(\theta), \quad (2)$$

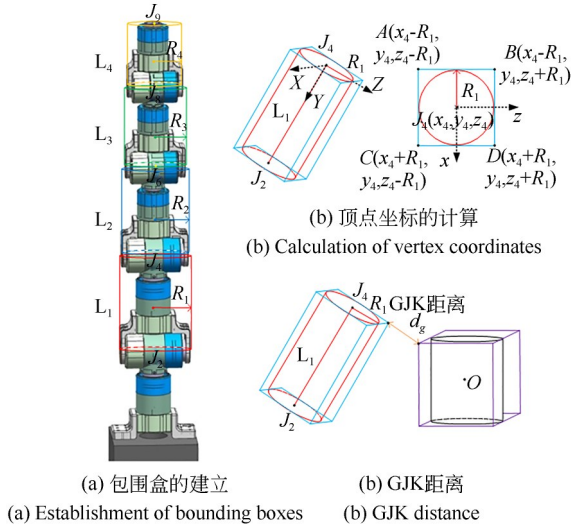


图 2 避障空间的建模

Fig. 2 Model of obstacle avoidance space

其中:  $V_i(\theta) \in \mathbb{R}^{n_i \times 3}$  表示第  $i$  个虚拟连杆的顶点矩阵,  $V_i(0)$  是初始时刻的顶点信息;  $\theta = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_9\}$  是当前时刻的关节角向量,  $\theta_1 \sim \theta_9$  是关节 1-9 的角度;  $R_i(\theta)$  和  $T_i(\theta)$  表示第  $i$  个虚拟连杆的旋转和平移矩阵。

## 2.2 适应度函数的设计

为了将轨迹跟踪和避障规划统一到一个优化框架中,本文设计了如下所示的适应度函数:

$$f(O, x_t, \theta) = f_{err}(x_t, \theta) + \Lambda f_{oa}(O, \theta), \quad (3)$$

$$f_{err}(x_t, \theta) = \|x_t - FK(\theta)\|_2, \quad (4)$$

$$f_{oa}(O, \theta) = \frac{1}{[\min_{i \in \{1, 2, \dots, l\}} \{GJK(O, V_i(\theta))\}]^\mu}, \quad (5)$$

其中:  $O \in \mathbb{R}^{n_o \times 3}$  代表障碍物的顶点矩阵,  $n_o$  是障碍物的顶点数量;  $x_t$  代表目标轨迹点的位置坐标;  $\theta$  代表关节角向量;  $f_{err}(x_t, \theta)$  是跟踪误差项, 表示机械臂末端执行器与目标轨迹之间的位置误差, 由式(4)计算, 其中  $FK(\cdot)$  是机械臂的正运动学方程;  $f_{oa}(O, \theta)$  是避障奖励项, 取机械臂与障碍物之间最小 GJK 距离的倒数, 如式(5)所示, 其中  $\mu$  是常参数, 一般取  $\mu = 1$ ;  $\Lambda$  是避障开关, 用于控制避障任务在轨迹跟踪中所占的比例, 如  $\Lambda = 0$  即关闭避障功能, 仅进行轨迹跟踪。

式(3)的设计基于这样的动机: 最小化末端执行器与目标轨迹的位置误差, 同时最大化机械臂与障碍物的距离。因此, 本文提出的优化框架

可以描述为:

$$\min f(O, x_t, \theta), \quad (6)$$

$$\text{s. t. } |\theta(t)| < \theta_c, |\dot{\theta}(t)| < \dot{\theta}_c, |\ddot{\theta}(t)| < \ddot{\theta}_c, \quad (7)$$

$$GJK(O, V_i(\theta)) > d_{\min}, i \in \{1, 2, \dots, l\}, \quad (8)$$

其中:  $\theta_c, \dot{\theta}_c, \ddot{\theta}_c$  分别代表关节位置、速度和加速度约束,  $t$  代表时间;  $d_{\min}$  是机械臂与障碍物之间最小距离的约束。对于违反约束的解, 采用文献[15]提出的约束处理方法, 其原理是赋予这些解更差的适应度值。

通过求解式(6)~式(8)所述的优化问题, 即可在不违反关节约束的前提下, 获得同时满足机械臂轨迹跟踪和避障需求的最优关节角配置  $\theta$ 。值得注意的是, 本文提出的优化框架可以将笛卡尔空间的目标轨迹映射到关节空间, 而不需要计算雅可比矩阵的伪逆。这是由于式(4)所示的跟踪误差项只需要机械臂的正运动学方程。对于冗余机械臂, 这减小了轨迹跟踪的计算量, 同时避免了传统方法可能存在的奇异性问题。此外, 本文引入的式(5)所示的避障奖励项能鼓励优化器主动避开障碍物, 因为避障性能更好的解被额外赋予了更好的适应度。

## 3 灰狼算法与改进

为了求解第 2 节构造的优化问题, 本节提出了一种改进的灰狼算法。首先介绍了经典灰狼算法 (Grey Wolf Optimizer, GWO)<sup>[13]</sup> 的基本结构, 包括社会阶级、包围猎物以及攻击猎物; 然后, 提出了随机分散策略, 以改进 GWO 的性能。

### 3.1 社会阶级

灰狼社会由四个阶级组成: 阿尔法 ( $\alpha$ )、贝塔 ( $\beta$ )、德尔塔 ( $\delta$ ) 和欧米伽 ( $\omega$ )。  $\alpha, \beta$  和  $\delta$  分别是当前种群中最优、第二优和第三优的解。它们代表狼群的首领, 距离猎物 (全局最优解) 最近。剩余的狼用  $\omega$  表示, 它们的位置在每次迭代中根据  $\alpha, \beta$  和  $\delta$  而改变。

### 3.2 包围猎物

狩猎的第一步是包围猎物, 这一行为由以下方程描述:

$$D = |C \cdot X_p(t) - X(t)|, \quad (9)$$

$$X(t+1) = X_p(t) - A \cdot D, \quad (10)$$

其中:  $X_p$  和  $X$  分别表示猎物和灰狼的位置;  $D$  代

表灰狼和猎物之间的距离; $t$ 是当前的迭代次数; $A$ 和 $C$ 为系数变量,计算公式如下:

$$A = 2a \cdot r_1 - a, \quad (11)$$

$$C = 2 \cdot r_2, \quad (12)$$

其中: $r_1$ 和 $r_2$ 是 $[0, 1]$ 中的随机数;在整个迭代过程中, $a$ 由 2 线性减小到 0,即:

$$a(t) = 2 - 2t/MaxIter, \quad (13)$$

其中, $MaxIter$ 表示最大迭代次数。

### 3.3 攻击猎物

第二步是攻击猎物,即狼群 $\omega$ 跟随首领 $\alpha$ 、 $\beta$ 和 $\delta$ 向猎物移动。 $\omega$ 的位置更新方程如下:

$$X_1 = X_\alpha - A_1 \cdot |C_1 \cdot X_\alpha - X|, \quad (14)$$

$$X_2 = X_\beta - A_2 \cdot |C_2 \cdot X_\beta - X|, \quad (15)$$

$$X_3 = X_\delta - A_3 \cdot |C_3 \cdot X_\delta - X|, \quad (16)$$

$$X(t+1) = \frac{X_1(t) + X_2(t) + X_3(t)}{3}, \quad (17)$$

其中: $X_\alpha$ 、 $X_\beta$ 和 $X_\delta$ 分别表示 $\alpha$ 、 $\beta$ 和 $\delta$ 的位置; $X_1$ 、 $X_2$ 和 $X_3$ 分别表示由 $\alpha$ 、 $\beta$ 和 $\delta$ 引起的位移; $A_1$ 、 $A_2$ 和 $A_3$ 分别表示 $\alpha$ 、 $\beta$ 和 $\delta$ 对应的决定灰狼移动距离的随机变量,由式(11)计算; $C_1$ 、 $C_2$ 和 $C_3$ 分别表示 $\alpha$ 、 $\beta$ 和 $\delta$ 对应的决定猎物位置在灰狼运动中所占比例的随机变量,由式(12)计算。

### 3.4 随机分散策略

在经典GWO中,由式(17)可以看出,狼群的位置完全由首领 $\alpha$ 、 $\beta$ 和 $\delta$ 决定,这导致了种群多样性的缺失,容易使算法过早收敛而陷入局部最优。本文提出了一种随机分散策略,引入随机个体来影响种群更新,描述如下:

$$\alpha_i^{random} = \rho(X_m - X_n), m \neq n \neq i, \quad (18)$$

其中: $X_m$ 和 $X_n$ 是种群中随机挑选的两个不同的个体; $\rho$ 是 $[0, 1]$ 中的随机数,它用于决定随机分散的距离。

由式(18)引起的位置更新是随机的,这给个体逃离局部最优提供了可能。此外, $X_m$ 和 $X_n$ 的引入增加了种群多样性,这对克服过早收敛具有重要作用。随机分散策略模拟了灰狼在自然界中为了应对食物短缺而分散觅食的行为。如果首领找到的食物不足以供应整个狼群,部分灰狼可能会迁移到食物更加丰富的新地区。

### 3.5 改进的灰狼算法

将随机分散策略引入到经典GWO,得到如

下所示的种群更新方程:

$$X_i(t+1) = B_1 \rho_1 \alpha_i^{leader} + B_2 \rho_2 \alpha_i^{random}, \quad (19)$$

其中: $X_i(t+1)$ 表示第 $i$ 个灰狼个体的新位置; $\alpha_i^{leader} = (X_1(t) + X_2(t) + X_3(t))/3$ 和式(17)一致,表示由领导者引起的运动; $\alpha_i^{random}$ 的计算如式(18),表示由随机个体引起的运动; $\rho_1, \rho_2 \in [0, 1]$ 是随机数,用于决定运动的距离; $B_1$ 和 $B_2$ 是权重因子,用于自适应地平衡算法的局部搜索能力和全局搜索能力,计算如下:

$$B_1(t) = t/Max\_Iter, \quad (20)$$

$$B_2(t) = 1 - B_1(t), \quad (21)$$

其中, $B_1$ 和 $B_2$ 是迭代次数 $t$ 的线性变量。在搜索的初期,通过设置较大的 $B_2$ 使个体随机分散到整个搜索空间,有利于全局搜索;在搜索的末期,较大的 $B_1$ 可以使个体快速收敛到最优解,强调局部搜索。改进GWO的流程图如图3所示。

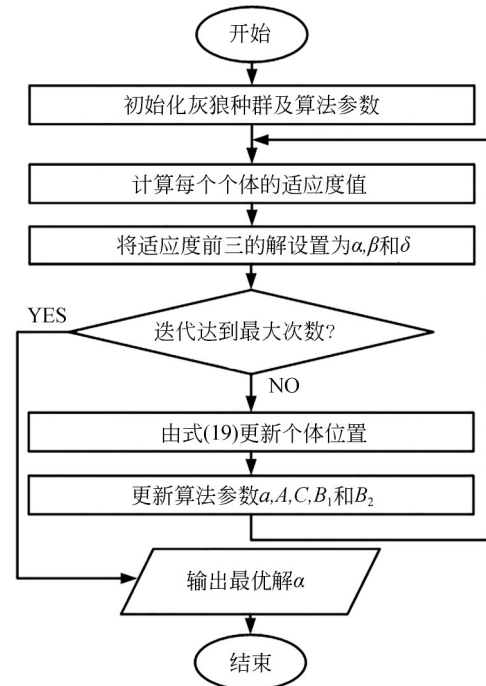


图3 改进灰狼算法的流程图

Fig. 3 Flowchart of improved grey wolf optimizer

### 3.6 计算复杂度分析

本节将评估经典GWO与提出的改进GWO的计算复杂度。首先,在种群初始化阶段,经典GWO与改进GWO的计算复杂度均为 $O(N)$ , $N$ 是种群大小;对于迭代的主循环,两

个算法都要更新每个个体的位置向量,其计算复杂度为  $O(N \cdot D)$ ,  $D$  是位置向量的维度;更新种群后,在  $O(N)$  的时间内评估所有个体的适应度值。

因为种群更新和适应度计算都在迭代次数达到最大次数  $T$  时停止,所以上述计算复杂度需乘以  $T$ 。截至此操作步骤,经典GWO与改进GWO的计算复杂度均为  $O(T \cdot N \cdot D)$ 。在改进GWO中,随机分散策略将部分个体分散到搜索空间中的新区域,其计算复杂度为  $O(N)$ 。因此,改进GWO的计算复杂度依然是  $O(T \cdot N \cdot D)$ ,与经典GWO相同。

### 4 仿真与实验

本节使用九自由度冗余机械臂对提出的优化器进行了仿真和实验研究。对于经典GWO和改进的GWO,种群大小被设置为30,最大迭代次数被设置为100,搜索的停止条件是当前迭代次数达到最大值。目标轨迹是由6325个点组成的半径为0.1 m的圆,障碍物是边长为0.1 m的立方体。

#### 4.1 仿真 1: 关闭避障功能

为了验证式(5)所示的避障奖励项的有效性,首先设置式(3)中的  $\Lambda = 0$ ,即关闭优化器的避障功能。使用改进的GWO对优化器进行求解。图4展示了  $\Lambda = 0$  时,机械臂跟踪圆形轨迹的构型变化及其三视图。从图4可以看出,机械臂与障碍物发生了明显的碰撞。这是因为优化器计算的关节运动轨迹仅致力于降低末端执行器的跟踪误差,而没有考虑机械臂与障碍物之间的距离。

#### 4.2 仿真 2: 开启避障功能

在仿真2中,设置式(3)中的  $\Lambda = 0.02$ ,即开启避障功能。另外,设置式(8)中的  $d_{\min} = 0.02$  m,以约束机械臂与障碍物之间的最小距离。使用改进的GWO对优化器进行求解,机械臂的构型变化如图5所示。由图5可以看出,开启避障功能后,机械臂在完成轨迹跟踪的同时成功避开了障碍物。这是由于在避障奖励项的鼓励下,优化器选择了无碰撞的运动轨迹。

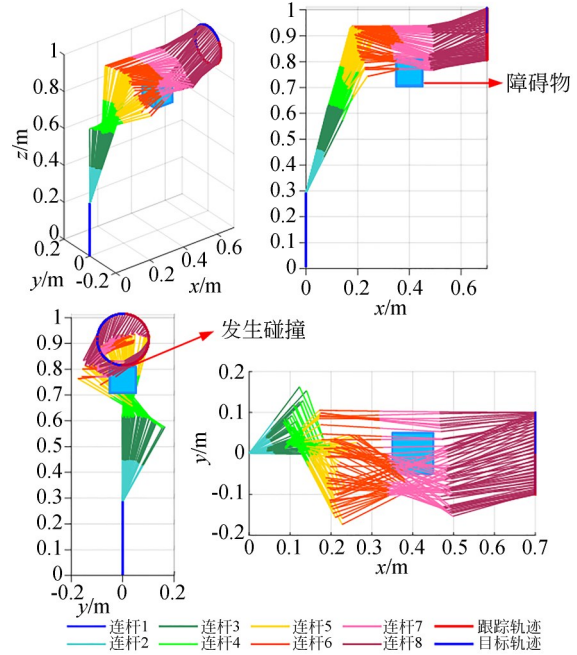


图4 关闭避障功能时的构型变化

Fig. 4 Configuration changes when obstacle avoidance function is turned off

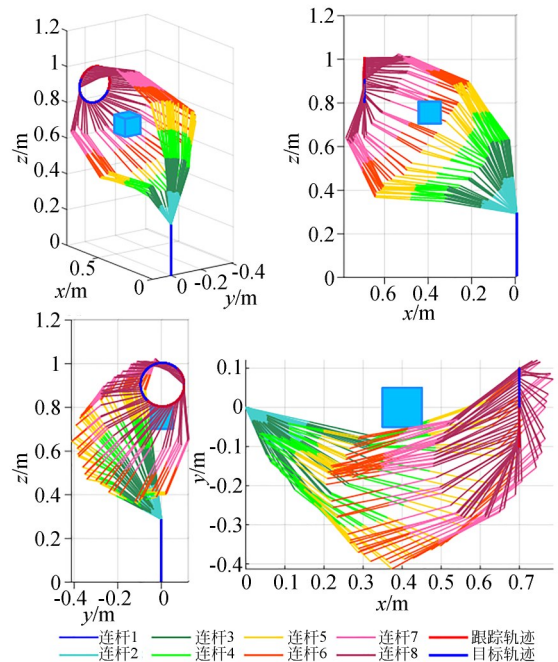
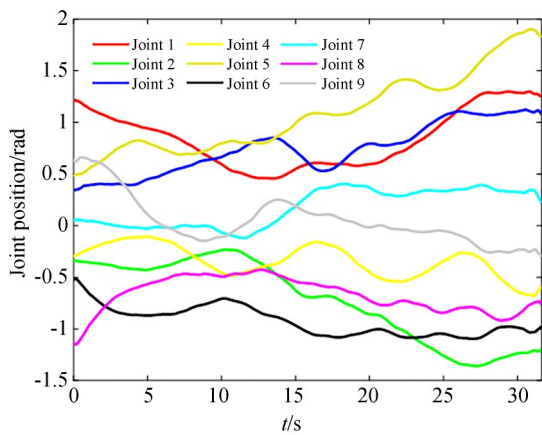


图5 开启避障功能时的构型变化

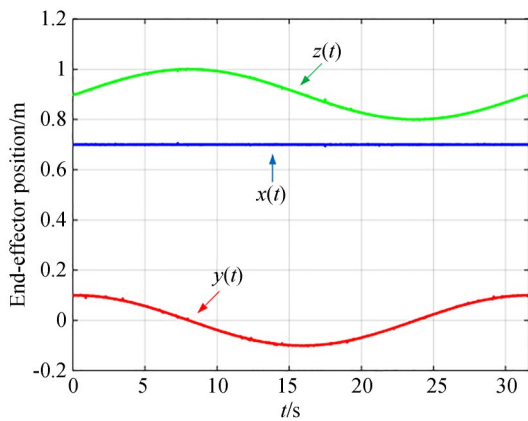
Fig. 5 Configuration changes when obstacle avoidance function is turned on

图6展示了  $\Lambda = 0.02$  时,关节和末端执行器的运动轨迹。图6(a)展示了轨迹跟踪过程中,机

械臂九个关节的位置变化。关节的运动轨迹存在一些轻微的抖动,这是由元启发式算法的随机性造成的。然而,这些抖动并不会影响末端执行器的跟踪精度,且幅度没有超出机械臂安全运行的限制。此外,考虑到元启发式算法对计算效率和寻优精度带来的显著提升,这些轻微的抖动是可以接受的。末端执行器在三个方向上位置分量的变化如图 6(b)所示,该轨迹与目标圆完全重合。



(a) 关节位置  
(a) Positions of the joints



(b) 末端执行器位置  
(b) Positions of the end-effector

图 6  $\Lambda = 0.02$  时的运动轨迹

Fig. 6 Motion trajectory for  $\Lambda = 0.02$

$\Lambda = 0.02$  时,机械臂末端的轨迹跟踪误差以及机械臂连杆与障碍物之间的最小距离分别如图 7 和图 8 所示。由图 7 可以看出,跟踪误差集中在  $[10^{-7} \text{ m}, 10^{-3} \text{ m}]$ ,这证明了算法的全局收敛

性,即随迭代次数的增加,跟踪误差收敛到 0。误差在 0 附近的波动是由元启发式算法固有的随机性造成的。经计算,平均跟踪误差为 0.21 mm,满足毫米级的跟踪要求。由图 8 可知,轨迹跟踪过程中,机械臂与障碍物的最小距离不小于 70 mm,且没有低于设定的最小限制  $d_{\min}$ 。较高的距离值降低了在障碍物位置不准确或机械臂模型有误差的情况下,发生碰撞的风险,这提高了避障的鲁棒性。

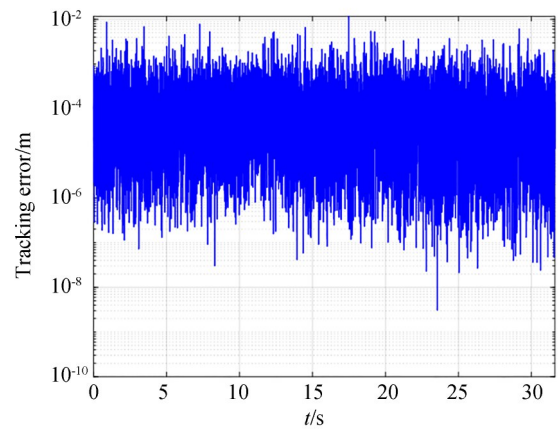


图 7  $\Lambda = 0.02$  时的轨迹跟踪误差

Fig. 7 Trajectory tracking error for  $\Lambda = 0.02$

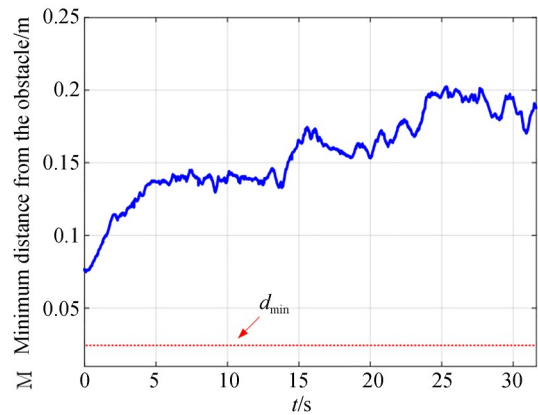


图 8 机械臂连杆与障碍物之间的最小距离

Fig. 8 Minimum distance between the links and the obstacle

图 9 展示了  $\Lambda = 0.02$  时,优化器在目标轨迹的第 3 000 个点处的收敛曲线。需要注意的是,本文研究的优化问题是最小化问题,即适应度值越小,解决方案越好。从图 9 可以看出,优化器以很快的速度收敛到了很小的适应度值。在迭代

次数为 20 左右时,优化器陷入了局部最优;然而,随着迭代次数的增加,优化器突破局部最优停滞,继续向缩小适应度值的方向收敛。这说明改进 GWO 中的随机分散策略能有效地克服过早收敛,增强算法的全局搜索能力。优化器在目标轨迹的其他点处的收敛过程与该点类似,由于篇幅限制,本文不再展示。

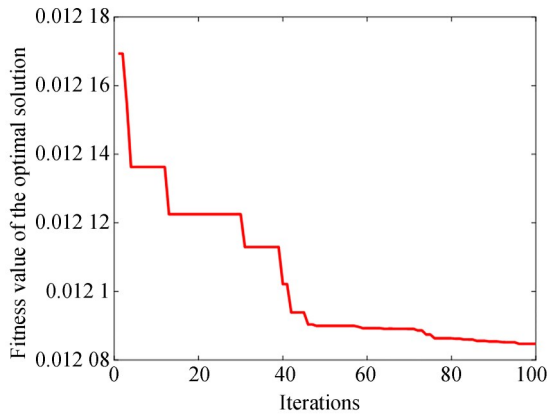


图 9 优化器的收敛曲线

Fig. 9 Convergence curve of optimizer

需要注意的是,式(3)所示的适应度函数是由跟踪误差项和避障奖励项的和构成的,避障开关  $\Delta$  的取值会影响优化器的跟踪性能和

避障性能。即增大  $\Delta$  的值,将获得更好的避障性能,但跟踪性能会变差,这体现在机械臂与障碍物之间的距离增加,但跟踪误差变大。本文中,  $\Delta = 0.02$  是通过多次实验获得的能够平衡跟踪和避障性能的最佳值。在实际应用中,应综合考虑跟踪和避障的需求,选取合适的  $\Delta$ 。

为了验证改进 GWO 的优越性,在相同的仿真条件下,使用经典 GWO 对优化器进行求解。轨迹跟踪误差的对比结果如表 1 所示。由表 1 可以看出,相比于经典 GWO,改进的 GWO 使轨迹跟踪误差的平均值降低了 13%,这证明了改进 GWO 具有更优越的性能。

表 1 跟踪误差的对比结果

Tab. 1 Comparison results of tracking errors (mm)

算法	平均值	最小值	最大值	标准差
经典 GWO	0.243	$4.56 \times 10^{-6}$	2.03	0.682
改进 GWO	0.211	$3.12 \times 10^{-6}$	1.17	0.480

最后,本节定性分析了基于改进灰狼算法的避障跟踪优化器相比于传统方法的区别和优势,如表 2 所示。由表 2 可以看出,本文提出的方法计算量小、通用性强,具有一定的应用价值。

表 2 本文方法与传统方法的比较

Tab. 2 Comparison between the proposed method and traditional methods

	基于雅可比矩阵伪逆的传统方法	基于改进灰狼算法的避障跟踪优化器
跟踪	通过雅可比伪逆将末端位姿映射到关节空间	通过适应度函数搜索满足末端位姿的最优关节配置
避障	将避障设置为不等式约束,淘汰不可行解	将避障设置为奖励项,搜索最优避障构型
计算量	随自由度增加,雅可比伪逆的计算量显著增加	无需计算雅可比伪逆,计算量较小
通用性	依赖于机械臂构型和自由度,通用性弱	适用于任意构型和自由度的机械臂,通用性强

### 4.3 实验验证

为了进一步证明提出的避障跟踪优化器的可行性,使用 9 自由度冗余机械臂,对仿真 2 的结果进行实验验证。实验平台如图 10 所示,采样时间设置为 5 ms。

将仿真 2 获得的关节运动轨迹输入给上位机执行,以驱动机械臂进行轨迹跟踪和避障。障碍物由边长为 0.1 m 的泡沫立方体模拟,使用

塑胶杆固定。实验前,障碍物的位置使用激光跟踪仪进行了标定。将靶标固定在障碍物上,由激光跟踪仪发射激光,经靶标反射后,获得障碍物在跟踪仪坐标系中的球面极坐标。经过坐标变换,即可确定障碍物在机械臂坐标系中的三维坐标,以保证实验场景的设置与仿真场景一致。实验结果如图 11 所示,图中 1 到 4 表示机



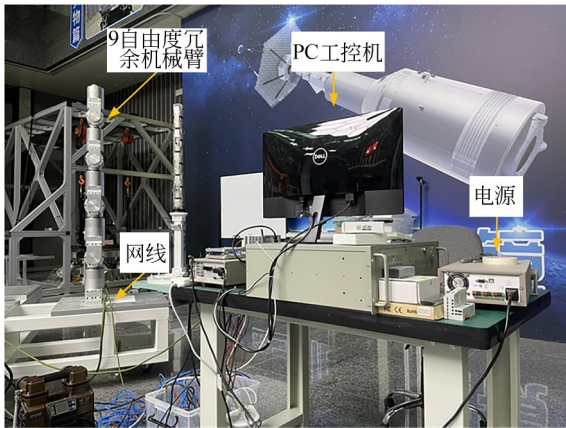


图 10 9 自由度冗余机械臂的实验平台

Fig. 10 Experimental platform for the 9-DOF redundant robotic manipulator

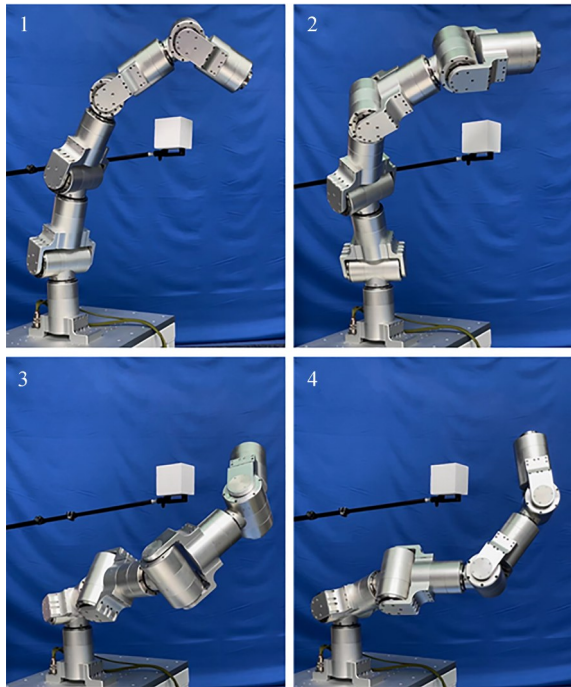
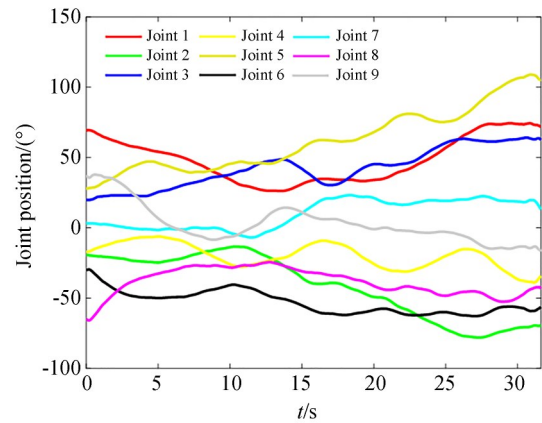


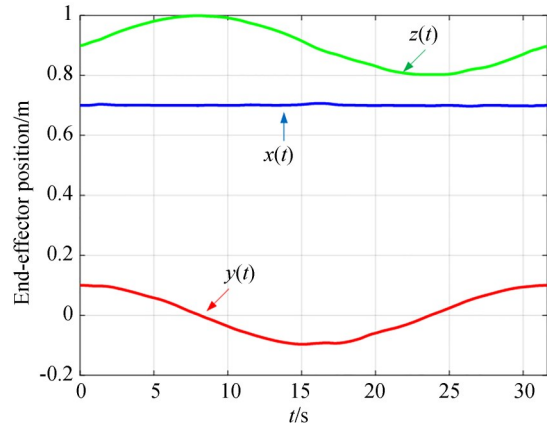
图 11 轨迹跟踪与避障的实验结果

Fig. 11 Photos of experimental results of trajectory tracking and obstacle avoidance

械臂的运动顺序。由上位机测量的关节运动轨迹如图 12(a)所示,该轨迹与图 6(a)的仿真结果完全吻合。图 12(b)展示了由图 12(a)的关节轨迹,经机械臂的正运动学方程,求解的末端执行器的运动轨迹,该轨迹与图 6(b)的仿真结果一致。由此可见,避障跟踪优化器生成的关节轨迹安全可行,机械臂能够准确地完成轨迹跟踪和避障任务。



(a) 关节位置  
(a) Positions of the joints



(b) 末端执行器位置  
(b) Positions of the end-effector

图 12 实验测量的运动轨迹

Fig. 12 Motion trajectories obtained from the experiment

### 5 结 论

本文提出了一种基于改进灰狼算法的避障跟踪优化器,以解决冗余机械臂的轨迹跟踪和避障问题。首先,使用包围盒法对避障空间进行了建模,基于GJK算法获得机械臂连杆与障碍物的最小距离,该方法考虑了机械臂连杆与障碍物的三维几何形状,而不是将其简化为直线或点。其次,设计了适应度函数,将轨迹跟踪和避障任务统一到同一个优化问题。其中,跟踪误差项只基于正运动学实现笛卡尔空间的轨迹向关节空间的映射,而不需要雅可比逆矩阵;避障奖励项能积极地鼓励优化器避开障碍物,而不是将避障问题简化为不等式约束。然后,基于随机分散策略提出了改进的灰狼算法,该

算法具有更强的全局搜索能力。最后,使用九自由度冗余机械臂对提出的避障跟踪优化器进行了仿真和实验验证。

结果表明,轨迹跟踪的平均误差为 0.21 mm,机械臂与障碍物的最小距离不小于

70 mm;相比于经典灰狼算法,改进灰狼算法使跟踪误差降低了 13%。基于改进灰狼算法的避障跟踪优化器能安全、准确地实现 9 自由度冗余机械臂的轨迹跟踪和避障任务,随机分散策略能有效提高经典灰狼算法的性能。

#### 参考文献:

- [1] OMISORE O M, HAN S P, XIONG J, *et al.* A review on flexible robotic systems for minimally invasive surgery[J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 2022, 52(1): 631-644.
- [2] DING X L, WANG Y C, WANG Y B, *et al.* A review of structures, verification, and calibration technologies of space robotic systems for on-orbit servicing[J]. *Science China Technological Sciences*, 2021, 64(3): 462-480.
- [3] 王文瑞, 刘克俭, 顾金麟, 等. 有关节约约束超冗余机械臂的增益优化轨迹规划[J]. *光学精密工程*, 2019, 27(5): 1075-1086.  
WANG W R, LIU K J, GU J L, *et al.* Gain-optimization trajectory planning method for hyper-redundant manipulator with joint constraints [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(5): 1075-1086. (in Chinese)
- [4] KHAN A H, LI S, LUO X. Obstacle avoidance and tracking control of redundant robotic manipulator: an RNN-based metaheuristic approach [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2020, 16(7): 4670-4680.
- [5] GUO D S, LI A F, CAI J H, *et al.* Inverse kinematics of redundant manipulators with guaranteed performance[J]. *Robotica*, 2022, 40(1): 170-190.
- [6] LOPEZ-FRANCO C, DIAZ D, HERNANDEZ-BARRAGAN J, *et al.* A metaheuristic optimization approach for trajectory tracking of robot manipulators [J]. *Mathematics*, 2022, 10(7): 1051.
- [7] ROKBANI N, MIRJALILI S, SLIM M, *et al.* A beta salp swarm algorithm meta-heuristic for inverse kinematics and optimization [J]. *Applied Intelligence*, 2022, 52(9): 10493-10518.
- [8] 姜力, 周扬, 孙奎, 等. 七自由度冗余机械臂避障控制[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(7): 1795-1802.  
JIANG L, ZHOU Y, SUN K, *et al.* Obstacle avoidance control for 7-DOF redundant manipulators [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(7): 1795-1802. (in Chinese)
- [9] AGARWAL D, BHARTI P S. Implementing modified swarm intelligence algorithm based on Slime moulds for path planning and obstacle avoidance problem in mobile robots[J]. *Applied Soft Computing*, 2021, 107: 107372.
- [10] ZHANG J X, ZHANG J X, ZHANG Q, *et al.* Obstacle avoidance path planning of space robot based on improved particle swarm optimization[J]. *Symmetry*, 2022, 14(5): 938.
- [11] 常宁东, 冯春, 程鹏达, 等. 基于Bekker理论改进遗传算法的野外路径优化方法研究[J]. *光学精密工程*, 2023, 31(5): 767-775.  
CHANG N D, FENG C, CHENG P D, *et al.* Research on off-road path optimization algorithm based on Bekker theory improved genetic algorithm [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2023, 31(5): 767-775. (in Chinese)
- [12] CAMERON S. Enhancing GJK: computing minimum and penetration distances between convex polyhedra [C]. *Proceedings of International Conference on Robotics and Automation*. 25-25, 1997, Albuquerque, NM, USA. IEEE, 2002: 3112-3117.
- [13] MIRJALILI S, MIRJALILI S M, LEWIS A. Grey wolf optimizer[J]. *Advances in Engineering Software*, 2014, 69: 46-61.
- [14] CUI J K, LIU T Y, ZHU M C, *et al.* Improved team learning-based grey wolf optimizer for optimization tasks and engineering problems [J]. *The Journal of Supercomputing*, 2023, 79(10): 10864-10914.
- [15] CHEN P, PEI J, LU W, *et al.* A deep reinforcement learning based method for real-time path plan-

ning and dynamic obstacle avoidance [J]. *Neuro-computing*, 2022, 497: 64-75.

[16] DEB K. An efficient constraint handling method

for genetic algorithms [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2000, 186 (2/3/4): 311-338.

**作者简介:**



崔靖凯(1997—),男,山东聊城人,博士研究生,2019年于中国海洋大学获得学士学位,主要从事元启发式优化算法与机器人运动规划方面的研究。E-mail: cuijingkai19@mails.ucas.ac.cn

**通讯作者:**



朱明超(1980—),男,吉林长春人,研究员,2003年、2006年和2009年于吉林大学分别获得学士、硕士和博士学位,主要从事机器人运动学、动力学与控制方面的研究工作。E-mail: mingchaozhu@gmail.com