文章编号:1007-2780(2021)05-0656-07

# 基于琼斯矩阵的液晶偏振光栅扭曲角及 厚度的测量方法

陈 琎<sup>1,2</sup>,杨程亮<sup>1</sup>,穆全全<sup>1\*</sup>,王启东<sup>1\*</sup> (1.中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春 130033; 2.中国科学院大学,北京 100049)

摘要:液晶偏振光栅是一种基于几何相位原理的新型光栅器件,可以通过调控液晶光轴的空间分布来实现对入射光相位、偏振态等的调制。传统的液晶偏振光栅在正入射及波段范围较小时可以达到很高的衍射效率,但其在宽波段范围内难以保持很高的衍射效率,大角度入射时衍射效率下降明显。多层扭曲结构的提出使这些问题可以得到解决,但引入了新的问题,如何精准控制扭曲角及厚度的大小。基于此问题,本文提出了一种新型的基于琼斯矩阵的液晶偏振光栅的扭曲角及厚度的测量方法,使用差值拟合的方法消除了由于整个波段折射率变化引起的误差,可以准确得到液晶片的扭曲角和厚度。分析了扭曲液晶片和扭曲液晶偏振光栅的异同,基于扭曲液晶片的测量结果可以得到相同条件下制备的液晶偏振光栅的扭曲角及厚度。实验结果表明:对厚度的测量误差小于 2%,对扭曲角的测量误差小于±0.5°。该方法能够快速和方便地实现对扭曲角及厚度的精准测量,有很高的测量准确性及稳定性,并分析了手性剂的浓度和扭曲角之间的关系,对扭曲液晶偏振光栅的制备方法提供了理论依据。

关键词:液晶;偏振光栅;扭曲角;厚度;琼斯矩阵

中图分类号:O753<sup>+</sup>.2; O436.3 文献标识码:A **doi**:10.37188/CJLCD.2020-0336

# Method for measuring the twist angle and thickness of liquid crystal polarization grating based on Jones matrix

CHEN Jin<sup>1,2</sup>, YANG Cheng-liang<sup>1</sup>, MU Quan-quan<sup>1\*</sup>, WANG Qi-dong<sup>1\*</sup>

- (1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
- 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Liquid crystal polarization grating is a new type of grating device based on the principle of geometric phase. It can modulate the phase and polarization state of incident light by adjusting the spatial distribution of the optical axis of liquid crystal. Traditional liquid crystal polarization gratings can achieve high diffraction efficiency at normal incidence and a small spectral bandwidth, but it is difficult

收稿日期:2020-12-07;修订日期:2020-12-31.

基金项目:国家自然科学基金(No.61975202, No.11974345, No.61805238, No.11704378, No.11774342)

Supported by National Natural Science Foundation of China(No.61975202, No.11974345, No.61805238, No.11704378, No.11774342)

<sup>\*</sup>通信联系人, E-mail: qdwang@ciomp.ac.cn; muquanquan@ciomp.ac.cn

to maintain a high diffraction efficiency with broad spectral bandwidth, and the diffraction efficiency decreases significantly when incident at a large angle. The proposed multi-layer twisted structure allows these problems to be solved, but introduces a new problem, how to accurately control the twist angle and thickness. Based on this problem, this paper proposes a new method for measuring the twist angle and thickness of a liquid crystal polarization grating based on Jones matrix. The difference fitting method eliminates the error caused by the refractive index change of the entire waveband, and can accurately obtain the twist angle and thickness of the liquid crystal cell. The similarities and differences between the twisted liquid crystal film and the twisted liquid crystal polarization grating are analyzed. Based on the measurement results of the twisted liquid crystal film, the twist angle and thickness of the liquid crystal polarization grating prepared under the same conditions can be obtained. The experimental results show that the thickness measurement error is less than 2%, and the twist angle measurement error is less than  $\pm 0.5^{\circ}$ . This method can quickly and conveniently realize the accurate measurement of twist angle and thickness, with high measurement accuracy and stability. The relationship between the concentration of the chiral agent and the twist angle is analyzed, which provides a theoretical basis for the preparation method of multi-twist liquid crystal polarization grating.

Key words: liquid crystals; polarization grating; twist angle; thickness; Jones matrix

# 1 引言

随着光通信、虚拟现实(VR)、增强现实(AR)等技术的快速发展,衍射光栅、透镜等微型化光学元件的研究显得愈加重要[1]。其中液晶偏振光栅作为一种新型的光学元件,可以通过调控液晶分子光轴的分布实现对光束的控制,从而实现很大的偏转角度,其具有很强的偏振敏感性以及很高的单级衍射效率。液晶偏振光栅被誉为第四代光学元件[2],具有重要的研究意义和应用价值。

但是由于液晶偏振光栅本身的色散特性,传统的液晶偏振光栅在宽波段范围内难以保持很高的衍射效率,而且对于大角度入射的光束,其衍射效率显著下降[3-7]。为了解决色散问题,C. Oh 等人提出了一种新型的双扭曲结构的设计[8]。双扭曲结构液晶偏振光栅提供了一种新的思路,即引入扭曲这个新的变量,为液晶偏振光栅进一步实用化奠定了基础。但是双扭曲结构虽然消除了色差,但是对于大入射角的情况,由于在 z 轴液晶光轴(指向矢)的旋转分布引入扭曲,使得光在液晶层中经过的厚度远远偏离了半波条件,从而对于大入射角来说,双扭曲结构衍射效率下降的更快[9]。之后,ZOU等人提出了一种新型的三扭曲结构,可以实现消色差的同时在大入射角也有较

高的衍射效率<sup>[10]</sup>。理论证明,随着扭曲层数的增加,可以同时实现大角度范围和宽谱段内的高衍射效率。但同时又引入了一个新的问题,为了精准实现多层扭曲结构,每一层扭曲角及厚度的控制势必要做到很精确。JUNYU ZOU 等人提出了一种测量扭曲角和厚度的方法,但是该方法在实际测量时由于液晶折射率与波长有关,所以在实际对整个波段的测量结果进行拟合时,会产生较大的误差。

综上所述,目前的液晶偏振光栅的扭曲角及厚度的精确控制是一个急需解决的问题,基于此问题,本文提出了一种新型的基于琼斯矩阵的液晶偏振光栅的扭曲角及厚度的测量方法,该方法采用差值拟合的方法,极大优化了测量的过程,使测量得到的数据更显得清晰与直接,并且测量的准确性与稳定性都很高。

## 2 液晶偏振光栅的结构

传统液晶偏振光栅的结构如图 1 所示[11],液晶分子的光轴在一个周期内连续变化,并满足关系式 $n(x) = [\sin(\pi x/\Lambda),\cos(\pi x/\Lambda),0]$ ,其中  $\Lambda$  是液晶偏振光栅的周期。液晶偏振光栅的最主要特性是能够将一束入射的圆偏振光以 100%的理论衍射效率完全偏向某一个级次(+1 级或者-1

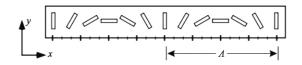


图 1 液晶偏振光栅的液晶分子光轴示意图 Fig.1 Schematic diagram of optical axis of liquid crystal molecules of liquid crystal polarization grating

## 级),偏转的方向受其入射偏振态控制。

虽然液晶偏振光栅提出时本征衍射效率只有 5%~10%[12],但是随着其制备技术的提高、制备 工艺的优化[13],目前液晶偏振光栅的衍射效率可 以达到98%以上,已经可以实现高效率的偏振敏 感衍射。但是由于液晶偏振光栅本身的色散特 性,传统的液晶偏振光栅在宽波段范围内难以保 持很高的衍射效率,为了解决色散问题,有文献提 出了一种新型的双扭曲结构的设计,如图 2 所示。 在这种结构中,液晶分子光轴的旋转不仅在 xy 平面内,同时也分布在 z 轴方向上。这种结构的 设计解决了在宽谱段范围内衍射效率的下降,同 时也为液晶偏振光栅的结构设计提供了一种思 路,使用多层扭曲的结构来消除大角度及宽光谱 范围内的衍射效率的下降。这种z轴上的旋转 通常是通过在液晶中添加手性剂来实现。指向矢 在 z 轴旋转  $2\pi$  的空间周期为螺距 p,使用不同的 手性剂可以实现左旋或右旋,调整手性剂的浓度 可以改变扭曲液晶偏振光栅的螺距。

当在向列相液晶中添加的手性剂浓度 c 很小时,可以得到螺距 p 很大的扭曲液晶,此时,在稀溶液中,p 和 c 成反比<sup>[14]</sup>。扭曲角和液晶层的厚度和螺距有关,即:

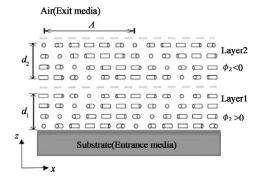


图 2 双扭曲液晶偏振光栅液晶分子光轴示意图 Fig.2 Schematic diagram of optical axis of liquid crystal molecules with double twisted liquid crystal polarization grating

$$\varphi = \frac{2\pi}{b}d \ . \tag{1}$$

故本文使用不同浓度(很小)的手性剂添加 到液晶中,通过控制厚度不变,分析使用添加不 同浓度手性剂的液晶旋涂得到的液晶片的扭曲 角和浓度之间的关系来验证扭曲角测量方法的 准确性。

# 3 测量方法

#### 3.1 测量光路及原理

基于此问题,本文提出了一种新的精准测量 扭曲液晶片扭曲角和厚度的方法。测量光路如图 3 所示,使用白光光源照明,样品放置在两个平行 的偏振片之间。

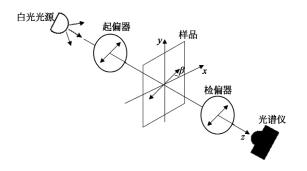


图 3 液晶片厚度与扭曲角测量光路图 Fig. 3 LC film thickness and twist angle measurement setup

这种结构可以看作是起偏器和检偏器平行的 TN 液晶盒<sup>[15]</sup>,其透过率可以由 TN 液晶盒的透 过率推导得到,通过琼斯矩阵可得:

$$T_{//} = \left(\frac{\Phi}{X}\sin\Phi\sin X + \cos\Phi\cos X\right)^{2} + \left[\frac{\Gamma}{2}\frac{\sin X}{X}\cos(\Phi - 2\beta)\right]^{2}, \qquad (2)$$

其中: $\Phi$ 是扭曲角, $\beta$ 是偏振片的偏振方向与液晶前表面指向矢方向的夹角, $\Gamma$ 是液晶片的相位延迟: $\Gamma = 2\pi d \Delta n/\lambda$ ,其中 d是液晶片的厚度, $\Delta n$ 是液晶材料的双折射率, $\lambda$ 是入射光的波长, $X = [\Phi^2 + (\Gamma/2)^2]^{1/2}$ 。

考虑到波长与折射率有关,在使用直接拟合的方法时,使用单一波长拟合误差较大,而使用每个波长对应的折射率值来对整个曲线进行拟合比较复杂。故采用一种新型的测量方法,在同一波

长下,测得一系列不同的  $\beta$  角(0,  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ , ...,  $\beta_{n-1}$ ,  $\beta_n$ )下的透过率,其中  $\beta=0$  时是偏振片偏振方向与液晶片前表面指向矢平行时,每次  $\beta$  角的差值固定,即  $\beta_k=k\beta_1$ 。使用两次不同  $\beta$  角对应的透过率的差值关于  $\beta$  角初值的变化曲线来进行拟合液晶片的参数。

两次不同  $\beta$  角对应的透过率的差值关于  $\beta$  角 初值的关系为:

$$T_{m+1} - T_m = A\sin(2\Phi - 4\beta_m - 2\beta_1)\sin(2\beta_1)$$
,

其中 A 是正弦函数的峰值:

$$A = \left(\frac{\Gamma}{2} \frac{\sin X}{X}\right)^2 . \tag{4}$$

通过正弦函数拟合的方法即可得到扭曲角  $\Phi$  的值及 A 的值,使用不同波长下的峰值可以得到 当前波长对应的  $\Gamma$  值,在已知液晶片厚度的前提下,由相位延迟的定义可以得到不同波长对应的  $\Delta n$  的值,绘制出液晶材料的  $\Delta n$  曲线。也可以在已知液晶材料特定波长下的  $\Delta n$  值时,得到液晶片的厚度。

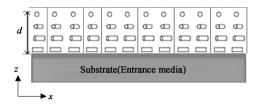
#### 3.2 扭曲液晶片与扭曲液晶偏振光栅的对比

扭曲液晶片与扭曲液晶偏振光栅的结构如图 4 所示。无扭曲液晶片的液晶分子指向矢指向方向是一致的,添加手性剂后液晶分子在 z 轴上增加了扭曲。无扭曲液晶偏振光栅的液晶分子光轴在 x 轴方向上一个周期内旋转分布,添加手性剂后等价于基于基片界面的锚定方向在 z 轴方向上增加了扭曲。

首先,扭曲液晶片与扭曲液晶偏振光栅在 z 轴方向的扭曲是一致的,每一层的扭曲角只与液晶层的厚度和手性剂的浓度有关,而液晶层的厚度则主要决定于液晶的浓度和旋涂速度,所以精准测量扭曲液晶片的扭曲角及厚度即可得到相同条件下制备得到的扭曲液晶偏振光栅的扭曲角及厚度。

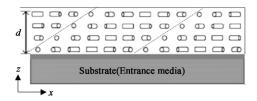
其次,如果直接用这种方法测试扭曲液晶偏振光栅,由于此方法是基于扭曲液晶片的琼斯矩阵分析,而扭曲液晶偏振光栅一个周期内分子光轴的纵向分布等价于一系列液晶前表面光轴旋转的扭曲液晶片。所以如果使用此测量方法测量扭曲液晶偏振光栅的扭曲角及厚度,旋转扭曲液晶偏振光栅的过程中,测量的光强不会发生变化。

故采用该光路测量扭曲液晶片的扭曲角及厚度,从而得到同条件制备的扭曲液晶偏振光



(a) 扭曲液晶片

(a) Twisted LC film



(b)扭曲液晶偏振光栅

(b) Twisted liquid crystal polarization grating 图 4 液晶分子光轴对比图

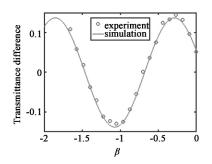
Fig.4 Optical axis contrast diagram of liquid crystal molecules

栅的扭曲角及厚度。为了验证本方法的准确性,使用不同手型剂浓度的液晶制备了一系列的单层扭曲液晶片,使用上述方法对这些液晶片的扭曲角及厚度进行测量,并与台阶仪测量的结果进行对比。

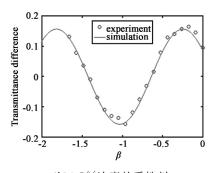
#### 4 结果与讨论

# 4.1 扭曲角的测量

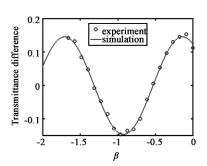
首先,控制液晶层的厚度不变,液晶层的厚度 主要与液晶浓度、旋涂速度等因素有关,可以控制 这些参数为定值,调整添加的手性剂的浓度,从而 得到一系列厚度一定,螺距变化的扭曲液晶片。 由于螺距的大小与温度有关,所以在旋涂液晶时 需控制温度在常温下。将不同质量的手性剂分别 添加到 17%浓度的液晶中配置 0.25%,0.5%, 1%,2.5%浓度的扭曲液晶,然后分别使用这些浓 度不同的扭曲液晶旋涂制备螺距不同的扭曲液晶 片。使用这种新型的测量方法测量这些扭曲液晶 片的扭曲角及厚度,测得的数据及使用 Matlab 程 序拟合的结果如图 5 所示。拟合得到的扭曲角分 别是 7.420 03°, 13.295 17°, 25.510 40°, 61.41027°。分析可得,扭曲角与添加的手性剂浓 度为线性关系,故使用直线函数拟合扭曲角与添 加的手性剂浓度之间的关系,结果如图 6 所示。



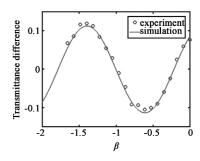
(a)0.25%浓度的手性剂 (a)0.25% concentration of chiral agent



(b)0.5%浓度的手性剂 (b)0.5% concentration of chiral agent



(c)1%浓度的手性剂 (c)1% concentration of chiral agent



(d)2.5%浓度的手性剂

(d)2.5% concentration of chiral agent

图 5 使用差值拟合的方法拟合单层旋涂添加不同 浓度的手性剂的液晶的结果

Fig. 5 Results of fitting the monolayer spin coating of liquid crystal that added in different concentration of chiral agents

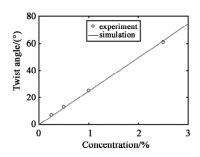
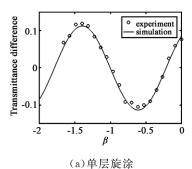


图 6 测得的扭曲角与手性剂浓度的关系 Fig. 6 Relationship between the measured twist angle and the concentration of chiral agent

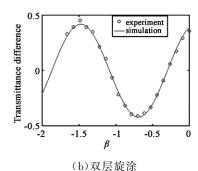
由图 6 可以看出,扭曲角与添加的手性剂浓度基本满足线性关系,曲线的斜率与所使用的手性剂的种类有关,这与本文中的理论推导相符,同时可以由曲线中得知需求的中间的扭曲角所需的手性剂浓度。

#### 4.2 厚度的测量

使用添加 1%浓度手性剂的液晶分别旋涂一层和两层制备液晶片,用本方法分别进行测量,结果如图 7 所示。



(a) Monolayer spin coating



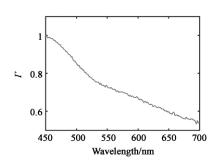
(b)Double layer spin coating

图 7 使用差值拟合的方法拟合不同层数旋涂添加 1%浓度的手性剂的液晶的结果

Fig. 7 Results of fitting the different layers spin coating of liquid crystal that added in 1% concentration of chiral agents

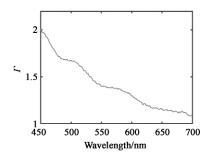
测得的扭曲角分别是  $25.510 4^{\circ}$ ,  $50.795 0^{\circ}$ , 使用各个波长的峰值计算得到的相位延迟  $\Gamma$  如图 8 所示。

由  $\Gamma = 2\pi d \Delta n/\lambda$  可得,如果需要得到厚度的值,可以先通过椭偏仪测得该液晶的双折射率和波长之间的关系,如图 9 所示。计算出的厚度为



(a)单层旋涂

(a) Monolayer spin coating



(b)双层旋涂

(b) Double layer spin coating

图 8 使用差值拟合方法得到的不同层数旋涂添加 1%浓度的手性剂的液晶的相位延迟量

Fig. 8 Phase retardation obtained by fitting the different layers spin coating of liquid crystal that added in 1% concentration of chiral agents

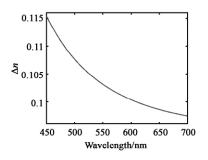


图 9 使用椭偏仪测得的  $\Delta n$  的值 Fig. 9  $\Delta n$  measured by the ellipsometer

628 nm,1 223 nm,使用台阶仪测得的厚度为 623 nm 及 1 201 nm,整体测量误差小于 2%。

# 5 结 论

本文设计了一种基于琼斯矩阵的液晶偏振光棚的扭曲角及厚度的测量方法,使用差值拟合的方法实现扭曲液晶片扭曲角及厚度的测量,从而得到相同条件制备的液晶偏振光栅的扭曲角及厚度。本测量方法优化了测量的准确性和稳定性,能够快速而准确地得到测量的扭曲角及厚度。厚度的测量误差小于2%,基本满足厚度控制的需求,扭曲角的测量结果基本符合理论分析的变化,与曲线的偏差小于±0.5°。同时也为多扭曲液晶偏振光栅制备过程中的扭曲角控制提供了方法,即先使用多个浓度的手性剂制备扭曲液晶片,分别测量各个手性剂浓度下的扭曲液晶片的扭曲角值,即可得到需要的扭曲角与手性剂浓度的变化曲线,从而可以得到需要的扭曲角对应的手性剂浓度,实现相应的液晶偏振光栅的制备。

#### 参考文献:

- [1] YUNF, CAPASSOF. Flat optics with designer metasurfaces [J]. Nature Materials, 2014, 13(2): 139-150.
- [2] TABIRYAN N, ROBERTS D, SERABYN E, et al. Superlens in the skies: liquid-crystal-polymer technology for telescopes [J]. SPIE Newsroom, 2016, doi: 10.1117/2.1201601.006317.
- [3] DUAN W, CHEN P, WEI B Y, et al. Fast-response and high-efficiency optical switch based on dual-frequency liquid crystal polarization grating [J]. Optical Materials Express, 2016, 6(2): 597-602.
- [4] PROVENZANO C, PAGLIUSI P, CIPPARRONE G. Highly efficient liquid crystal based diffraction grating induced by polarization holograms at the aligning surfaces [J]. Applied Physics Letters, 2006, 89(12): 121105.
- [5] CHENG H H, BHOWMIK A K, BOS P J. Analysis of a dual-twist Pancharatnam phase device with ultrahigh-efficiency large-angle optical beam steering [J]. Applied Optics, 2015, 54(34): 10035-10043.
- [6] XIANG X, KIM J, KOMANDURI R, et al. Nanoscale liquid crystal polymer Bragg polarization gratings [J]. Op-

- tics Express, 2017, 25(16): 19298-19308.
- [7] XIANG X, KIM J, ESCUTI M J. Bragg polarization gratings for wide angular bandwidth and high efficiency at steep deflection angles [J]. Scientific Reports, 2018, 8(1): 7202.
- [8] OH C, ESCUTI M J. Achromatic diffraction from polarization gratings with high efficiency [J]. Optics Letters, 2008, 33(20): 2287-2289.
- [9] XIANG X, ESCUTI M J. Numerical modeling of polarization gratings by rigorous coupled wave analysis [C]//Proceedings of SPIE 9769, Emerging Liquid Crystal Technologies XI. San Francisco, California, United States: SPIE, 2016, 9769; 976918.
- [10] ZOU J Y, ZHAN T, XIONG J H, et al. Broadband wide-view Pancharatnam-Berry phase deflector [J]. Optics Express, 2020, 28(4): 4921-4927.
- [11] KIM J, OH C, ESCUTI M J, et al. Wide-angle nonmechanical beam steering using thin liquid crystal polarization gratings [C]//Proceedings of SPIE 7093, Advanced Wavefront Control: Methods, Devices, and Applications VI. San Diego, California, United States: SPIE, 2008, 7093; 709302.
- [12] EAKIN J N, XIE Y H, PELCOVITS R A, et al. Zero voltage Freedericksz transition in periodically aligned liquid crystals [J]. Applied Physics Letters, 2004, 85(10): 1671-1673.
- [13] 刘春杰,彭增辉,李松振,等.非等光强正交圆偏振光对液晶偏振光栅衍射特性的影响[J].液晶与显示,2018,33 (2):144-149.
  - LIU C J, PENG Z H, LI S Z, et al. Diffraction properties of liquid crystal polarization gratings with orthogonal circular polarization and different intensities waves [J]. Chinese Journal of Liquid Crystals and Displays, 2018, 33(2): 144-149. (in Chinese)
- [14] GRIFFIN A C, JOHNSON J F, PORTER R S, et al. Liquid Crystals and Ordered Fluids [M]. New York: Plenum Press, 1970.
- [15] WUST, YANG DK. Reflective Liquid Crystal Displays [M]. New York: Wiley, 2001.

#### 作者简介:



陈 琎(1997一),男,河南南阳人,硕士研究生,2018年于武汉大学获得学士学位,主要从事液晶偏振光栅的制备及模拟的研究。E-mail; chenjin18@mails,ucas,ac.cn



王启东(1987一),男,山东临汾人,博士,副研究员,2010年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位,主要从事液晶光学相控阵及液晶器件的研究。E-mail: qdwang@ciomp,ac.cn



**穆全全**(1980一),男,山西吕梁人,博士,研究员,2010年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位,主要从事液晶光学调控技术、自适应光学技术和智能光学成像等领域的研究。E-mail:muquanquan@ciomp.ac.cn