

文章编号 1004-924X(2021)06-1281-10

## 激光通信旋转双棱镜系统误差对指向精度的影响

邱 赛<sup>1,2</sup>, 盛 磊<sup>1\*</sup>, 高世杰<sup>1</sup>, 刘永凯<sup>1</sup>, 宋一诺<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:**分析了旋转双棱镜系统存在的误差源,根据误差源,采用光线矢量传播方法建立了光束指向模型,基于光束指向模型求旋转双棱镜系统出射光束指向偏差对系统误差的偏导数;在指向区域中,根据各个误差的测量精度分析误差对指向精度的影响。仿真计算结果表明,理论指向偏差最大值为 $0.362^{\circ}$ ,理论指向偏差均方根为 $0.047^{\circ}$ ;桌面实验结果表明,在99.54%的指向区域中,实验偏差最大值为 $0.356^{\circ}$ ,实验偏差均方根为 $0.023^{\circ}$ ,均小于仿真计算值。这一结果表明,本文对旋转双棱镜系统的误差分析较为准确,对旋转双棱镜平台的设计和补偿修正具有一定的参考价值。

**关键词:**激光通信;旋转双棱镜;指向模型;误差分析

中图分类号:TH703;TN929.13 文献标识码:A doi:10.37188/OPE.20212906.1281

## Influence of laser communication Risley prism system error on pointing accuracy

QIU Sai<sup>1,2</sup>, SHENG Lei<sup>1\*</sup>, GAO Shi-jie<sup>1</sup>, LIU Yong-kai<sup>1</sup>, SONG Yi-nuo<sup>1</sup>

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*

2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)*

\* *Corresponding author, E-mail: sljlu@163.com*

**Abstract:** The error source of the Risley prism system is analyzed and used to establish the beam-pointing model by using the light vector propagation method. The beam pointing model is used to calculate the partial derivative of the pointing deviation of the output beam from the Risley prism system to each error in the system. In the pointing area, the influence of errors on pointing accuracy is analyzed according to the accuracy of each error. The simulation calculation results show that the maximum theoretical pointing deviation is  $0.362^{\circ}$ , and the theoretical root mean square deviation is  $0.047^{\circ}$ . The desktop experimental results show that in 99.54% of the pointing area, the maximum experimental deviation is  $0.356^{\circ}$ , and the experimental deviation root mean square of  $0.023^{\circ}$  is less than the calculated simulation value. This result shows that the error analysis of the Risley prism system is accurate and could be used as a reference for the design and compensation of the Risley prism platform.

**Key words:** laser communication; Risley prism; pointing model; error analysis

收稿日期:2020-07-01;修订日期:2020-09-01.

基金项目:长光复旦联合基金资助项目(No. Y8O732E)

## 1 引言

在激光通信指向系统中,通信双方通常采用捕获、跟踪、瞄准(Acquisition, Tracking, Pointing, ATP)技术建立并保持通信链路<sup>[1-3]</sup>。传统的ATP系统由于使用了万向式指向机构,其体积和质量普遍偏大,不能较好满足空间激光通信需求;旋转双棱镜系统则具有体积小、扫描范围大、对载体振动不敏感、动态性能好等优势,更适用于空间激光通信环境<sup>[4-8]</sup>。然而,旋转双棱镜系统存在多项误差,这些误差严重影响出射光束的指向精度<sup>[9-13]</sup>。为分析误差对光束指向的影响,本文展开对旋转双棱镜的误差分析与研究。

目前,旋转双棱镜的研究多针对旋转双棱镜的解算方法和扫描方式展开。周远等人<sup>[6-7]</sup>采用光束矢量传播方法推导了光束指向模型,但该指向模型未考虑系统存在的误差源。李锦英、Warger等<sup>[8,14]</sup>研究了旋转双棱镜的扫描方式,旋转双棱镜有多重扫描方式可扫描全视野,不同扫描方式具有不同的扫描优势。Hornig等<sup>[15]</sup>仅研究了轴承和楔形倾斜对最终指向的影响,其误差研究仅限于几个固定角度,其他角度未分析。ZHANG等<sup>[16]</sup>研究了轴承倾斜角随机误差与棱镜倾斜角随机误差对最终指向结果的影响,也仅限于几个固定角度下的误差研究与分析。

本文全面分析了对最终指向有影响的指向偏差,将对指向偏差影响相同的误差源归为一类,一共有4类误差,分别为棱镜楔角误差、入射光误差、棱镜转角误差和棱镜倾斜角误差。采用求偏导法求出出射光束指向偏差与各误差间的变化关系,根据各个误差的测量精度计算出它对出射光束指向偏差的影响。根据误差合成理论计算出射光束的总偏差,并用实验验证本文的误差分析结果,对后续的误差补偿与修正具有一定的参考价值。

## 2 工作原理与误差源

### 2.1 旋转双棱镜工作原理

旋转双棱镜系统中,两块棱镜采用背靠背方

式进行排列;两块棱镜耦合可改变光束光程,进而改变光束指向。旋转双棱镜原理如图1所示。

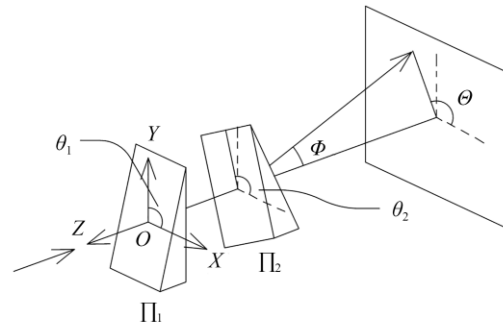


图1 旋转双棱镜原理

Fig. 1 Schematic diagram of risley prism

### 2.2 旋转双棱镜误差源

旋转双棱镜系统由激光器、两块旋转棱镜、两个电动旋转台和靶面等部分组成。激光器发射激光束至旋转棱镜 $\Pi_1$ ,经旋转棱镜 $\Pi_1$ 折射,其出射光束进入旋转棱镜 $\Pi_2$ 折射,其出射光束即为旋转双棱镜系统的出射光束。旋转双棱镜光束出射端放置相机作为靶面,相机获取出射光斑位置,经计算得到出射光束偏转角 $\Phi$ 和方位角 $\Theta$ 。旋转双棱镜的总体构成如图2所示。

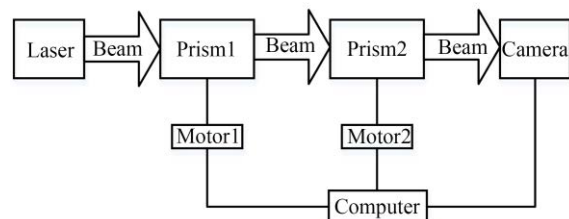


图2 旋转双棱镜系统结构示意图

Fig. 2 Schematic diagram of risley prism system

## 3 误差指向模型建立

首先建立坐标系,以棱镜 $\Pi_1$ 的直角面中心为坐标原点 $O$ ,与光轴重合为 $Z$ 轴,以激光源发出的光束传播反方向为正向; $Y$ 轴垂直于水平面,竖直向上为正向; $X$ 轴与 $Y$ 轴和 $Z$ 轴为右手定则关系,其坐标系如图1所示。

本文参考非近轴光线建立指向模型的方法,基于折射定律,采用光线矢量传播方法建立光束

指向模型,光线矢量传播如图 3 所示。

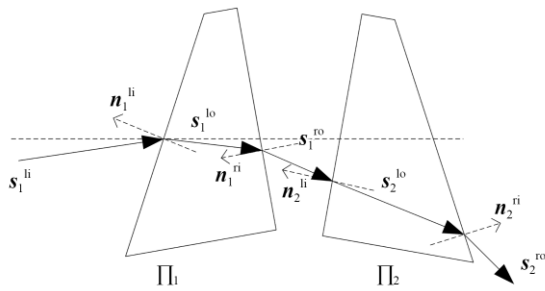


图 3 光线矢量传播图

Fig. 3 Ray vector propagation illustration

棱镜  $\Pi_1$  斜面法线矢量为  $\mathbf{n}_1^{\text{li}}$ , 棱镜  $\Pi_1$  直角面法线矢量为  $\mathbf{n}_1^{\text{ri}}$ , 棱镜  $\Pi_2$  直角面法线矢量为  $\mathbf{n}_2^{\text{li}}$ , 棱镜  $\Pi_2$  斜面法线矢量为  $\mathbf{n}_2^{\text{ri}}$ , 那么有:

$$\begin{aligned} \mathbf{n}_1^{\text{li}} &= (\sin(\alpha_1 + B_1)\cos(\theta_1 + L_1), \\ &\sin(\alpha_1 + B_1)\sin(\theta_1 + L_1), \cos(\alpha_1 + B_1)), \\ \mathbf{n}_1^{\text{ri}} &= (\sin B_1 \cos L_1, \sin B_1 \sin L_1, \cos B_1), \\ \mathbf{n}_2^{\text{li}} &= (-\sin B_2 \cos L_2, -\sin B_2 \sin L_2, \cos B_2), \\ \mathbf{n}_2^{\text{ri}} &= (-\sin(\alpha_2 + B_2)\cos(\theta_2 + L_2), \\ &-\sin(\alpha_2 + B_2)\sin(\theta_2 + L_2), \cos(\alpha_2 + B_2)), \end{aligned} \quad (1)$$

其中:  $\alpha_1, \alpha_2$  分别为棱镜  $\Pi_1, \Pi_2$  的楔角; 由于存在误差, 棱镜  $\Pi_1$  光轴对理想光轴存在倾斜角, 此倾斜角可用偏转角  $B_1$  和方位角  $L_1$  描述; 棱镜  $\Pi_2$  光轴对理想光轴存在倾斜角, 棱镜  $\Pi_2$  的倾斜角可用偏转角  $B_2$  和方位角  $L_2$  描述;  $\theta_1, \theta_2$  分别为棱镜  $\Pi_1, \Pi_2$  的转角。

根据折射定律, 棱镜各界面的折射方程如下:

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_1^{\text{li}} &= (-\sin B_G \cos L_G, -\sin B_G \sin L_G, -\cos B_G), \\ \text{para1} &= 1 - n_1^{-2} + n_1^{-2} (\mathbf{s}_1^{\text{li}} \cdot \mathbf{n}_1^{\text{li}})^2, \\ \text{para2} &= 1 - n_1^{-2} + n_1^{-2} (\mathbf{s}_1^{\text{lo}} \cdot \mathbf{n}_1^{\text{ri}})^2, \\ \text{para3} &= 1 - n_2^{-2} + n_2^{-2} (\mathbf{s}_2^{\text{li}} \cdot \mathbf{n}_2^{\text{li}})^2, \\ \text{para4} &= 1 - n_2^{-2} + n_2^{-2} (\mathbf{s}_2^{\text{lo}} \cdot \mathbf{n}_2^{\text{ri}})^2, \\ \mathbf{s}_1^{\text{lo}} &= n_1^{-1} [\mathbf{s}_1^{\text{li}} - (\mathbf{s}_1^{\text{li}} \cdot \mathbf{n}_1^{\text{li}}) \mathbf{n}_1^{\text{li}}] - n_1^{\text{li}} \sqrt{\text{para1}}, \\ \mathbf{s}_1^{\text{ro}} &= n_1 [\mathbf{s}_1^{\text{lo}} - (\mathbf{s}_1^{\text{lo}} \cdot \mathbf{n}_1^{\text{ri}}) \mathbf{n}_1^{\text{ri}}] - n_1^{\text{ri}} \sqrt{\text{para2}}, \\ \mathbf{s}_2^{\text{li}} &= n_2^{-1} [\mathbf{s}_1^{\text{ro}} - (\mathbf{s}_1^{\text{ro}} \cdot \mathbf{n}_2^{\text{li}}) \mathbf{n}_2^{\text{li}}] - n_2^{\text{li}} \sqrt{\text{para3}}, \\ \mathbf{s}_2^{\text{ro}} &= n_2 [\mathbf{s}_2^{\text{li}} - (\mathbf{s}_2^{\text{li}} \cdot \mathbf{n}_2^{\text{ri}}) \mathbf{n}_2^{\text{ri}}] - n_2^{\text{ri}} \sqrt{\text{para4}} = \\ &(K, L, M), \end{aligned} \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{s}_1^{\text{li}}$  为入射光矢量;  $\mathbf{s}_1^{\text{lo}}, \mathbf{s}_1^{\text{ro}}$  分别为光束在棱镜  $\Pi_1$  斜面 and 直角面折射后的出射光束;  $\mathbf{s}_2^{\text{li}}, \mathbf{s}_2^{\text{ro}}$  分别为光束在棱镜  $\Pi_2$  直角面和斜面折射后的出射光束, 即双棱镜系统的出射光束;  $K, L, M$  为出射光束的方向余弦。

出射光束偏转角  $\Phi$  与方位角  $\Theta$  分别为:

$$\Phi = \arccos(-M), \Theta = \arctan(LK^{-1}). \quad (3)$$

## 4 误差分析

旋转双棱镜指向模型包含 4 大误差, 分别为棱镜楔角误差、入射光误差、棱镜转角误差和棱镜倾斜角, 各自的误差范围可由检测设备获得。在求偏导分析某一误差时, 其余误差均取其精度为误差设定值进行误差分析, 误差源精度及其设定值如表 1 所示。

表 1 误差源精度及其设定值

Tab. 1 Error source accuracy and its set value

名称	符号	精度	设定值
$\Pi_1$ 楔角	$\alpha_1$	1"	17.195 8°
$\Pi_2$ 楔角	$\alpha_2$	1"	17.203 0°
入射倾斜角	$B_G$	1"	0.030 0°
入射方位角	$L_G$	1"	-0.021 1°
$\Pi_1$ 转角	$\theta_1$	0.001 62°	0.001 62°
$\Pi_2$ 转角	$\theta_2$	0.001 62°	0.001 62°
$\Pi_1$ 倾斜角	$B_1$	-0.006 6~0.005 4°	-0.006 6°
$\Pi_1$ 方位角	$L_1$	-0.000 2~0.004 1°	0.004 1°
$\Pi_2$ 倾斜角	$B_2$	-0.008 2~0.007 4°	-0.008 2°
$\Pi_2$ 方位角	$L_2$	-0.006 5~0.005°	-0.006 5°

### 4.1 棱镜楔角误差分析

旋转双棱镜指向模型中包含出射光束偏转角  $\Phi, \Theta$  与棱镜楔角  $\alpha_1, \alpha_2$  的关系式。根据指向模型分别计算  $\Phi, \Theta$  对  $\alpha_1, \alpha_2$  的偏导数, 如式(4)所示:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_1} = \frac{Z_{As4}}{\sqrt{1-M^2}}, \frac{\partial \Theta}{\partial \alpha_1} = \frac{Y_{As4}K - X_{As4}L}{K^2 + L^2}, (4)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_2} = \frac{Z_{As5}}{\sqrt{1-M^2}}, \frac{\partial \Theta}{\partial \alpha_2} = \frac{Y_{As5}K - X_{As5}L}{K^2 + L^2}$$

其中： $(X_{As4}, Y_{As4}, Z_{As4})$ ， $(X_{As5}, Y_{As5}, Z_{As5})$  分别为向量  $As4, As5$  的三维坐标，由式(5)得到； $K, L, M$  为出射光束的方向余弦，由式(2)可知。

$$An1 = (\cos(\alpha_1 + B_1)\cos(\theta_1 + L_1), \cos(\alpha_1 + B_1)\sin(\theta_1 + L_1), -\sin(\alpha_1 + B_1))$$

$$As1 = n_1^{li}(An1 \cdot s_1^{li})(-n_1^{-1} - n_1^{-2} para1^{-\frac{1}{2}} - (n_1^{-1}(s_1^{li} \cdot n_1^{li}) + para1^{\frac{1}{2}})An1)$$

$$As2 = n_1 As1 - n_1 n_1^{ri}(n_1^{ri} \cdot As1) - n_1^{ri} n_1^{-2} para2^{-\frac{1}{2}}(n_1^{ri} \cdot As1)$$

$$As3 = n_2^{-1} As2 - n_2^{-1} n_2^{li}(n_2^{li} \cdot As2) - n_2^{li} n_2^{-2} para3^{-\frac{1}{2}}(n_2^{li} \cdot As2)$$

$$As4 = n_2 As3 - n_2(n_2^{ri} \cdot As3)n_2^{ri} - n_2^{ri} n_2^{-2} para4^{-\frac{1}{2}}(n_2^{ri} \cdot As3) = (X_{As4}, Y_{As4}, Z_{As4})$$

$$An2 = (-\cos(\alpha_2 + B_2)\cos(\theta_2 + L_2), -\cos(\alpha_2 + B_2)\sin(\theta_2 + L_2), -\sin(\alpha_2 + B_2))$$

$$As5 = -n_2(s_2^{lo} \cdot An2)n_2^{ri} - n_2^{ri} n_2^{-2} para4^{-\frac{1}{2}}(s_2^{lo} \cdot An2) - (n_2(s_2^{lo} \cdot n_2^{ri}) + para2^{\frac{1}{2}})$$

$$An2 = (X_{As5}, Y_{As5}, Z_{As5})$$

本文采用逐层求导获取  $X_{As4}, Y_{As4}, Z_{As4}$  的具体计算公式。例如，在求  $s_2^{ro}$  对  $\alpha_1$  的偏导数  $As4$  时，将  $s_2^{lo}$  对  $\alpha_1$  的偏导数设为  $As3$ ，然后再求  $As3$ ，逐级往下求偏导； $An1$  为最低一级的求偏导， $An1$  可直接计算得出，最低一级的公式求偏导均可直接计算得出。求  $X_{As5}, Y_{As5}, Z_{As5}$  的过程与  $X_{As4}, Y_{As4}, Z_{As4}$  的求解方法相同，均由出射光束  $s_2^{ro}$  往入射光束  $s_1^{li}$  方向逐级求导。

对指向影响的计算公式如下：

$$P\Phi_{\alpha_1} = \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_1} \Delta \alpha_1, P\Theta_{\alpha_1} = \frac{\partial \Theta}{\partial \alpha_1} \Delta \alpha_1, (6)$$

$$P\Phi_{\alpha_2} = \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha_2} \Delta \alpha_2, P\Theta_{\alpha_2} = \frac{\partial \Theta}{\partial \alpha_2} \Delta \alpha_2$$

其中  $\Delta \alpha_1, \Delta \alpha_2$  分别为  $\alpha_1, \alpha_2$  的精度。由表 1 可知，由于中心区域误差较大，因此选定中心  $3^\circ$  以内的区域为内指向区域，中心  $3^\circ$  以外的区域为外指向区域，分两个区域进行分析。由于外指向区域误差占 95% 以上，故本文仅分析外指向区域的误差数据。棱镜楔角误差对指向结果的影响如图 4 所示。为便于对比分析，具体误差数据仅在表 2 中阐述分析。

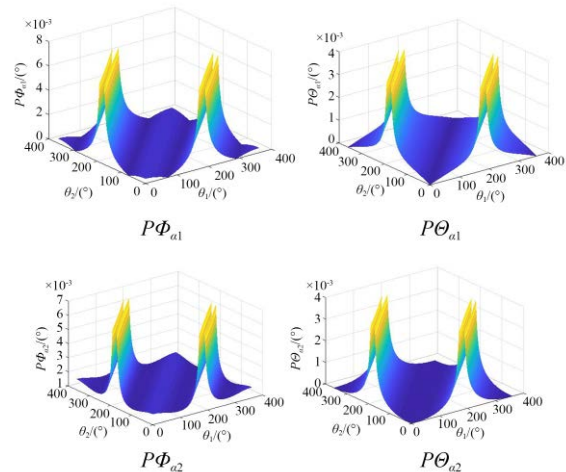


图 4 楔角误差对指向结果的影响

Fig. 4 Influence of wedge angle error on pointing result

### 4.2 入射光误差分析

旋转双棱镜指向模型中包含出射光束偏转角  $\Phi, \Theta$  与入射光倾斜角  $B_G, L_G$  的关系式。根据指向模型分别计算  $\Phi, \Theta$  对  $B_G, L_G$  的偏导数，如式(7)所示：

$$\frac{\partial \Phi}{\partial B_G} = \frac{Z_{As9}}{\sqrt{1-M^2}}, \frac{\partial \Theta}{\partial B_G} = \frac{Y_{As9}K - X_{As9}L}{K^2 + L^2}$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial L_G} = \frac{Z_{As13}}{\sqrt{1-M^2}}, \frac{\partial \Theta}{\partial L_G} = \frac{Y_{As13}K - X_{As13}L}{K^2 + L^2}, (7)$$

其中： $X_{As9}, Y_{As9}, Z_{As9}, X_{As13}, Y_{As13}, Z_{As13}$  如下：

$$\begin{aligned}
 An3 &= (-\cos B_G \cos L_G, -\cos B_G \sin L_G, \sin B_G) \\
 As6 &= n_1^{-1} An2 - n_1^{-1} n_1^{li} (n_1^{li} \cdot An3) - n_1^{li} n_1^{-2} para1^{-\frac{1}{2}} (n_1^{li} \cdot An3) \\
 As7 &= n_1 As6 - n_1 n_1^{ri} (n_1^{ri} \cdot As6) - n_1^{ri} n_1^{-2} para2^{-\frac{1}{2}} (n_1^{ri} \cdot As6) \\
 As8 &= n_2^{-1} As7 - n_2^{-1} n_2^{li} (n_2^{li} \cdot As7) - n_2^{li} n_2^{-2} para3^{-\frac{1}{2}} (n_2^{li} \cdot As7) \\
 As9 &= n_2 As8 - n_2 (n_2^{ri} \cdot As8) n_2^{ri} - n_2^{ri} n_2^{-2} para4^{-\frac{1}{2}} (n_2^{ri} \cdot As8) = (X_{As9}, Y_{As9}, Z_{As9}) \\
 An4 &= (\sin B_G \sin L_G, -\sin B_G \cos L_G, 0) \\
 As10 &= n_1^{-1} An4 - n_1^{-1} (An4 \cdot s_1^{li}) n_1^{li} - n_1^{li} n_1^{-2} para1^{-\frac{1}{2}} (An4 \cdot s_1^{li}) \\
 As11 &= n_1 As10 - n_1 n_1^{ri} (As10 \cdot n_1^{ri}) - n_1^{ri} n_1^{-2} para2^{-\frac{1}{2}} (As10 \cdot n_1^{ri}) \\
 As12 &= n_2^{-1} As11 - n_2^{-1} n_2^{li} (As11 \cdot n_2^{li}) - n_2^{li} n_2^{-2} para3^{-\frac{1}{2}} (As11 \cdot n_2^{li}) \\
 As13 &= n_2 As12 - n_2 (As12 \cdot n_2^{ri}) n_2^{ri} - n_2^{ri} n_2^{-2} para4^{-\frac{1}{2}} (As12 \cdot n_2^{ri}) = (X_{As13}, Y_{As13}, Z_{As13})
 \end{aligned} \tag{8}$$

$X_{As9}, Y_{As9}, Z_{As9}, X_{As13}, Y_{As13}, Z_{As13}$  的求解方法与  $X_{As4}, Y_{As4}, Z_{As4}$  的相同,均由出射光束  $s_2^{ri}$  往入射光束  $s_1^{li}$  方向逐级求导。

对指向影响的计算公式如下:

$$\begin{aligned}
 P\Phi_{BG} &= \frac{\partial \Phi}{\partial B_G} \Delta B_G, P\Theta_{a1} = \frac{\partial \Theta}{\partial B_G} \Delta B_G \\
 P\Phi_{LG} &= \frac{\partial \Phi}{\partial L_G} \Delta L_G, P\Theta_{LG} = \frac{\partial \Theta}{\partial L_G} \Delta L_G
 \end{aligned} \tag{9}$$

其中  $\Delta B_G, \Delta L_G$  分别为  $B_G, L_G$  的精度,由表 1 可知。入射光倾斜角误差对指向结果的影响如图 5 所示。为便于对比分析,具体误差数据仅在表 2 中阐述分析。

### 4.3 棱镜转角误差分析

旋转双棱镜指向模型中包含出射光束偏转角  $\Phi, \Theta$  与棱镜转角  $\theta_1, \theta_2$  的关系式。根据指向模型分别计算  $\Phi, \Theta$  对  $\theta_1, \theta_2$  的偏导数,如式(10)所示:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_1} &= \frac{Z_{As17}}{\sqrt{1-M^2}}, \frac{\partial \Theta}{\partial \theta_1} = \frac{Y_{As17}K - X_{As17}L}{K^2 + L^2} \\
 \frac{\partial \Phi}{\partial \theta_2} &= \frac{Z_{As18}}{\sqrt{1-M^2}}, \frac{\partial \Theta}{\partial \theta_2} = \frac{Y_{As18}K - X_{As18}L}{K^2 + L^2}
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 An5 &= (-\sin(\alpha_1 + B_1)\sin(\theta_1 + L_1), \sin(\alpha_1 + B_1)\cos(\theta_1 + L_1), 0) \\
 As14 &= -n_1^{-1} s_1^{li} (An5 \cdot s_1^{li}) - s_1^{li} n_1^{-2} para1^{-\frac{1}{2}} (An5 \cdot s_1^{li}) - (n_1^{-1} (s_1^{li} \cdot n_1^{li}) + para1^{-\frac{1}{2}}) An5 \\
 As15 &= n_1 As14 - n_1 n_1^{ri} (As14 \cdot n_1^{ri}) - n_1^{ri} n_1^{-2} para2^{-\frac{1}{2}} (As14 \cdot n_1^{ri}) \\
 As16 &= n_2^{-1} As15 - n_2^{-1} n_2^{li} (As15 \cdot n_2^{li}) - n_2^{li} n_2^{-2} para3^{-\frac{1}{2}} (As15 \cdot n_2^{li}) \\
 As17 &= n_2 As16 - n_2 (As16 \cdot n_2^{ri}) n_2^{ri} - n_2^{ri} n_2^{-2} para4^{-\frac{1}{2}} (As16 \cdot n_2^{ri}) = (X_{As17}, Y_{As17}, Z_{As17}) \\
 An6 &= (\sin(\alpha_2 + B_2)\sin(\theta_2 + L_2), -\sin(\alpha_2 + B_2)\cos(\theta_2 + L_2), -\sin(\alpha_2 + B_2)) \\
 As18 &= -n_2 (An6 \cdot s_2^{lo}) n_2^{ri} - n_2^{ri} n_2^{-2} para4^{-\frac{1}{2}} (An6 \cdot s_2^{lo}) = (X_{As18}, Y_{As18}, Z_{As18})
 \end{aligned} \tag{11}$$

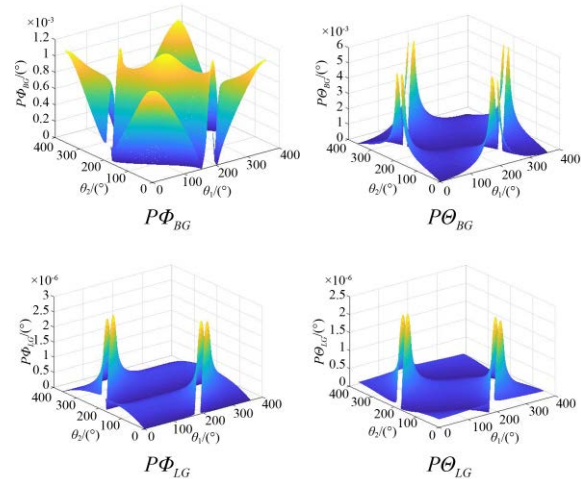


图 5 入射光倾斜角误差对指向结果的影响

Fig. 5 Influence of inclination angle error of incident light on pointing results

其中,  $X_{As17}, Y_{As17}, Z_{As17}, X_{As18}, Y_{As18}, Z_{As18}$  由式(11)得到:

$X_{As17}, Y_{As17}, Z_{As17}, X_{As18}, Y_{As18}, Z_{As18}$  的求解过程与  $X_{As4}, Y_{As4}, Z_{As4}$  的相同, 均由出射光束  $s_2^o$  往入射光束  $s_1^i$  方向逐级求导。

对指向影响的计算公式如下:

$$\begin{aligned} P\Phi_{\theta_1} &= \frac{\partial\Phi}{\partial\theta_1} \Delta\theta_1, P\Theta_{\theta_1} = \frac{\partial\Theta}{\partial\theta_1} \Delta\theta_1 \\ P\Phi_{\theta_2} &= \frac{\partial\Phi}{\partial\theta_2} \Delta\theta_2, P\Theta_{\theta_2} = \frac{\partial\Theta}{\partial\theta_2} \Delta\theta_2 \end{aligned}, \quad (12)$$

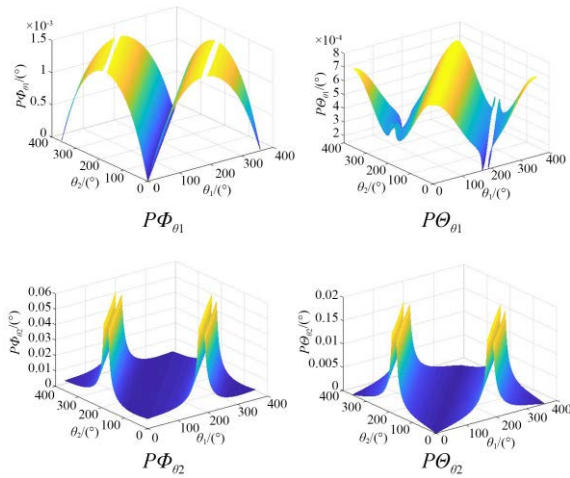


图 6 棱镜转角误差对指向偏差的影响

Fig. 6 Influence of prism angle error on pointing deviation

其中  $\Delta\theta_1, \Delta\theta_2$  分别为  $\theta_1, \theta_2$  的精度, 由表 1 可知。棱镜转角误差对指向偏差的影响如图 6 所示。为便于对比分析, 具体误差数据仅在表 2 中阐述分析。

#### 4.4 棱镜倾斜角误差分析

旋转双棱镜指向模型中包含出射光束偏转角  $\Phi, \Theta$  与两棱镜倾斜角  $B_1, L_1, B_2, L_2$  的关系式。根据指向模型分别计算  $\Phi, \Theta$  对  $B_1, L_1, B_2, L_2$  的偏导数, 得到:

$$\begin{aligned} \frac{\partial\Phi}{\partial B_1} &= \frac{Z_{As22}}{\sqrt{1-M^2}}, \frac{\partial\Theta}{\partial B_1} = \frac{Y_{As22}K - X_{As22}L}{K^2 + L^2} \\ \frac{\partial\Phi}{\partial L_1} &= \frac{Z_{As26}}{\sqrt{1-M^2}}, \frac{\partial\Theta}{\partial L_1} = \frac{Y_{As26}K - X_{As26}L}{K^2 + L^2} \\ \frac{\partial\Phi}{\partial B_2} &= \frac{Z_{As28}}{\sqrt{1-M^2}}, \frac{\partial\Theta}{\partial B_2} = \frac{Y_{As28}K - X_{As28}L}{K^2 + L^2} \\ \frac{\partial\Phi}{\partial L_2} &= \frac{Z_{As30}}{\sqrt{1-M^2}}, \frac{\partial\Theta}{\partial L_2} = \frac{Y_{As30}K - X_{As30}L}{K^2 + L^2} \end{aligned}, \quad (13)$$

其中  $X_{As22}, Y_{As22}, Z_{As22}, X_{As26}, Y_{As26}, Z_{As26}, X_{As28}, Y_{As28}, Z_{As28}, X_{As30}, Y_{As30}, Z_{As30}$  由式(14), 式(15)可知。

$$\begin{aligned} An7 &= (\cos(\alpha_1 + B_1)\cos(\theta_1 + L_1), \cos(\alpha_1 + B_1)\sin(\theta_1 + L_1), -\sin(\alpha_1 + B_1)) \\ As19 &= -n_1^{-1}n_1^i(An7 \cdot n_1^i) - n_1^i n_1^{-2} para1^{-\frac{1}{2}}(An7 \cdot n_1^i) - (n_1^{-1}(s_1^i \cdot n_1^i) + para1^{\frac{1}{2}})An7 \\ An8 &= (\cos B_1 \cos L_1, \cos B_1 \sin L_1, -\sin B_1) \\ As20 &= n_1 As19 - n_1 n_1^i (As19 \cdot n_1^i + An8 \cdot s_1^i) - n_1^i n_1^{-2} para2^{-\frac{1}{2}}(As19 \cdot n_1^i + An8 \cdot s_1^i) - (n_1(s_1^i \cdot n_1^i) + para2^{\frac{1}{2}})An8 \\ As21 &= n_2^{-1}As20 - n_2^{-1}n_2^i(As20 \cdot n_2^i) - n_2^i n_2^{-2} para3^{-\frac{1}{2}}As20 \\ As22 &= n_2 As21 - n_2(As21 \cdot n_2^i)n_2^i - n_2^i n_2^{-2} para4^{-\frac{1}{2}}(As21 \cdot n_2^i) = (X_{As22}, Y_{As22}, Z_{As22}) \\ An9 &= (-\sin(\alpha_1 + B_1)\sin(\theta_1 + L_1), \sin(\alpha_1 + B_1)\cos(\theta_1 + L_1), 0) \\ As23 &= -n_1^{-1}n_1^i(An9 \cdot s_1^i) - n_1^i n_1^{-2} para1^{-\frac{1}{2}}(An9 \cdot s_1^i) - (n_1^{-1}(s_1^i \cdot n_1^i) + para1^{\frac{1}{2}})An9 \\ An10 &= (-\sin B_1 \sin L_1, \sin B_1 \cos L_1, 0) \\ As24 &= n_1 As23 - n_1 n_1^i (As23 \cdot n_1^i + An10 \cdot s_1^i) - n_1^i n_1^{-2} para2^{-\frac{1}{2}}(As23 \cdot n_1^i + An10 \cdot s_1^i) - (n_1(s_1^i \cdot n_1^i) + para2^{\frac{1}{2}})An10 \\ As25 &= n_2^{-1}As24 - n_2^{-1}n_2^i(As24 \cdot n_2^i) - n_2^i n_2^{-2} para3^{-\frac{1}{2}}(As24 \cdot n_2^i) \\ As26 &= n_2 As25 - n_2(As25 \cdot n_2^i)n_2^i - n_2^i n_2^{-2} para4^{-\frac{1}{2}}(As25 \cdot n_2^i) = (X_{As26}, Y_{As26}, Z_{As26}) \\ An11 &= (-\cos B_2 \cos L_2, -\cos B_2 \sin L_2, -\sin B_2) \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} As23 &= -n_1^{-1}n_1^i(An9 \cdot s_1^i) - n_1^i n_1^{-2} para1^{-\frac{1}{2}}(An9 \cdot s_1^i) - (n_1^{-1}(s_1^i \cdot n_1^i) + para1^{\frac{1}{2}})An9 \\ An10 &= (-\sin B_1 \sin L_1, \sin B_1 \cos L_1, 0) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned}
 As27 &= -n_2^{-1} n_2^{li} (An11 \cdot s_1^{ro}) - n_2^{li} n_2^{-2} para3^{-\frac{1}{2}} (An11 \cdot s_1^{ro}) - (n_2^{-1} (s_2^{li} \cdot n_2^{li}) + para3^{\frac{1}{2}}) An11 \\
 An12 &= (-\cos(\alpha_2 + B_2) \cos(\theta_2 + L_2), -\cos(\alpha_2 + B_2) \sin(\theta_2 + L_2)) \\
 An13 &= (\sin B_2 \sin L_2, -\sin B_2 \cos L_2, 0) \\
 As29 &= -n_2^{-1} n_2^{li} (An13 \cdot s_1^{ro}) - n_2^{li} n_2^{-2} n_2 (s_2^{lo} \cdot n_2^{ri}) + para3^{-\frac{1}{2}} (An13 \cdot s_1^{ro}) - (n_2^{-1} (s_2^{li} \cdot n_2^{li}) + \\
 &\quad para3^{\frac{1}{2}}) An13 \\
 An14 &= (\sin(\alpha_2 + B_2) \sin(\theta_2 + L_2), -\sin(\alpha_2 + B_2) \cos(\theta_2 + L_2), 0), \\
 As30 &= n_2 As29 - n_2 (As29 \cdot n_2^{ri} + An14 \cdot s_2^{lo}) n_2^{ri} - n_2^{ri} n_2^{-2} para4^{-\frac{1}{2}} (As29 \cdot n_2^{ri} + An14 \cdot s_2^{lo}) - \\
 &\quad (n_2 (s_2^{lo} \cdot n_2^{ri}) - para4^{\frac{1}{2}}) An14 = (X_{As30}, Y_{As30}, Z_{As30})
 \end{aligned}$$

$X_{As22}, Y_{As22}, Z_{As22}, X_{As26}, Y_{As26}, Z_{As26}, X_{As28}, Y_{As28}, Z_{As28}, X_{As30}, Y_{As30}, Z_{As30}$  的求解过程与  $X_{As4}, Y_{As4}, Z_{As4}$  的, 均由出射光束  $s_2^{ro}$  往入射光束  $s_1^{li}$  方向逐级求导。

对指向影响的计算公式如下:

$$\begin{aligned}
 P\Phi_{B1} &= \frac{\partial \Phi}{\partial B_1} \Delta B_1, P\Theta_{B1} = \frac{\partial \Theta}{\partial B_1} \Delta B_1, \\
 P\Phi_{L1} &= \frac{\partial \Phi}{\partial L_1} \Delta L_1, P\Theta_{L1} = \frac{\partial \Theta}{\partial L_1} \Delta L_1,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 P\Phi_{B2} &= \frac{\partial \Phi}{\partial B_2} \Delta B_2, P\Theta_{B2} = \frac{\partial \Theta}{\partial B_2} \Delta B_2, \\
 P\Phi_{L2} &= \frac{\partial \Phi}{\partial L_2} \Delta L_2, P\Theta_{L2} = \frac{\partial \Theta}{\partial L_2} \Delta L_2, \quad (16)
 \end{aligned}$$

其中  $\Delta B_1, \Delta L_1, \Delta B_2, \Delta L_2$  分别为  $B_1, L_1, B_2, L_2$  的精度, 由表 1 可知。

棱镜倾斜角误差对指向结果的影响如图 7 所示。为便于对比分析, 具体误差数据仅在表 2 中阐述分析。

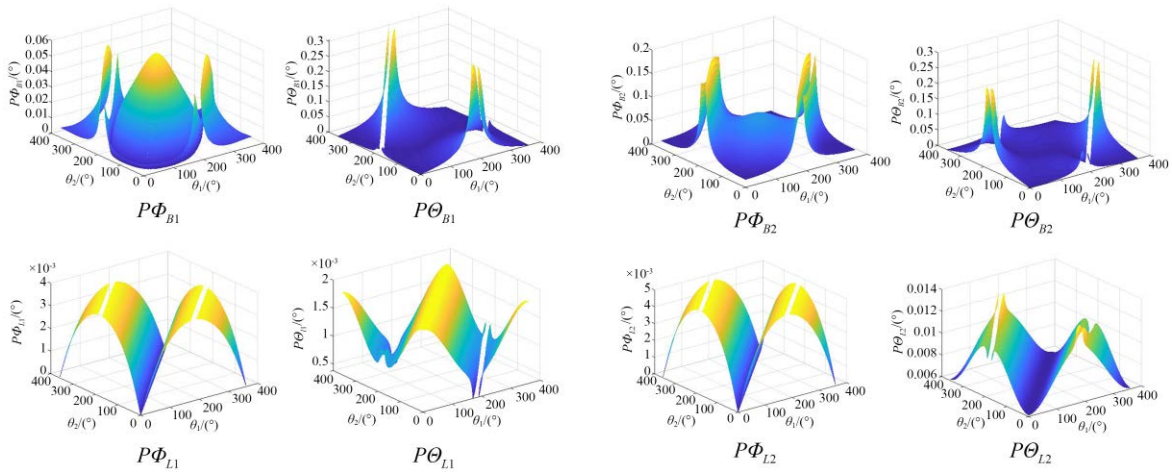


图 7 棱镜倾斜角误差对指向结果的影响

Fig. 7 Influence of prism tilt angle error on pointing result

上述误差的误差均方根与最大误差如表 2 所示。由表 2 可知, 对出射光束偏转角  $\Phi$  影响最大的误差因素为入射光偏转角  $B_G$  误差、棱镜  $\Pi_2$  旋转角  $\theta_2$ 、偏转角  $B_1$ 、方位角  $L_1$ 、偏转角  $B_2$ 、方位角  $L_2$ ; 对出射光束方位角  $\Theta$  影响最大的误差因素为转角  $\theta_2$ 、方位角  $L_1$ 、偏转角  $B_2$  和方位角  $L_2$ 。在进行设计、安装和标定的过程中, 需要特别注意控

制入射光偏转角  $B_G$  误差、棱镜  $\Pi_2$  旋转角  $\theta_2$ 、棱镜  $\Pi_1$  对理想光轴的倾斜角的偏转角  $B_1$  和方位角  $L_1$ 、棱镜  $\Pi_2$  与理想光轴倾斜角的偏转角  $B_2$  和方位角  $L_2$ 。

综上所述, 对出射光影响较大的因素为棱镜  $\Pi_1$  与理想光轴的倾斜角 (即  $B_1, L_1$ )、棱镜  $\Pi_2$  与理想光轴的倾斜角 (即  $B_2, L_2$ )、棱镜  $\Pi_2$  转角 (即  $\theta_2$ )。

表 2 误差均方根与最大误差表

Tab. 2 Root mean square and maximum errors

名称	误差/(°)	均方根/(°)	名称	误差/(°)	均方根/(°)
$P\Phi_{a1}$	$3.84 \times 10^{-10} \sim 0.0066$	0.0012	$P\Phi_{a2}$	$0.0056 \sim 0.0560$	0.0085
$P\Theta_{a1}$	$6.29 \times 10^{-11} \sim 0.0037$	$6.40 \times 10^{-4}$	$P\Theta_{a2}$	$4.96 \times 10^{-9} \sim 0.0172$	0.0030
$P\Phi_{a2}$	$0.0015 \sim 0.0066$	$8.10 \times 10^{-4}$	$P\Phi_{B1}$	$1.81 \times 10^{-7} \sim 0.0584$	0.0149
$P\Theta_{a2}$	$1.19 \times 10^{-11} \sim 0.0037$	$6.77 \times 10^{-4}$	$P\Theta_{B1}$	$1.14 \times 10^{-8} \sim 0.3071$	0.0366
$P\Phi_{BG}$	$2.83 \times 10^{-9} \sim 0.0011$	$3.06 \times 10^{-4}$	$P\Phi_{L1}$	$7.78 \times 10^{-10} \sim 0.0036$	0.0010
$P\Theta_{BG}$	$1.13 \times 10^{-8} \sim 0.0058$	$7.48 \times 10^{-4}$	$P\Theta_{L1}$	$3.81 \times 10^{-4} \sim 0.0019$	$3.65 \times 10^{-4}$
$P\Phi_{LG}$	$6.65 \times 10^{-11} \sim 2.57 \times 10^{-6}$	$3.20 \times 10^{-7}$	$P\Phi_{B2}$	$0.0146 \sim 0.1960$	0.0278
$P\Theta_{LG}$	$2.92 \times 10^{-12} \sim 2.20 \times 10^{-6}$	$2.77 \times 10^{-7}$	$P\Theta_{B2}$	$6.50 \times 10^{-8} \sim 0.2570$	0.0287
$P\Phi_{\theta 1}$	$9.44 \times 10^{-10} \sim 0.0014$	$4.05 \times 10^{-4}$	$P\Phi_{L2}$	$2.43 \times 10^{-8} \sim 0.0050$	0.0015
$P\Theta_{\theta 1}$	$1.48 \times 10^{-4} \sim 7.19 \times 10^{-4}$	$1.42 \times 10^{-4}$	$P\Theta_{L2}$	$0.0061 \sim 0.0127$	0.0017

根据误差合成理论计算光束理论指向总偏差,得到:

$$\Delta ErrSimu = (P\Phi_{a1}^2 + P\Phi_{a2}^2 + P\Phi_{BG}^2 + P\Phi_{LG}^2 + P\Phi_{\theta 1}^2 + P\Phi_{\theta 2}^2 + P\Phi_{B1}^2 + P\Phi_{L1}^2 + P\Phi_{B2}^2 + P\Phi_{L2}^2 + P\Theta_{a1}^2 + P\Theta_{a2}^2 + P\Theta_{BG}^2 + P\Theta_{LG}^2 + P\Theta_{\theta 1}^2 + P\Theta_{\theta 2}^2 + P\Theta_{B1}^2 + P\Theta_{L1}^2 + P\Theta_{B2}^2 + P\Theta_{L2}^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (17)$$

光束理论指向总偏差如图 8 所示。MATLAB 仿真表明,理论指向总偏差最大值为  $0.362^\circ$ ,理论指向总偏差均方根为  $0.047^\circ$ 。

理光斑图像获得光斑位置。上位机控制电机转动,电机通过齿轮系统带动棱镜转动。电机内置编码器,实时检测电机位置。

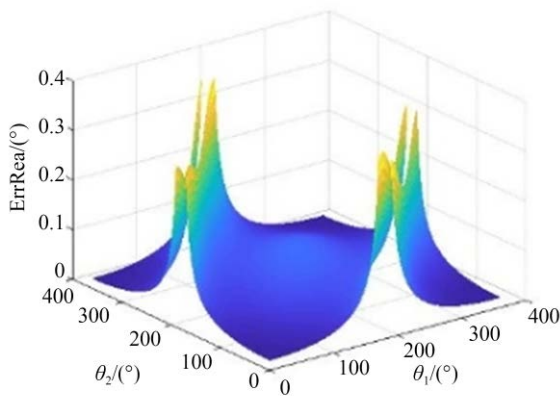


图 8 理论指向总偏差

Fig. 8 Theoretical pointing total deviation

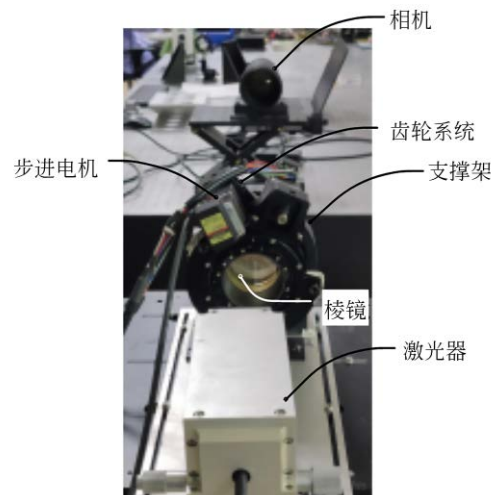


图 9 旋转双棱镜实验平台

Fig. 9 Risley prism experiment platform

## 5 实验

### 5.1 旋转双棱镜实验平台

本实验搭建了旋转双棱镜实验平台,如图 9 所示。该平台主要由激光器、两块旋转棱镜、齿轮系统、步进电机、相机、上位机和系统支架组成。激光器发射激光束,激光束经过两块棱镜耦合偏折后照射在相机靶面,相机与上位机共同处

### 5.2 指向误差实验分析

由于相机视场角不够大,本文采用视野拼接技术获取全部指向范围内的光斑位置,实验测得的指向总偏差如图 10 所示。采用 MATLAB 分析理论指向总偏差与实际指向总偏差, MATLAB 分析结果如表 3 所示。在 MATLAB 分析结果中,理论指向偏差最大值为  $0.362^\circ$ ,理论指



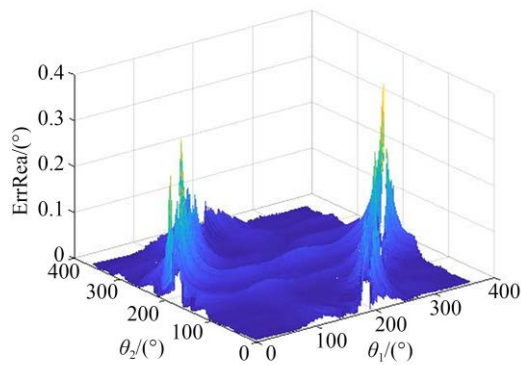


图10 实验指向偏差

Fig. 10 Experiment pointing deviation

向偏差均方根为  $0.0470^\circ$ 。实验表明,在 99.54% 的指向区域中,实验偏差最大值为  $0.3563^\circ$ ,小于理论指向偏差最大值  $0.3620^\circ$ ,实验偏差均方根为  $0.0233^\circ$ ,小于理论指向偏差均方

表3 理论指向总偏差与实际指向总偏差的 MATLAB 分析结果

Tab. 3 MATLAB analysis result of theoretical and actual total deviations

指向总偏差	最大值/(°)	均方根/(°)
理论	0.3620	0.0470
实际	0.3563	0.0233

### 参考文献:

- [1] 严希. 无线激光通信 APT 系统中的光斑跟踪系统研究[D]. 西安: 西安理工大学, 2019.  
YAN X. *Research on Spot Tracking System in APT System of Wireless Laser Communication* [D]. Xi'an: Xi'an University of Technology, 2019. (in Chinese)
- [2] 张建强. 舰载激光通信视轴稳定控制技术研究[D]. 长春: 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2020.  
ZHANG J Q. *Research on Shipborne Laser Communication Optical Stability Control Technology* [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy Sciences, 2020. (in Chinese)
- [3] ZHANG J Q, LIU Y K, ZHANG F J, et al. Digital sliding mode control via a novel reaching law and application in shipborne electro-optical systems[J].

根  $0.0470^\circ$ , 实验结果均小于理论分析结果。由图 10 可知, 实验结果没有超出理论分析结果, 本实验证明了理论分析的合理性。

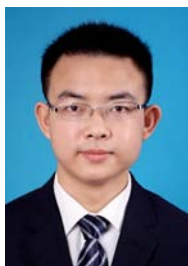
## 6 结论

本文采用光线矢量传播原理建立旋转双棱镜系统光束指向模型, 根据该模型, 采用求偏导方法计算出射光束指向偏转角和方位角对各个误差的偏导数, 并以各误差源的精度范围为输入计算误差源对指向结果的影响。仿真分析得出, 对出射光影响较大的误差源包括棱镜  $\Pi_1$  对理想光轴的倾斜角、棱镜  $\Pi_2$  对理想光轴的倾斜角及棱镜  $\Pi_2$  转角。根据对各误差源的分析与仿真结果, 本文采用误差合成理论计算各主要误差源对光束指向的总偏差。仿真计算结果表明, 理论指向偏差的最大值为  $0.3620^\circ$ , 均方根为  $0.0470^\circ$ 。桌面实验结果表明, 在 99.54% 的指向区域中, 实验偏差的最大值为  $0.3563^\circ$ , 均方根为  $0.0233^\circ$ , 均小于仿真计算值。这一结果表明本文对旋转双棱镜系统误差的分析较为准确, 对旋转双棱镜平台的设计和补偿修正有一定的参考价值。

- [4] 范大鹏, 周远, 鲁亚飞, 等. 旋转双棱镜光束指向控制技术综述[J]. 中国光学, 2013, 6(2): 136-150.  
FAN D P, ZHOU Y, LU Y F, et al. Overview of beam steering technology based on rotational double prisms[J]. *Chinese Optics*, 2013, 6(2): 136-150. (in Chinese)
- [5] 周书芄. 消色差旋转双棱镜光束指向控制技术[D]. 成都: 中国科学院光电技术研究所, 2016.  
ZHOU SH P. *Beam Pointing Techniques Based on Achromatic Risley Prisms* [D]. Chengdu: Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, 2016. (in Chinese)
- [6] 周远, 鲁亚飞, 黑沫, 等. 旋转双棱镜光束指向的反向解析解[J]. 光学精密工程, 2013, 21(7): 1693-1700.  
ZHOU Y, LU Y F, HEI M, et al. Analytical inverse solutions for rotational double prism beam

- steering[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(7): 1693-1700. (in Chinese)
- [7] 周远, 鲁亚飞, 黑沫, 等. 旋转双棱镜光束指向解析解[J]. *光学精密工程*, 2013, 21(6): 1373-1379. ZHOU Y, LU Y F, HEI M, *et al.* Analytic solution of optical beam steering based on rotational double prisms[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(6): 1373-1379. (in Chinese)
- [8] 李锦英, 陈科, 彭起, 等. 旋转双棱镜大范围快速高精度扫描技术[J]. *光电技术应用*, 2020, 35(2): 44-48. LI J Y, CHEN K, PENG Q, *et al.* Wide-range, fast and high precision scanning technology based on rotational double prisms[J]. *Electro-Optic Technology Application*, 2020, 35(2): 44-48. (in Chinese)
- [9] 曹佃生, 高云国. 高精度无导轨位移平台误差分析[J]. *光学精密工程*, 2012, 20(2): 313-320. CAO D SH, GAO Y G. Error analysis of precise non-guiding displacement platform[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(2): 313-320. (in Chinese)
- [10] 曹佃生, 林冠宇, 杨小虎, 等. 紫外双光栅光谱仪结构设计与波长精度分析[J]. *中国光学*, 2018, 11(2): 219-230. CAO D SH, LIN G Y, YANG X H, *et al.* Structure design and wavelength accuracy analysis of ultraviolet double grating spectrometer[J]. *Chinese Optics*, 2018, 11(2): 219-230. (in Chinese)
- [11] 徐力智, 颜昌翔, 李颀, 等. 航空摆扫成像像移计算与误差分配[J]. *光学精密工程*, 2019, 27(10): 2071-2079. XU L ZH, YAN CH X, LI Y, *et al.* Image motion calculation and error distribution for aerial whisk-broom imaging[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(10): 2071-2079. (in Chinese)
- [12] 万振华, 赵开春, 褚金奎. 基于偏振成像的方位测量误差建模与分析[J]. *光学精密工程*, 2019, 27(8): 1688-1696. WAN ZH H, ZHAO K CH, CHU J K. Modeling and analysis of orientation measurement error based on polarization imaging[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2019, 27(8): 1688-1696. (in Chinese)
- [13] 邱赛, 盛磊, 高世杰, 等. 旋转双棱镜指向系统转角补偿偏差修正方法[J/OL]. *光通信技术*: 1-7 [2020-11-15]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/45.1160.TN.20201104.1215.004.html>. QIU S, SHENG L, GAO SH J, *et al.* Correction method for angle compensation deviation of rotating biprism pointing system[J/OL]. *Optical Communication Technology*: 1-7 [2020-11-15]. <http://kns.cnki.net/kcms/detail/45.1160.TN.20201104.1215.004.html>. (in Chinese)
- [14] WARGER W C, GUERRERA S A, EASTMAN Z, *et al.* Efficient confocal microscopy with a dual-wedge scanner[C]. *Three-Dimensional and Multidimensional Microscopy: Image Acquisition and Processing XVI. San Jose, CA. SPIE*, 2009 7184:71840M-71840M-11.
- [15] HORNG J S, LI Y. Error sources and their impact on the performance of dual-wedge beam steering systems[J]. *Applied Optics*, 2012, 51(18): 4168-4175.
- [16] ZHANG H, YUAN Y, SU L J, *et al.* Beam steering uncertainty analysis for Risley prisms based on Monte Carlo simulation[J]. *Opt. Eng.*, 2017, 56(1): 014105 - 014105-10.

## 作者简介:



邱 赛(1997—),男,硕士研究生,2017年于中国地质大学(武汉)获得学士学位,主要从事激光通信旋转双棱镜光束指向系统方面的研究。E-mail:qiusai\_edu@163.com

## 通讯作者:



盛 磊(1981—),男,博士,副研究员,2014年于中国科学院大学获得博士学位,主要从事光电测控设备软件开发及数据处理的研究。E-mail:sljlu@163.com