

文章编号 1004-924X(2021)12-2891-11

刚性航天器的预定义时间滑模控制

赛华阳^{1,2}, 徐振邦^{1,3*}, 贺 帅¹, 张恩阳¹, 秦 超¹

- (1. 中科院长春光学精密机械与物理研究所 中科院空间光学系统在轨制造与集成重点实验室, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学, 北京 100049;
3. 中国科学院大学材料与光电研究中心, 北京 100049)

摘要:针对刚性航天器在姿态跟踪控制中存在的系统不确定及外界干扰等问题,提出了一种预定义时间滑模控制器(PTSMC)。首先,给出了以四元数为姿态参数的航天器姿态跟踪控制系统,利用误差四元数和误差角速度设计了预定义时间滑模面。然后,考虑了航天器系统的不确定性和外界干扰设计了一种非保守上界的PTSMC,并通过边界层技术降低了系统抖动。最后,通过设计Lyapunov函数,证明了所提出的控制器的预定义时间稳定性和系统收敛时间上界的非保守性。仿真结果表明,刚性航天器的姿态跟踪误差精度可达 1.5×10^{-6} rad,角速度跟踪误差精度可达 2×10^{-6} rad/s。与现有的预定义时间控制器相比,所提出的控制器的稳定时间上限是更加非保守的,与传统PD控制和非奇异终端滑模控制相比,所提出的控制器具有更高的跟踪精度和鲁棒性。通过3自由度气浮平台的姿态跟踪实验进一步说明了控制方案的有效性,其中角度跟踪误差小于0.1 rad,位置跟踪误差小于0.2 m。

关键词:航天器;姿态跟踪;预定义时间控制;滑模控制

中图分类号: TP394.1; TH691.9 **文献标识码:** A **doi:** 10.37188/OPE.20212912.2891

Predefined-time sliding mode control for rigid spacecraft

SAI Hua-yang^{1,2}, XU Zhen-bang^{1,3*}, HE Shuai¹, ZHANG En-yang¹, QIN Chao¹

- (1. CAS Key Laboratory of On-orbit Manufacturing and Integration for Space Optics System, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, CAS, Changchun 130033, China;
2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;
3. Materials and Optoelectronics Research Center, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

* Corresponding author, E-mail: xuzhenbang@ciomp.ac.cn

Abstract: To minimize system uncertainty and external disturbance in attitude tracking control for rigid spacecraft, a predefined-time sliding mode controller (PTSMC) is proposed. First, the spacecraft attitude tracking system is developed with quaternion parameterization, and the predefined time sliding surface is designed using an error quaternion and error angular velocity. Then, considering the uncertainties and external disturbances of the spacecraft system, a PTSMC with a non conservative upper bound is designed, and the noise of the system is reduced using boundary layer technology. Finally, by designing the Lyapu-

收稿日期:2021-03-30;修订日期:2021-05-05.

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 11972343, No. 91848202);国家重点研发计划项目(No. 2016YFE0205000)

nov function, the predefined-time stability of the proposed controller and the non conservative upper bound of the system convergence are demonstrated. The simulation results show that using the proposed approach, the attitude tracking accuracy of rigid spacecraft can reach 1.5×10^{-6} rad, and the angular velocity tracking accuracy can reach 2×10^{-6} rad/s. Compared with the existing predefined time control and non singular terminal sliding mode control, the upper bound of the stabilization time of the proposed control is more non conservative and has higher tracking accuracy and robustness. The effectiveness of the control scheme is further illustrated by the attitude tracking experiment of the 3 DOF airborne platform. The angle tracking error is less than 0.1 rad, and the position tracking error is less than 0.2 m.

Key words: spacecraft; attitude tracking; predefined-time control; sliding mode control

1 引 言

近年来,航天器的姿态跟踪问题由于在空间应用中的重要作用而得到了广泛的研究^[1-2]。航天器的姿态调整是一个复杂的控制问题,因为其在相互作用的非线性运动学和动力学模型,以及空间环境中不可预测的外界扰动^[3-4]。

滑模控制(Sliding Mode Control, SMC)是处理具有不确定性和外界扰动的非线性系统的最有效的方法之一^[5]。由于其对系统不确定性和外界干扰的强鲁棒性,SMC已被广泛应用到航天器的姿态控制中。但传统的SMC算法只能获得渐近稳定的结果,这意味着航天器的姿态跟踪误差需要很长的时间才能收敛到平衡点,而许多任务要求航天器实现快速的姿态调整^[6]。为了满足这一要求,有限时间控制的概念被提出,它可以提高系统误差的收敛速度,使其在有限的时间内收敛。终端滑模控制就是一种典型的有限时间控制方法,其中,一种新型的非奇异终端滑模控制(Non-singular Terminal Sliding Mode Control, NTSMC)已经被应用到航天器的姿态调整中^[7]。但有限时间控制方案的收敛时间依赖于系统的初始状态,因此难以提前获得航天器准确的姿态稳定时间界限。与有限时间控制方案不同的是,固定时间控制可以保证系统的收敛时间独立于系统的初始值,即系统收敛时间的上界是一个不依赖于系统初始状态的常数^[8]。目前,一些固定时间的SMC也已经被成功地应用于航天器的姿态跟踪控制中^[1,9]。

虽然与有限时间控制相比,固定时间在系统稳定时间的建立上有显著的优势,但固定时间控制器的控制参数与稳定时间之间的关系往往是

复杂的。为了解决这个问题,一种更先进的控制概念,即预定义时间控制被提出^[10]。预定义时间控制为被控系统提供了一种先进的稳定性特征,即通过调整预定义时间参数可以很容易地确定系统的稳定性上界,从而为系统的行为提供高度的确定性。在文献[10-12]中,预定义时间控制被用来和SMC相结合以提高一阶控制系统的鲁棒性,但这些方法仅能保证系统在SMC中到达阶段的预定义时间稳定性。在文献[13-15]中,预定义时间滑模控制的相关理论被进一步提出,并被拓展到二阶控制系统。此外,在文献[3]中,预定义时间控制被应用于航天器的姿态跟踪控制中。但上述预定义时间控制方案的稳定时间上界往往过于保守,这意味着控制器会远提前于所设定的稳定时间完成航天器的姿态调整。对于航天器姿态控制而言,过快的姿态调节会导致系统能量的浪费,甚至使控制力矩超过系统所允许的范围。

在本文中,我们提出了一种应用于刚性航天器姿态跟踪控制的新型预定义时间滑模控制(Predefined-Time Sliding Mode Control, PTSMC)方案用于解决现有预定义时间控制方案的稳定时间上界过于保守的问题。首先,我们设计了一种新型滑模变量和预定义时间滑模面,然后提出了一种新型PTSMC方案,并采用边界层技术降低了系统抖振。接着,通过Lyapunov函数证明了所提出的控制器的预定义时间稳定性和系统收敛上界的非保守性。最后通过仿真实验,分别与现有的预定义时间控制方案,NTSMC方案和比例微分(Proportional-Derivative, PD)控制进行了对比,并利用3自由度气浮平台进行了实验验证,证明了所提出控制方案的

有效性和优越性。

2 刚性航天器模型和性质

如图 1 所示,在建立航天器的姿态控制系统时常建立 3 个参考坐标系,包括惯性坐标系 F_I ,参考坐标系 F_O 和航天器本体坐标系 F_B 。在本文中, F_I 被选择为以地球为中心的惯性框架, F_B 的原点位于被控航天器的质心,并围绕 F_I 以 $\omega_0 \in \mathbf{R}_+$ 的轨道速率运行。 F_O 与 F_B 有相同的原点,其滚转轴 X_O 指向飞行器的飞行方向,俯仰轴 Y_O 垂直于飞行器的运行轨道,偏航轴 Z_O 指向地心。

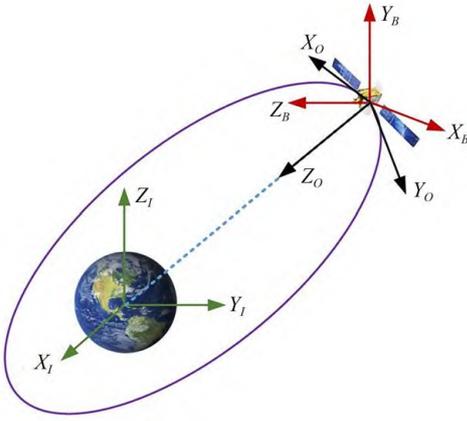


图 1 航天器的参考坐标系

Fig. 1 Coordinate reference frame system of spacecraft

刚性航天器的姿态可以通过航天器本体坐标系 F_B 相对于惯性坐标系 F_I 的姿态四元数进行表示,即 $(q_v, q_4) \in \mathbf{R}^3 \times \mathbf{R}$ 。刚性航天器的运动学方程可以表示为:

$$\begin{cases} \dot{q}_v = \frac{1}{2} (q_4 I_3 + q_v^\times) \omega \\ \dot{q}_4 = -\frac{1}{2} q_v^\top \omega \end{cases}, \quad (1)$$

其中: $\omega \in \mathbf{R}^3$ 表示航天器相对于本体坐标系 F_B 的角速度, I_3 表示单位矩阵, $(\cdot)^\times$ 表示为由向量元素构建的偏斜对称矩阵,即:

$$a^\times = \begin{bmatrix} 0 & -a_3 & a_2 \\ a_3 & 0 & -a_1 \\ -a_2 & a_1 & 0 \end{bmatrix} \quad \forall a = [a_1, a_2, a_3] \in \mathbf{R}^3. \quad (2)$$

对于航天器的姿态跟踪问题,期望姿态的四元数可以表示为 $q_d = [q_{dv}^\top \ q_{d4}]^\top \in \mathbf{R}^3 \times \mathbf{R}$, 它满足 $q_{dv}^\top q_{dv} + q_{d4}^2 = 1$ 。令 $\omega_d \in \mathbf{R}^3$ 表示为期望的角

速度,则期望的运动学方程可以表示为:

$$\begin{cases} \dot{q}_{dv} = \frac{1}{2} (q_{dv}^\times + q_{d4} I_3) \omega_d \\ \dot{q}_{d4} = -\frac{1}{2} q_{dv}^\top \omega_d \end{cases}. \quad (3)$$

相似地,将 $q_e = [e_v^\top \ e_4]^\top \in \mathbf{R}^4$ 表示为航天器姿态误差的四元数,其中 $e_4 \in \mathbf{R}$ 表示航天器本体坐标系 F_B 相对于参考坐标系 F_O 的相对姿态。 $\omega_e \in \mathbf{R}^3$ 表示角速度误差,航天器的误差姿态运动学方程可以表示为:

$$\begin{cases} \dot{e}_v = \frac{1}{2} (e_4 I_3 + e_v^\times) \omega_e \\ \dot{e}_4 = -\frac{1}{2} e_v^\top \omega_e \end{cases}. \quad (4)$$

航天器的角速度误差可以通过下式给出:

$$\omega_e = \omega - C \omega_d, \quad (5)$$

其中, C 表示从 F_O 到 F_B 的坐标变换矩阵,并且矩阵 C 可以通过下式进行计算:

$$C = (e_4^2 - e_v^\top e_v) I_3 + 2e_v e_v^\top - 2e_4 e_v^\times. \quad (6)$$

此外,航天器的姿态动力学方程可以表示为:

$$J \dot{\omega} + \omega^\times J \omega = u + d, \quad (7)$$

其中: $J \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 是航天器关于本体坐标系 F_B 的惯性矩阵, $u \in \mathbf{R}^3$ 和 $d \in \mathbf{R}^3$ 分别表示系统的控制力矩和未知但有界的扰动力矩。

结合式(3),(5)和(7),航天器姿态的误差运动学和动力学方程可以被写为:

$$\begin{cases} \dot{e}_v = \frac{1}{2} (e_4 I_3 + e_v^\times) \omega_e \\ \dot{\omega}_e = \omega_e^\times C \omega_d - J^{-1} [(C \omega_d)^\times J \omega + \omega_e^\times J \omega - u + d] \end{cases}. \quad (8)$$

考虑到航天器模型的不确定性,可以假设:

$$J = J_0 + \Delta J, \quad (9)$$

其中, J_0 和 ΔJ 分别表示已知的系统的名义惯性矩阵和惯性矩阵 J 的不确定部分。式(8)中给出的动力学方程可以被写为:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_e = \omega_e^\times C \omega_d - J_0^{-1} [(C \omega_d)^\times J_0 \omega + \\ \omega_e^\times J_0 \omega - u - \rho] \end{aligned}, \quad (10)$$

其中,系统耦合不确定部分 $\rho \in \mathbf{R}^3$ 被定义为如下形式:

$$\rho = d - \Delta J \omega_e = \Delta J \omega_e^\times C \omega_d - (C \omega_d)^\times \Delta J \omega - \omega_d^\times \Delta J \omega. \quad (11)$$

参考文献[1],系统耦合不确定部分的上界可以通过下式确定:

$$\|\rho\| \leq b_0 + b_1\|\omega\| + b_2\|\omega\|^2. \quad (12)$$

本文要解决的问题如下:通过设计控制输入 u ,使包含系统不确定性和外界干扰的刚性航天器的姿态误差 e_v 和角速度跟踪误差 ω_e 在给定的时间内收敛到零。

3 预定义时间稳定性的基本理论

首先介绍关于有限时间、固定时间和预定义时间稳定性的一些的定义和引理以用于控制器预定义时间稳定性的证明。

考虑一个非线性系统:

$$\dot{x} = f(x; \rho), x(0) = x_0, \quad (13)$$

其中: $x \in \mathbf{R}^n$ 表示系统状态, 向量 $\rho \in \mathbf{R}^b$ 代表系统(13)的系统参数。函数 $f: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 可以被认为是非线性和连续的, 并且它原点被假设为系统(13)的平衡点, 即 $f(0; \rho) = 0$ 。

定义 1. 全局有限时间稳定性^[16]: 如果系统(13)的原点是全局渐近稳定的, 且系统(13)的任何解 $x(t, x_0)$ 在某个有限时刻达到平衡点, 即 $\forall t \geq T(x_0) = 0$, 则系统(13)的平衡点被认为是全局有限时间稳定的, 其中 $T: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}_+ \cup \{0\}$ 被称为稳定时间函数。

定义 2. 固定时间稳定性^[8]: 如果系统(13)的原点是全局有限时间稳定的且稳定时间函数有界, 即 $\exists T_{\max} > 0: \forall x_0 \in \mathbf{R}^n, T(x_0) \leq T_{\max}$, 那么系统(13)的平衡点是固定时间稳定的。

定义 3. 预定义时间稳定性^[17]: 对于系统(13)的系统参数 ρ 和常数 $T_c = T_c(\rho) > 0$, 如果系统(13)的平衡点是固定时间稳定的, 且稳定时间函数 $T: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$ 满足以下条件:

$$T(x_0) \leq T_c \quad \forall x_0 \in \mathbf{R}^n, \quad (14)$$

则系统(13)的平衡点被认为是预定义时间稳定的, 且 T_c 叫做预定义时间。此外, 如果稳定时间函数满足 $\sup_{x_0 \in \mathbf{R}} T(x_0) = T_c$, 那么 T_c 被称作强预定义时间, 否则, T_c 被称作弱预定义时间。

理论 1. ^[13] 如果存在满足以下条件的连续正定径向无界函数 $V: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}$:

$$\dot{V}(x) \leq -\frac{\gamma}{T_c} (\alpha V(x)^p + \beta V(x)^q)^k, \quad (15)$$

其中: $x \in \mathbf{R}^n \setminus \{0\}$; α, β, p, q, k 为满足 $kp < 1$,

$kq > 1$ 的正常数。那么, 系统(13)的平衡点是预定义时间稳定的, 预定义时间为 T_c 。如果设参数向量 $\rho = [\alpha \beta p q k]^T \in \mathbf{R}^5$, 则预定义时间函数满足 $T_f = \gamma(\rho)$, 其中 $\gamma(\rho)$ 可以通过下式计算得出:

$$\gamma(\rho) = \frac{\Gamma(m_p)\Gamma(m_q)}{\alpha^k\Gamma(k)(q-p)} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{m_p}, \quad (16)$$

其中: m_p, m_q 分别是满足 $m_p = \frac{1-kp}{q-p}$ 和 $m_q = \frac{kq-1}{q-p}$ 的正常数; $\Gamma(\cdot)$ 是 gamma 函数, 满足 $\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} e^{-t} t^{z-1} dt$ 。

4 预定义时间滑模控制器设计与稳定性分析

4.1 预定义时间滑模控制器设计

首先, 设计如下滑模变量:

$$s_a = \lfloor \omega_e \rfloor^2 + \frac{\gamma^2}{2T_{c1}^2} (\alpha \lfloor e_v \rfloor^p + \beta \lfloor e_v \rfloor^q), \quad (17)$$

其中: ω_e 和 e_v 分别是航天器的角速度跟踪误差和姿态跟踪误差; α, β, p, q 分别是定义的正常数且满足 $0 < p < 1, q > 1$; γ, m_p, m_q 分别是满足 $\gamma = \frac{\Gamma(m_p)\Gamma(m_q)}{\alpha^k\Gamma(k)(q-p)} \left(\frac{\alpha}{\beta}\right)^{m_p}, m_p = \frac{1-kp}{q-p}, m_q = \frac{kq-1}{q-p}$ 关系的正常数; T_{c1} 是定义的滑动阶段的预定义时间常数; $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示 $|\cdot| \text{sign}(\cdot)$ 。

接着, 定义如下的预定义时间滑模面:

$$s = \omega_e + \lfloor s_a \rfloor^{\frac{1}{2}}. \quad (18)$$

根据上述的滑模变量(17)和滑模面(18), 所提出的 PTSMC 可以表示如下:

$$\begin{aligned} u &= u_1 + u_2 \\ u_1 &= J_0 \frac{|\omega_e| \eta - a}{|s_a|^{\frac{1}{2}} + |\omega_e|} - J_0 \eta - J_0 \omega_e^\times C \omega_d + \\ &\quad (C \omega_d)^\times J_0 \omega + \omega_e^\times J_0 \omega \\ u_2 &= -k_0 \text{sign}(s) \end{aligned} \quad (19)$$

$$\eta = \frac{\gamma}{T_{c2}} (\alpha |s|^p + \beta |s|^q)^k \text{sign}(s)$$

$$a = \frac{\gamma^2}{2T_{c2}} (\alpha p |e_v|^{p-1} + \beta q |e_v|^{q-1}) \omega_e$$

$$k_0 = b_0 + b_1\|\omega\| + b_2\|\omega\|^2$$

其中: T_{c2} 表示系统到达阶段的预定义时间常数;

b_1, b_1, b_2 是定义的正常数并满足不等式(12), 对于向量 $x \in \mathbb{R}^n$, $|x|$ 表示分别对向量的每个元素取绝对值。

图 2 给出了(17)~(19)中所提出的 PTSMC 的控制信号流程图, 其中 u_1 是使系统在预定义时间内收敛的滑模控制器, u_2 是用于抵抗系统不确定性和外界扰动的鲁棒控制器。

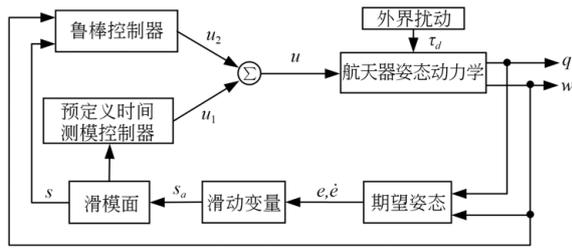


图 2 PTSMC 方案的控制信号流程图

Fig. 2 Block diagram showing the flow of the control signals for the PTSMC scheme.

4.2 稳定性分析

对于所提出的 PTSMC 的稳定性分析可以分为到达阶段和滑动阶段进行分析。同时, 为了简化证明过程, 我们将式(10)重写为以下形式:

$$\dot{\omega}_e = f(\omega) + b(\omega)u + J_0^{-1}\rho, \quad (20)$$

其中, $f(\omega) = \omega_e^\times C\omega_d - J_0^{-1}(C\omega_d)^\times J_0\omega - J_0^{-1}\omega_e^\times J_0\omega, b(\omega) = J_0^{-1}$ 。

4.2.1 系统到达阶段的稳定性分析

所提出的滑模面(18)关于时间的导数为:

$$\begin{aligned} \dot{s} = \dot{\omega}_e + \frac{|\omega_e|\dot{\omega}_e}{|s_a|^{\frac{1}{2}}} + \\ \frac{\gamma^2}{2T_{c1}^2} \frac{(\alpha p|e_v|^p + \beta q|e_v|^q)\omega_e}{|s_a|^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (21)$$

带入式(20), 可以得到:

$$\dot{s} = f(\omega) + b(\omega)u + J_0^{-1}\rho + \frac{|\omega_e|(f(\omega) + b(\omega)u + J_0^{-1}\rho)}{|s_a|^{\frac{1}{2}}} + \frac{\gamma^2}{2T_{c1}^2} \frac{(\alpha p|e_v|^p + \beta q|e_v|^q)\omega_e}{|s_a|^{\frac{1}{2}}} \quad (22)$$

将式(22)带入所提出的控制输入(19), 有:

$$\begin{aligned} \dot{s} = \frac{|\omega_e|\eta - a}{|s_a|^{\frac{1}{2}} + |\omega_e|} - \eta - J_0^{-1}k_0\text{sign}(s) + J_0^{-1}\rho + \frac{|\omega_e|\left(\frac{|\omega_e|\eta - a}{|s_a|^{\frac{1}{2}} + |\omega_e|} - \eta - J_0^{-1}k_0\text{sign}(s) + J_0^{-1}\rho\right)}{|s_a|^{\frac{1}{2}}} + \\ \frac{\gamma^2}{2T_{c1}^2} \frac{(\alpha p|\omega_e|^p + \beta q|\omega_e|^q)\omega_e}{|s_a|^{\frac{1}{2}}} \end{aligned} \quad (23)$$

对式(23)进一步化简可以得到:

$$\dot{s} = -\eta + J_0^{-1}\rho - J_0^{-1}k_0\text{sign}(s) + \frac{|\omega_e|(J_0^{-1}\rho - J_0^{-1}k_0\text{sign}(s))}{|s_a|^{\frac{1}{2}}} \quad (24)$$

根据式(12)和(19), 有 $k_0 = b_0 + b_1\|\omega\| + b_2\|\omega\|^2 \geq \rho$, 因此式(24)可以推出以下不等式:

$$\dot{s} \leq -\eta = -\frac{\gamma}{T_{c2}} (\alpha|s|^p + \beta|s|^q)\text{sign}(s) \quad (25)$$

考虑一个 Lyapunov 候选函数为 $V_1(s) = |s|$, 则它的一阶导数为:

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 = s\text{sign}(s) \leq -\frac{\gamma}{T_{c2}} (\alpha|s|^p + \beta|s|^q) = \\ -\frac{\gamma}{T_{c2}} (\alpha V_1(s)^p + \beta V_1(s)^q) \end{aligned} \quad (26)$$

根据理论 1, 我们可以得到, 系统在到达阶段是预定义时间稳定的, 且预定义时间为 T_{c2} 。

4.2.2 系统滑动阶段的稳定性分析

一旦系统的跟踪轨迹被约束到滑模面上, 即当 $t > T_{c2}$ 时 $s = 0$, 系统进入滑动阶段, 根据式(17)和(18), 可以得到:

$$\omega_e = -\frac{\gamma}{T_{c1}} (\alpha|e_v|^p + \beta|e_v|^q)\text{sign}(e_v) \quad (27)$$

设滑动阶段的 Lyapunov 候选函数为 $V_2(e_v) = |e_v|$, 于是可以得到:

$$\dot{V}_2(e_v) = -\frac{\gamma}{T_{c1}} (\alpha V_2(e_v)^p + \beta V_2(e_v)^q) \quad (28)$$

同样地, 根据理论 1, 系统在预定义时间 T_{c2} 内沿滑模面收敛到平衡点。

根据上述证明,我们可以得到,所提出的控制器可以在系统不确定和存在外界扰动的前提下实现刚性航天器的预定义时间收敛,其收敛时间为 $T_c = T_{c1} + T_{c2}$ 。

备注 1. 由于存在系统的耦合不确定性 ρ ,即使系统的初始误差 $e_v \rightarrow \infty$,系统误差也会在预定义时间 T_c 之前收敛到原点,即 T_c 为弱预定义时间。同时,我们可以考虑一种特殊情况,当 $k_0 = \|\rho\|$ 成立时,式(25)和(26)中的等号成立,此时 T_c 为系统的最小收敛时间上界,根据定义 3, T_c 为强预定义时间。相较于现有的预定义时间控制方法,如文献[5-9]中所提出的控制方案,本文中的 Lyapunov 函数的导数仅在式(25)考虑耦合不确定时进行了缩放,而其他控制方案则在推导过程中进行了多次缩放,因此本文中所提出收敛时间上界是更不保守的。

备注 2. 考虑到符号函数 $\text{sign}(\cdot)$ 会导致系统控制输入的抖振,为了改善符号函数导致的系统抖振,将所提出的控制器(19)中的 $\text{sign}(s)$ 修改为 $\frac{s}{|s| + 0.01}$ 。同时,将式(19)中的函数 a 修改为如下形式:

$$a = \begin{cases} \frac{\gamma^2}{2T_{c2}} (\alpha p |e_v|^{p-1} + \beta q |e_v|^{q-1}) |\omega_e| > \epsilon \\ \epsilon I_{3 \times 1} \quad |\omega_e| \leq \epsilon \end{cases}, \quad (29)$$

其中, $\epsilon \in \mathbf{R}$ 是一个很小的正常数。

$$u = -\gamma_1^2 (q_1 + p_1 |x_1|^{p_1}) |x_1|^{p_1-1} \exp(|x_1|^{p_1}) \text{sign}(\sigma) - \gamma_2 \exp(\alpha_2 |\sigma|^{p_2}) |\sigma|^{\beta_2 q_2} - k \text{sign}(\sigma), \quad (30)$$

$$\sigma = x_2 + \lfloor |x_2|^2 + 2\gamma_1^2 \exp(|x_1|^{p_1}) |x_1|^{q_1} \rfloor^{\frac{1}{2}}$$

其中, $\gamma_1 = 2^{\frac{1-q_1/2}{p_1}} \Gamma\left(\frac{1-q_1/2}{p_1}\right) / p_1 T_{c1}$, $\gamma_2 = \frac{\beta_2 q_2 - 1}{\alpha_2^{p_2}} \Gamma\left(\frac{1-\beta_1 q_2}{p_2}\right) / p_2 T_{c2}$, 控制参数分别满足 $T_{c1} > 0, p_1 > 0, 1 \leq q_1 \leq 2, T_{c2} > 0, \alpha_2 > 0, \beta_2 > 0, p_2 > 0, q_2 > 0, \beta_2 q_2 < 1$ 。

为了公平比较,修改控制器(30)中的 k 为本文中所提出的 k_0 , $\text{sign}(\sigma)$ 修改为本文中在备注 2 中所设定的 $\frac{\sigma}{|\sigma| + 0.01}$ 。其他参数参考文献[14]中给出的相应参数值,即 $q_1 = 1.2, p_1 = 1, q_2 = 0.5, p_2 = 1, \alpha_2 = 10^{-3}, \beta_2 = 1$ 将其预定义参数设为 $T_{c1} = T_{c2} = 3$ 。

5 实验验证与分析

在本章节中,为了证明所提出控制方案在系统收敛时间的保守性和跟踪误差精度等方面的优越性,分别与现有的预定义时间控制方案,NTSMC 方案和传统 PD 控制方案进行仿真对比。所有的数值仿真实验均基于 Simulink/MATLAB 2020a 进行,基本采样时间设为 10^{-4} s。

与文献[7]中给出的航天器系统的参数相同,假设名义惯性矩阵为 $J_0 = [20 \quad 1.2 \quad 0.9; 1.2 \quad 17 \quad 1.4; 0.9 \quad 1.4 \quad 15]$ kg·m², 惯性矩阵的不确定度设为 $\Delta J = \text{diag}(2, 2, 3)$ kg·m²。期望的角速度设为 $\omega_d = 0.05[\sin(\pi t/100) \sin(2\pi t/100) \sin(3\pi t/100)]$ rad/s, 外界扰动设为 $d = [0.1 \sin(t) \quad 0.2 \sin(1.2t) \quad 0.3 \sin(1.5t)]$ N·m。系统的初始状态设为 $q_0 = [0.3 \quad -0.2 \quad -0.3 \quad 0.883 \quad 2]^T$ rad 和 $\omega_0 = [0.06 \quad -0.04 \quad 0.05]^T$ rad/s。对于所提出的 PTSMC 方案,其控制参数分别设为 $p = 1, q = 3, k = 0.5, \alpha = 4, \beta = 0.25, T_{c1} = T_{c2} = 3, \epsilon = 10^{-4}, b_0 = 1.8, b_1 = 17.2, b_2 = 3$ 。

5.1 与现有的预定义时间控制方案的对比仿真实验

考虑文献[14]中所提出的二阶预定义时间滑模控制器(Second Order Predefined-Time Sliding Mode Control, SOPTSMC):

对比仿真结果如图 3~5 所示。图 3 和图 4 分别表示与 SOPTSMC 控制方案相比的姿态跟踪误差和角速度跟踪误差,从图中可以看出,给定相同的预定义收敛时间 $T_c = T_{c1} + T_{c2} = 6$ s,所提出控制方案中的跟踪误差在 4 s 后收敛到零,而 SOPTSMC 方案的实际收敛时间小于 3 s。一般而言,我们总是希望航天器系统跟踪误差的实际收敛时间更接近于所设定的预定义收敛时间,这将有利于系统收敛时间的合理设置,因为更快的收敛时间往往意味着更多的能量消耗。图 5 显示了控制力矩的对比,从图中可以看出,所提出控制方案的初始力矩约为 50 N,远小于 SOPTSMC 方案中的初始输出力矩。此外,所提出的控制方案的控制力矩更加平滑,抖振更小,

这对于刚性航天器的姿态跟踪控制是更有利的。

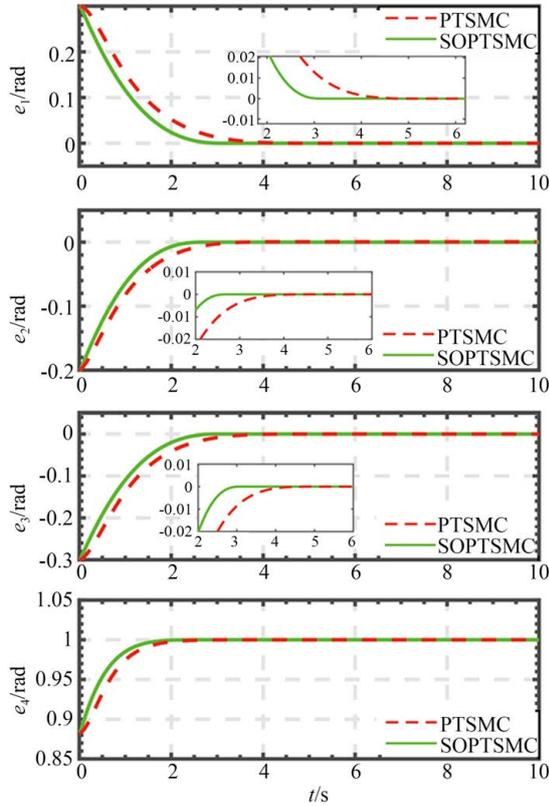


图3 PTSMC与SOPTSMC的姿态跟踪误差

Fig. 3 Attitude tracking errors of PTSMC and SOPTSMC

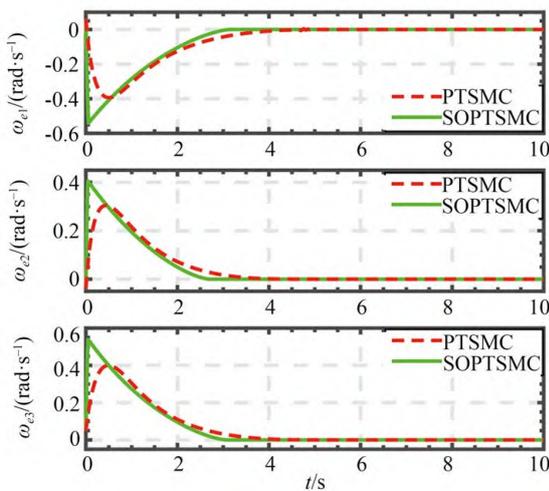


图4 PTSMC与SOPTSMC的角速度跟踪误差

Fig. 4 Angular velocity tracking errors of PTSMC and SOPTSMC

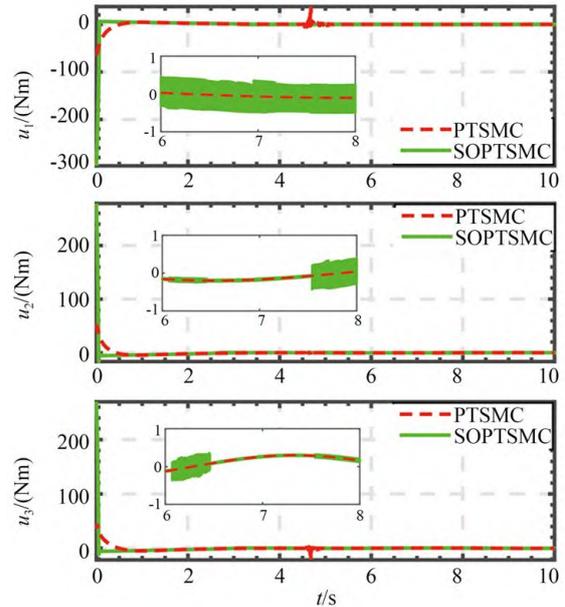


图5 PTSMC与SOPTSMC的控制输入

Fig. 5 Control inputs of PTSMC and SOPTSMC

5.2 与NTSMC方案和传统PD控制方案的对比仿真实验

参考文献[7]中的所提出的NTSMC方案

$$\begin{aligned}
 u &= u_0 + u_1 \\
 u_0 &= \omega^\times J_0 \omega - J_0 (\omega_e^\times C \omega_d - C \dot{\omega}_d) - \\
 &\quad \frac{1}{2} \lambda J_0 L(e_v) (e_4 I_3 + e_v^\times) \omega_e \\
 u_1 &= -K_1 S - K_2 \text{sig}^{\alpha_0}(S) - \\
 &\quad (b_0 + b_1 \|\omega\| + b_2 \|\omega\|^2) \text{sign}(S) \\
 S &= \omega_e + \lambda f(e_v) \tag{31}
 \end{aligned}$$

$$s(x) = \begin{cases} |x|^r \text{sign}(x) & |x| \geq \delta \\ ax + b|x|^{\alpha_0} \text{sign}(x) & |x| < \delta \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
 f(e_v) &= [s(e_1), s(e_2), s(e_3)]^T \\
 L(e_v) &= \text{diag}(l(e_1), l(e_2), l(e_3))
 \end{aligned}$$

$$\text{sig}^{\alpha_0}(\zeta) = [|\zeta_1|^{\alpha_0} \text{sign}(\zeta_1), \dots, |\zeta_n|^{\alpha_0} \text{sign}(\zeta_n)]^T$$

其中:控制参数满足 $0 < r < 1 < r_0 \leq 2$, $a = \frac{r_0 - r}{r_0 - 1} \delta^{r-1}$, $b = \frac{1 - r}{1 - r_0} \delta^{r-r_0}$, $0 < \delta < 1$, $0 < \alpha_0 < 1$ 。

同样地,为了公平地进行比较,将控制器(31)

中的 $\text{sign}(S)$ 修改为 $\frac{S}{|S| + 0.01}$,其他控制参数仍

采用参考文献[7]中给出的控制参数 $K_1 = \text{diag}(1, 1, 1)$, $K_2 = \text{diag}(20, 5, 10)$, $\lambda = 1.3$, $r = 0.5$, $r_0 = 1.5$, $\delta = 0.01$, $\alpha_0 = 0.5$, b_0, b_1, b_2 与本方案中给定的参数值相同。

参考文献[18]中给出的PD控制方案:

$$u = -J_0 k_p e_v - J_0 k_d e_v - J_0 \omega_e^\times C \omega_d - J_0^{-1} (C \omega_d)^\times J_0 \omega - J_0^{-1} \omega_e^\times J_0 \omega \quad (32)$$

其中, k_p 和 k_d 为给定的控制参数, 分别定义 $k_p = 6I_3$, $k_d = 8I_3$ 。

图6和图7分别显示了所提出的控制方案与PD控制和NTSMC方案的姿态跟踪误差和角速度误差, 从图中可以看出, PD控制中的姿态跟踪误差渐进地收敛到零点。同时, 由于PD控制对系统的耦合不确定性不具有鲁棒性, 因此它有较差的误差跟踪精度。相较于NTSMC方案, 所提出的控制方案中系统的跟踪误差精度要远高于NTSMC方案, 其姿态跟踪误差精度高于 1.5×10^{-6} rad, 角速度跟踪误差精度高于 2×10^{-6} rad/s。最重要的是, PD控制的跟踪误差是渐进收敛的, 它的收敛时间趋近于无穷大, NTSMC是有限时间收敛的, 但它的收敛时间取决于系统的初始状态。而本文中所提出的PTSMC方案的收敛时间可以通过控制器中的预定义参数直接进

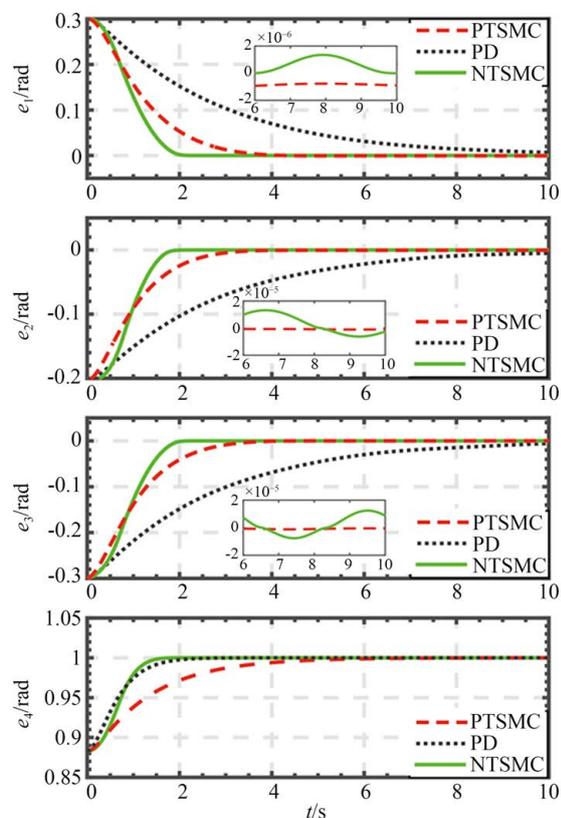


图6 PTSMC, PD和NTSMC的姿态跟踪误差

Fig. 6 Attitude tracking errors of PTSMC, PD and NTSMC

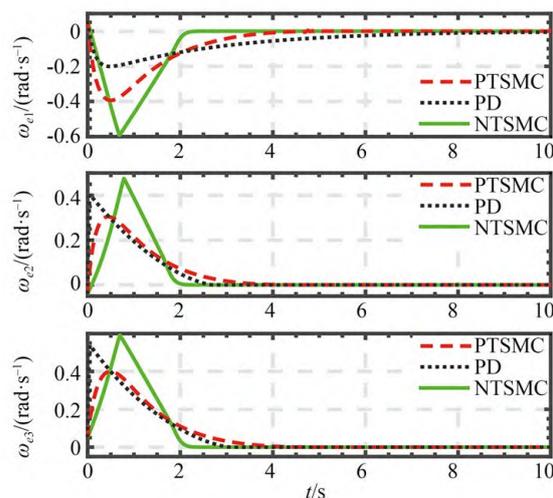


图7 PTSMC, PD和NTSMC的角速度误差

Fig. 7 Angular velocity errors of PTSMC, PD and NTSMC

行调节, 对于航天器的姿态控制而言, 这有利于它在规定的时间内完成姿态调整。

总之, 仿真结果表明, 本文所提出的PTSMC方案相较于目前存在的预定义时间控制方案, 其收敛时间的上界更加不保守。相较于现有的NTSMC和PD控制方案, 有更高的跟踪精度和鲁棒性, 并具有预定义时间收敛的特性。同时, 在所提出的控制器中只需要采集航天器的实际姿态与角速度, 这对于航天器的姿态控制是可实现的, 可以被应用在航天器的实际姿态控制中。

5.3 基于三自由度气浮平台的实验验证

由于在地面难以开展空间状态的飞行器姿态跟踪实验, 为了进一步验证所提出的控制方案在实际应用中的有效性, 本章节利用本课题组研制的三自由度自由飞行机器人气浮式平台^[19]模拟飞行器姿态控制, 进行了多次姿态跟踪控制实验, 实验装置如图8所示。该装置的运动是一个刚体的平面运动, 包括平面 x, y 轴方向的移动, 和一个绕自身的转动量 ϕ 。

为了测试文中所提出的控制方案, 分别进行了四次关于直线轨迹的跟踪实验, 同时, 在直线轨迹的跟踪过程中伴随平台角度的跟踪。四次实验的轨迹跟踪结果如图9所示, 实验均在气浮平台所在的大理石平台上进行。可以看出, 四次实验均获得了较高的位置跟踪精度。对于轨迹1, 在跟踪轨迹末端位置误差变大, 这是由于轨迹

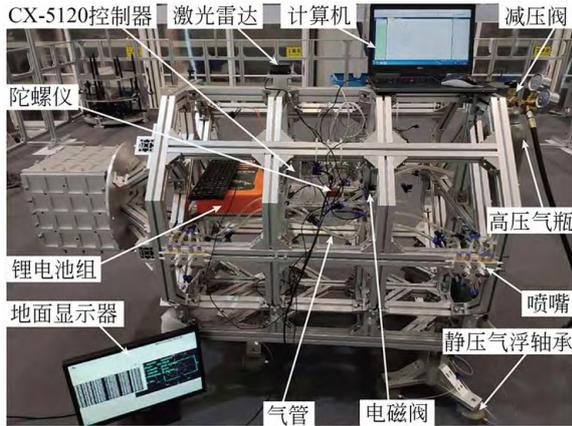


图 8 三自由度自由飞行机器人气浮平台
Fig. 8 3-DOF free-flying robot floating platform

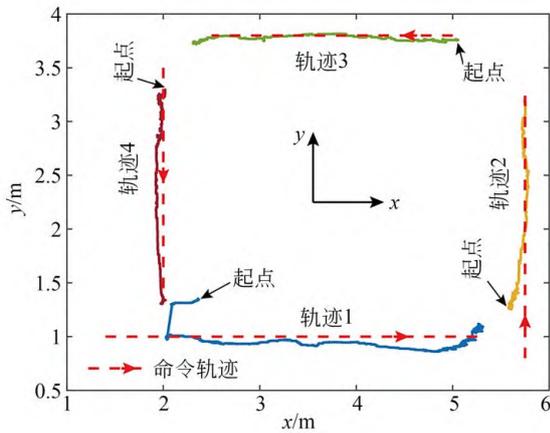
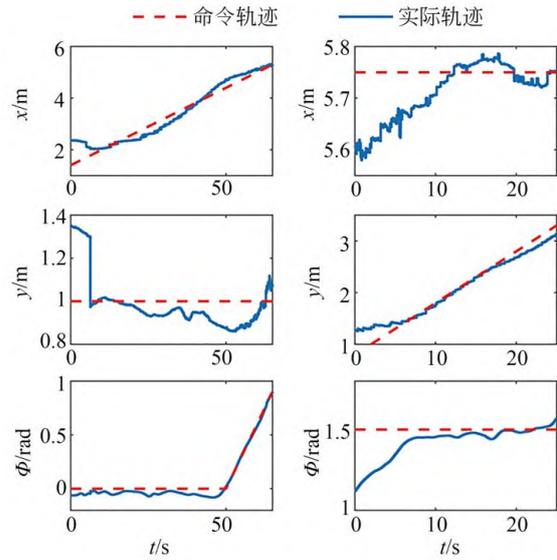


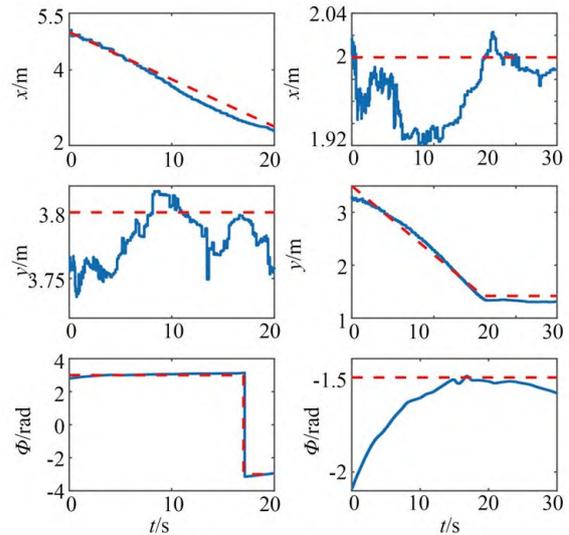
图 9 三自由度自由飞行机器人气浮平台的姿态跟踪实验
Fig. 9 Attitude tracking experimental results of the floating platform of a 3-DOF free-flying robot

1 中气浮平台运行时间较长,平台后期供气不足导致的。对于轨迹 1 和轨迹 2,气浮平台的初始位置与命令轨迹均有较大误差,但气浮平台在文中所提出的控制方案的作用下,均能迅速地跟踪到指令轨迹。

进一步地,在四次跟踪实验中,气浮平台的关于 x, y 轴和转动量 ϕ 随时间的指令变化量与实际变化量如图 10 所示。在每次实验中,控制器的预定义时间被设为 20 s,从图中可以看出,各自由度的姿态跟踪误差大约均在 10 s 内收敛,这说明了所提出的预定义时间滑模控制器的有效性。同时,从实验结果可以看出,气浮平台具有优异的姿态跟踪性能,其中,角度跟踪误差小于 0.1 rad, x 和 y 轴方向的跟踪误差小于 0.2 m。



(a) 轨迹 1 (a) Trajectory 1
(b) 轨迹 2 (b) Trajectory 2



(c) 轨迹 3 (c) Trajectory 3
(d) 轨迹 4 (d) Trajectory 4

图 10 气浮平台的 x, y 和 ϕ 随时间的变化

Fig. 10 Changes of x, y and ϕ of the floating platform with time

6 结 论

本文在保证性能的前提下,解决了航天器的预定义时间姿态跟踪问题。通过 Lyapunov 控制理论,我们严格证明了所提出的控制方案对于航天器的姿态跟踪的调整时间是通过控制参数被指定的。同时,相较于现有的预定义时间控制策略,文中所提出的控制方案的收敛时间是更

不保守的,这有利于航天器姿态调整时间的合理设置。最后,通过仿真实验证明刚性航天器的姿态跟踪误差精度可达 1.5×10^{-6} rad,角速度跟踪误差精度可达 2×10^{-6} rad/s,同时也说明了本方案相较于现有控制方案的优越性,包

括更不保守的收敛时间上界,良好的抗干扰性和较高的跟踪误差精度。通过 3 自由度气浮平台的姿态跟踪实验说明了控制方案的有效性,角度跟踪误差小于 0.1 rad,位置跟踪误差小于 0.2 m。

参考文献:

- [1] XIA Y Q, ZHU Z, FU M Y, *et al.* Attitude tracking of rigid spacecraft with bounded disturbances [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58(2): 647-659.
- [2] 尹芳, 吴云. 空间非合作旋转目标的模型重建与位姿优化[J]. *光学精密工程*, 2019, 27(8): 1854-1862.
YIN F, WU Y. Model reconstruction and pose optimization of non-cooperative rotating space target [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2019, 27(8): 1854-1862. (in Chinese)
- [3] WANG F, MIAO Y, LI C Y, *et al.* Attitude control of rigid spacecraft with predefined-time stability [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2020, 357(7): 4212-4221.
- [4] 方元坤, 袁斌文, 孟子阳, 等. 分布式遥感编队多星协同观测中的姿态控制[J]. *光学精密工程*, 2019, 27(1): 58-68.
FANG Y K, YUAN B W, MENG Z Y, *et al.* Attitude control in multi-satellite cooperative observations for distributed remote sensing [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2019, 27(1): 58-68. (in Chinese)
- [5] 刘京, 邓永停, 李洪文. 基于级联滑模控制的高精度光电跟踪与捕获[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(2): 350-362.
LIU J, DENG Y T, LI H W. High-precision photoelectric acquisition and tracking based on cascade sliding mode control [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(2): 350-362. (in Chinese)
- [6] PUKDEBOON C, JITPATTANAKUL A. Anti-unwinding attitude control with fixed-time convergence for a flexible spacecraft [J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2017, 2017: 1-13.
- [7] WANG Z, SU Y X, ZHANG L Y. A new nonsingular terminal sliding mode control for rigid spacecraft attitude tracking [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2018, 140(5): 051006.
- [8] POLYAKOV A. Nonlinear feedback design for fixed-time stabilization of linear control systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2012, 57(8): 2106-2110.
- [9] ZOU A M, KUMAR K D, DE RUITER A H J. Fixed-time attitude tracking control for rigid spacecraft [J]. *Automatica*, 2020, 113: 108792.
- [10] SÁNCHEZ-TORRES J D, GÓMEZ-GUTIÉRREZ D, LÓPEZ E, *et al.* A class of predefined-time stable dynamical systems [J]. *IMA Journal of Mathematical Control and Information*, 2018, 35(Supplement_1): i1-i29.
- [12] JIMÉNEZ-RODRÍGUEZ E, MUÑOZ-VÁZQUEZ A J, SÁNCHEZ-TORRES J D, *et al.* A Lyapunov-like characterization of predefined-time stability [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2020, 65(11): 4922-4927.
- [13] ALDANA-LÓPEZ R, GÓMEZ-GUTIÉRREZ D, JIMÉNEZ-RODRÍGUEZ E, *et al.* Enhancing the settling time estimation of a class of fixed-time stable systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2019, 29(12): 4135-4148.
- [14] SÁNCHEZ-TORRES J D, DEFOORT M, MUÑOZ-VÁZQUEZ A J. A second order sliding mode controller with predefined-time convergence [C]//2018 15th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE). September 5-7, 2018, Mexico City, Mexico. IEEE, 2018: 1-4.
- [15] JIMÉNEZ-RODRÍGUEZ E, LOUKIANOV A G, SÁNCHEZ-TORRES J D. A second order predefined-time control algorithm [C]//2017 14th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control (CCE). October 20-22, 2017, Mexico City, Mexico. IEEE, 2017: 1-6.
- [16] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time sta-

- bility of continuous autonomous systems [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38(3): 751-766.
- [17] SÁNCHEZ-TORRES J D, SANCHEZ E N, LOUKIANOV A G. A discontinuous recurrent neural network with predefined time convergence for solution of linear programming [C]//2014 IEEE Symposium on Swarm Intelligence. December 9-12, 2014, Orlando, FL, USA. IEEE, 2014: 1-5.
- [18] WEN J T Y, KREUTZ-DELGADO K. The attitude control problem [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, 36(10): 1148-1162.
- [19] 徐策, 李大伟, 贺帅, 等. 自由飞行机器人气浮式模拟器设计[J]. *光学精密工程*, 2019, 27(2): 352-362.
- XU C, LI D W, HE SH, *et al.* Design of air-bearing simulator for free-flying robot [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2019, 27(2): 352-362. (in Chinese)

作者简介:



赛华阳(1996—),男,河南泌阳人,博士研究生,2018年于西北农林科技大学获得学士学位,主要从事超声医疗机器人、机器人滑模控制等方面的研究。E-mail: saihuayang18@mails.ucas.ac.cn

通讯作者:



徐振邦(1982—),男,内蒙古通辽人,研究员,2005年、2010年于中国科学技术大学分别获得学士、博士学位,主要从事空间智能机器人、空间遥感器设计、振动控制方面的研究。E-mail: xuzhenbang@ciomp.ac.cn