光学 精密工程
OPTICS AND PRECISION ENGINEERING
核心期刊
主管：中国科学院
主办：中国科学院长春光学精密机械与物理研究所
中国仪器仪表学会
主编：曹健林

基于Hexapod平台的地基大型光学望远镜失调误差主动补偿

曹玉岩，王建立，陈涛，吕天宇，王洪浩，张岩，王富国

引用本文:
曹玉岩, 王建立, 陈涛, 等. 基于Hexapod平台的地基大型光学望远镜失调误差主动补偿[J]. 光学 精密工程, 2020, 28(11): 2452-2465.
CAO Yu-yan, WANG Jian-li, CHEN Tao, et al. Active compensation of aberration for large ground-based telescope based on Hexapod platform[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(11): 2452-2465.

在线阅读 View online: https://doi.org/10.37188/OPE.20202811.2452

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

高时空分辨率动态星模拟器设计

Design of high spatiotemporal resolution dynamic star simulator

光学 精密工程. 2020, 28(3): 515-525 https://doi.org/10.3788/OPE.20202803.0515

基于分段弧形永磁同步电机的4 m望远镜控制系统

Control system of 4 meters telescope based on segmented permanent magnet arc synchronous motor

光学 精密工程. 2020, 28(3): 591-600 https://doi.org/10.3788/OPE.20202803.0591

大型光学系统波前检测中气流扰动的抑制

Suppression of airflow turbulence in wavefront measurement for large-aperture optical systems

光学 精密工程. 2020, 28(1): 80-89 https://doi.org/10.3788/OPE.20202801.0080

巨型科学可控反射镜的质心检测

Center of gravity testing for giant steerable science mirror

光学 精密工程. 2017, 25(10s): 46-51 https://doi.org/10.3788/OPE.20172513.0046

应用于Φ300 mm平面反射镜的精密二维转台轴系设计

Shafting design for precise two-dimensional turntable applied to Φ 300 mm plane mirror

光学 精密工程. 2020, 28(5): 1075-1082 https://doi.org/10.3788/OPE.20202805.1075

文章编号 1004-924X(2020)11-2452-14

基于 Hexapod 平台的地基大型光学望远镜失调误差主动补偿

曹玉岩[1,2*],王建立[1],陈 涛[1],吕天宇[1],王洪浩[1],张 岩[1],王富国[1]
(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学,北京 100049)

摘要:随望远镜口径的不断增大,其结构和热变形所导致的光学系统失调而造成图像质量下降问题越来越显著。为了估计望远镜的失调误差,建立结构力学模型,并对失调误差计算方法及补偿进行研究。对望远镜结构进行简化并采用有限元方法建立结构力学模型。然后,以望远镜主次镜镜面节点的当前位置为输入,提出了基于非线性最小二乘拟合的主次镜失调误差计算方法。以主镜当前光轴为基准,以补偿失调误差为目标,即主次镜光轴重合且无间隔误差,提出了基于空间坐标变换来确定 Hexapod 平台支杆长度的计算方法。以 2 m 口径望远镜为例,对重力及热变形所致的失调误差进行模拟,并在此基础上利用 Hexapod 平台调整次镜位置来补偿失调误差。数值仿真结果表明:重力变形和热变形均会导致光学系统出现明显的失调误差,弥散斑最大达到了1 473 μm和 557 μm,经过次镜位置补偿,弥散斑半径下降到 32 μm以下。本文提出的失调误差以及 Hexapod 平台支杆长度计算方法可应用于实际望远镜标定和装调过程中。

关 键 词:地基望远镜;失调误差;主动补偿;非线性最小二乘;有限元分析
中图分类号:TP273; TH703 **文献标识码**:A **doi**:10.37188/OPE.20202811.2452

Active compensation of aberration for large ground-based telescope based on Hexapod platform

CAO Yu-yan[1,2*], WANG Jian-li[1], CHEN Tao[1], LÜ Tian-yu[1],
WANG Hong-hao[1], ZHANG Yan[1], WANG Fu-guo[1]

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun* 130033, *China*;
2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100049, *China*)
* *Corresponding author, E-mail: yuyan_cao@126.com*

Abstract: As the diameter of a ground-based telescope increases, the image quality will significantly degrade because of optical misalignment, which is caused by gravity and thermal deformations of the telescope structure. To accurately estimate the misalignment error, a mechanical model of a telescope was established, and the computation method and compensation process were investigated. According the structural components of the telescope, the structural model was simplified, and then the mechanical model was established using the finite element method. Based on nonlinear least square fitting, a method was presented to compute the misalignment error between the primary and secondary

收稿日期:2020-07-08;**修订日期**:2020-07-24.
基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 11803035;No. U2031126)

mirrors in which the inputs were the current node position of the primary and secondary mirror surfaces. Thereafter, a method in which the optical axis of the primary mirror used as the benchmark were adopted to determine the length of the hexapod leg with the objective of compensating for the misalignment error. Finally, numerical examples of a ground-based telescope with a diameter of 2 m were presented to verify the presented methods and the corresponding theories. The simulation results show that there are obvious misalignment errors because of gravity and thermal deformations, with maximum root mean square (RMS) radii of the optical spots being 1 473 and 557 μm, respectively. After the secondary mirror compensation, the RMS radii of the spots are decreased significantly, with all of them being <32 μm. The results verify the misalignment error and the hexapod leg length computation methods.

Key words: ground-based telescope; misalignment error; active compensation; nonlinear least square fitting; finite element

1　引　言

随着口径的不断增大，地基望远镜的结构尺度越来越复杂，结构重力/热变形会导致主次镜失调误差，从而造成成像质量下降，因此失调误差的主动补偿成为了研究的热点和难点[1]。以两镜面望远镜为例，即望远镜中只考虑主镜和次镜，光学系统的失调误差主要包括离焦和彗差，其中离焦是由主次镜间隔偏差所致，彗差是由主次镜相对偏心和倾斜所致，且会伴随有像散和球差出现。在望远镜失调误差校正方面，欧洲南方天文台 ESO 在 NTT 望远镜[2]上首先开创了基于主动光学的校正技术，利用波前传感器来监视图像质量，并分解为像差模式系数，以此作为反馈来调整次镜的位置实现失调误差校正。随后这项技术被广泛应用到 8～10 m 级地基大型望远镜上[3-10]，其中 VLT 望远镜采用 3 个独立的调整机构来分别调整离焦、偏心和倾斜[2]，TNG[4] 和 VST[5-9] 采用 Hexapod 平台来补偿失调误差，MMT 采用变形镜来实现失调误差补偿[10]。

从原理上，离焦偏差可以通过在光轴方向上移动次镜来补偿，而彗差则需要沿 x 和 y 方向移动并结合 x/y 方向转动次镜来补偿，伴随出现的像散和球差也相应的减小，这里假设 z 轴为光轴方向。因此，为了补偿主次镜的失调误差，即离焦和彗差，次镜需要在空间 5 个自由度上可调整。Hexapod 平台由于具有刚度大、调整自由度多、位置误差不累计等优点，已作为次镜调整机构用于地基大型望远镜中[4-9, 11-12]。

在实际应用中，采用 Hexapod 平台调整次镜来校正主次镜失调误差通常有两种工作模式：一种是闭环模式，如 VST[5]，以波前传感器反馈的像差模式系数作为反馈，实时调整次镜的位置；另一种是开环模式，通过望远镜在不同俯仰角度状态下观测恒星，标定出对应次镜的调整位置，工作时采用查表方式来实现失调误差补偿。在观测恒星标定时，需要准确给出 Hexapod 平台每个支杆的控制输入，在没有波前传感器的情况下往往很难从所观测的图像直接给出各个支杆的控制输入，通常采用反复迭代尝试的方式实现标定。若能利用望远镜结构力学模型，对不同姿态下的主次镜失调误差进行估计，根据失调误差的估计值进行标定，不但能提高标定精度，而且能降低标定迭代次数，提高效率。基于这一目的，本文以长春光机所研制的 2 m 口径地基光学望远镜为对象，研究基于 Hexapod 平台的主次镜失调误差估计和主动补偿技术。首先，详细介绍了望远镜的结构组成，并基于有限元方法建立结构力学模型。然后，简要介绍了失调误差的产生原因及失调误差补偿流程，以主次镜镜面节点当前位置作为输入，提出了基于非线性最小二乘拟合的主次镜失调误差计算方法，并在此基础上提出了基于空间坐标变换来确定 Hexapod 平台控制输入的方法。最后，分别给出了重力和热载荷环境下的数值算例，来验证本文提出的模型及计算方法。

2　望远镜结构力学建模

2 m 级地基望远镜结构简图如图 1 所示，总体高度为 6.4 m，宽度为 3.7 m，总质量接近 30 吨。从光机结构角度，望远镜主要包括机架、主镜组件、次镜组件以及多个成像终端等，这里为了简化分析流程，仅考虑前三部分。

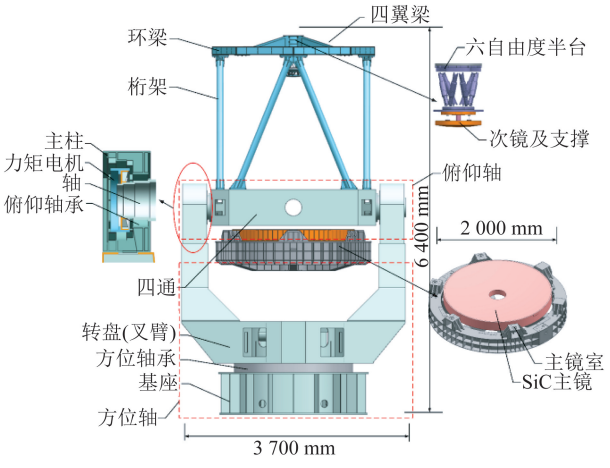


图 1　2 m 望远镜简化结构

Fig. 1　Simplified structure of 2 m telescope

机架是光学系统及其他观测终端的载体，通过俯仰轴和方位轴的高精度回转运动实现望远镜对任一天区的精确指向和对目标的跟踪测量。机架中各部分以及相互连接关系如图 1 所示，方位轴和俯仰轴均采用力矩电机直驱方式来实现回转运动控制。

望远镜主镜材料为 SiC，具有比刚度大、质量轻、热稳定性好等优点。轻量化 SiC 主镜的支撑结构必须具有较好的热解耦能力，以解决 SiC 材料与支撑结构/镜室材料热膨胀系数差异大的问题，进而降低温度变化对主镜面形的影响。SiC 主镜采用了 A-Frame 型柔性侧支撑方式，并结合 18 点机械式 whiffletree 轴向支撑方式，形成了镜体与镜室及支撑结构具有较好热匹配效果的被动支撑系统。SiC 主镜支撑结构原理如图 2 所示[13-14]，6 组柔性切向杆在主镜轴向和径向上均加工柔性切口，并通过 A-Frame 型结构扩展为 12 个侧向支撑点；轴向支撑结构为 3 个实际硬点通过逐级分散扩展方式形成 18 个等力支撑点，在每个支撑点处采用柔性细长杆与主镜相连接，充分利用柔性细长杆轴向刚度大横向柔度大的优势，在克服 SiC 主镜镜体重力的同时，能够实现主镜径向自由膨胀，进而实现热变形的解耦。

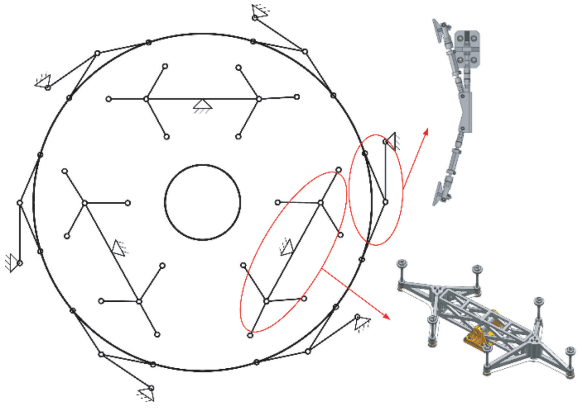


图 2　SiC 主镜支撑结构原理

Fig. 2　Principle of SiC primary mirror supports

望远镜次镜同样采用具有热变形匹配的 bipod 型支撑结构来消除热胀系数差异性对次镜面形精度的影响。此外，次镜及其支撑结构通过 Hexapod 平台实现位姿调整，以补偿因装调或结构变形造成的主次镜失调误差。

对于如此复杂的望远镜系统，即使不考虑其他成像终端，各组成部分的详细建模依然非常困难。因此做如下简化：望远镜的方位轴承和俯仰轴承承载裕度非常高，在力学分析时，将它视为理想体，即忽略钢球的摩擦及间隙对分析结果的影响；机械 WIFFLETREE 浮动支撑中的各个运动副，如球铰等，视为理想运动副，忽略摩擦及间隙的影响；连接次镜的 Hexapod 平台的 6 个支杆视为理想线性促动器，即不考虑 Hexapod 平台本身的控制误差。

针对上述 2 m 望远镜的简化结构，采用有限元方法建立望远镜结构动力学模型如图 3 所示，结构动力学方程可以表达为：

$$[\boldsymbol{M}]\{\ddot{x}\}+[\boldsymbol{C}]\{\dot{x}\}+[\boldsymbol{K}]\{\boldsymbol{x}\}=\{\boldsymbol{F}\}, \quad (1)$$

其中：$[\boldsymbol{M}]$，$[\boldsymbol{C}]$，$[\boldsymbol{K}]$分别为质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵，$\{\boldsymbol{x}\}$为位移向量，$\{\boldsymbol{F}\}$为载荷向量。

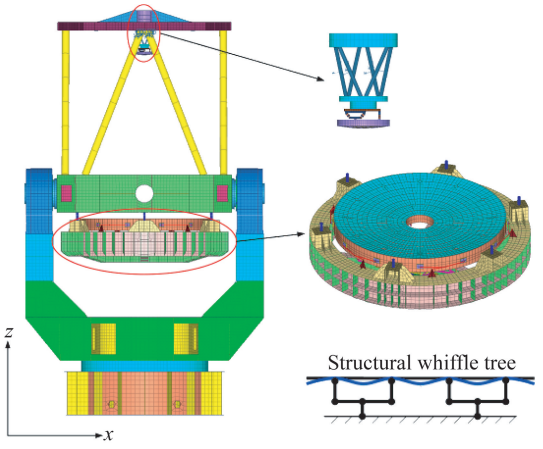


图 3　2 m 望远镜结构的有限元模型

Fig. 3　Finite element model of 2 m telescope

望远镜工作状态下，方位轴和俯仰轴的转动速度非常慢，可视为准静态过程，由此结构动力学方程简化为：

$$[\boldsymbol{K}]\{\boldsymbol{x}\}=\{\boldsymbol{F}\}. \tag{2}$$

望远镜观测过程中，主镜和次镜的镜面位置和面形精度起决定性作用，因此在望远镜结构力学仿真模拟时往往更关心主次镜镜面节点位置的变化情况。主次镜镜面节点位移可以表达为：

$$\begin{Bmatrix}\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}\\ \boldsymbol{q}_{\mathrm{s}}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{p}}\\ \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{s}}\end{bmatrix}\{\boldsymbol{x}\}, \tag{3}$$

其中：$\{\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}\}$，$\{\boldsymbol{q}_{\mathrm{s}}\}$分别为主镜和次镜镜面节点位移向量；$[\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{p}}]$，$[\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{s}}]$分别为与主镜和次镜相关的选择矩阵，在镜面节点位置处元素为 1，其余元素为 0。

利用由式(2)和式(3)所得到的镜面节点位移，并结合镜面节点的当前位置，可以将主次镜镜面的当前位置表达为：

$$\begin{Bmatrix}\boldsymbol{x}_{\mathrm{p}}\\ \boldsymbol{x}_{\mathrm{s}}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}\boldsymbol{x}_{\mathrm{p}}^{0}\\ \boldsymbol{x}_{\mathrm{s}}^{0}\end{Bmatrix}+\begin{Bmatrix}\boldsymbol{q}_{\mathrm{p}}\\ \boldsymbol{q}_{\mathrm{s}}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{p}}\\ \boldsymbol{\Phi}_{\mathrm{s}}\end{bmatrix}(\{\boldsymbol{x}^{0}\}+\{\boldsymbol{x}\}). \tag{4}$$

式(4)给出了主次镜镜面上各个节点的当前位置，据此可以进行后续光学性能分析并通过控制 Hexapod 平台调整次镜进行失调误差主动补偿。

3　光学失调误差计算及主动补偿

3.1　失调误差产生的原因

在光学系统中，主次镜失调误差所引入的像差包括离焦和彗差，以及少量的像散和球差，可以通过主动控制主次镜的相对位置来补偿。如图 2 所示，望远镜主镜采用被动支撑方式，仅能通过控制次镜的位置实现对主次镜失调引入的像差进行补偿。

3.1.1　主镜支撑组件变形所导致的主镜偏差

由于主镜支撑结构中采用了柔性切口或细杆来适应光学材料与结构材料热胀系数的差异性，主镜支撑结构刚度有限，自身重力作用造成了主镜相对于主镜室的偏差，包括位置偏差和角度偏差，且偏差随着望远镜俯仰角度的变化而改变。

3.1.2　主镜镜面变形所导致的曲率半径偏差

主镜镜面曲率半径的变化会使光学系统产生离焦，需要根据当前镜面的曲率半径来调整主次镜间距来予以补偿。从分析结果上看，主镜镜面的曲率半径变化在 0.01 mm 量级。

3.1.3　桁架变形所导致的次镜偏差

如图 1 所示，在高度方向上，桁架的跨度非常大，接近 2.5 m，尽管桁架结构中采用了直径很大的杆件，但由于环梁以及四翼梁等结构载荷非常大，接近 500 kg，这间接造成了次镜的偏差。

3.1.4　热变形导致的失调误差

环境温度变化会导致结构热变形，使主次镜偏离理论位置，主要造成了主次镜间隔出现偏差，即离焦，其余偏差相对较小。

3.2　失调误差补偿的基本流程

在望远镜的工作过程中，结构变形导致主次镜失调误差，引入离焦和彗差，最终影响望远镜的观测性能。结构变形所引入的像差随着望远镜俯仰角度的变化而实时改变，通过控制次镜后端的 Hexapod 平台实时调整次镜的位置和姿态，从而对失调误差予以补偿，具体流程如图 4 所示。首先，利用望远镜结构力学模型，根据当前载荷条件，由式(4)计算主次镜镜面节点的当前位置。然后，根据主次镜镜面当前的节点位置，利用非线性拟合方法计算主次镜的最佳拟合曲面，这里将主次镜镜面均简化为球面，得到最佳拟合球面球心、曲率半径以及光轴方向。以主镜光轴及最佳拟合球面为基准，计算主次镜的位置和姿态偏差，并以补偿这部分偏差为目标，计算 Hexapod 平台支杆长度的变化量，即为 Hexapod 平台的控制输入，从而实现对光学像差的补偿。最后，对补偿后的主次镜进行光学性能分析及评价。

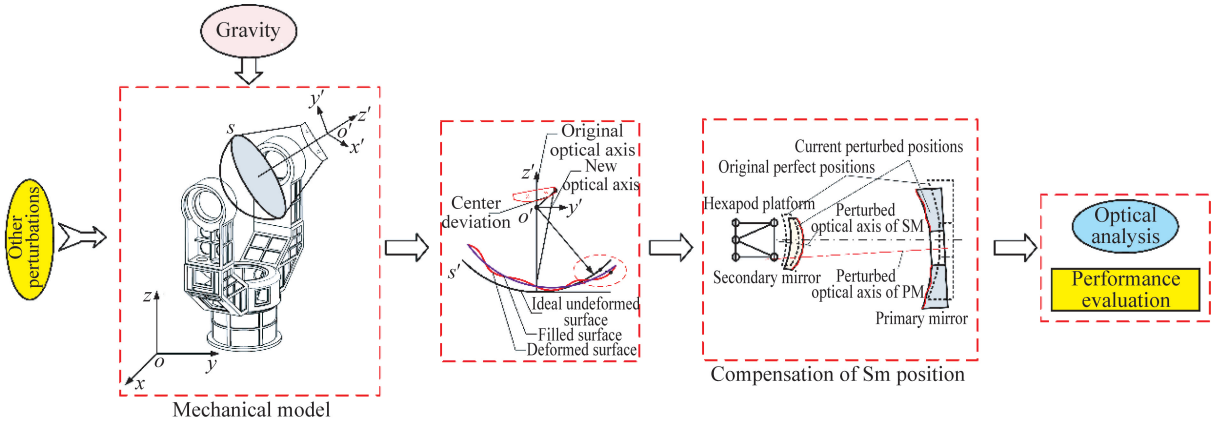


图 4　失调误差补偿流程

Fig. 4　Flow of optical aberrations compensation

3.3　主次镜镜面位置的非线性最小二乘拟合

在失调误差补偿流程中，一个重要环节是确定主次镜的当前位置。在结构力学模型中，主次镜的当前位置是由若干离散节点来表示的，采用非线性拟合方法来获得这些离散节点的最佳拟合曲面，并以此来表示主次镜镜面的当前位置是合理有效的方法。拟合误差定义为给定点与最佳拟合面曲率中心之间的正交或最短距离，这是一个非线性问题，必须采用迭代法来求解。本文以主镜为例，简要介绍镜面最佳球面的非线性最小二乘拟合过程，次镜的计算过程类似，不再赘述。

假设在几何模型中，q 个参数向量 $\boldsymbol{a}$ 与 p 个测量数据 X 相关联，其关系由以下公式表示：

$$X=F(\boldsymbol{a})+\boldsymbol{e}, \tag{5}$$

其中：F 为关于参数向量 $\boldsymbol{a}$ 的非线性连续可微分函数，$\boldsymbol{e}$ 为误差向量。

对于一组给定的测量数据 X，参数向量 $\boldsymbol{a}$ 的非线性最小二乘估计的通用表达式为：

$$\min(\boldsymbol{e}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{e})=[X-F(\hat{\boldsymbol{a}})]^{\mathrm{T}}[X-F(\hat{\boldsymbol{a}})]. \tag{6}$$

为了便于表达，这里以单位矩阵作为加权矩阵。对于以上非线性估计问题的求解，这里采用 Gauss-Newton 迭代法，其迭代格式为：

$$\left.\frac{\partial F}{\partial a}\right|_{\boldsymbol{a}_k}\Delta\boldsymbol{a}=X-F(\boldsymbol{a}_k), \tag{7}$$

$$\boldsymbol{a}_{k+1}=\boldsymbol{a}_k+\lambda\Delta\boldsymbol{a}. \tag{8}$$

式(7)左端的偏导数项为雅克比矩阵 $\mathbf{J}$，其表达式为：

$$\mathbf{J}_{ij}=\frac{\partial F_i}{\partial \boldsymbol{a}_j}. \tag{9}$$

为了计算求解上述问题，在每个迭代步都需要计算各个离散测量点距离该几何特征上最近的点处的函数向量 $\boldsymbol{F}$ 的值，以及雅克比矩阵 $\mathbf{J}$ 的值，这是最小二乘拟合问题的一个必要条件。

n 维空间中圆/球的示意如图 5 所示。球心位置为 O，半径为 R，可以由以下公式来描述：

$$\| X-X_{\mathrm{c}} \|^2=R^2. \tag{10}$$

对于各给定采样点 $X_i(X_i\neq X_{\mathrm{c}})$，球面上与其相对应的最近点 X'_i 为：

$$X'_i=X_{\mathrm{c}}+R\frac{X_i-X_{\mathrm{c}}}{\| X_i-X_{\mathrm{c}} \|},i=1,2,\cdots,m. \tag{11}$$

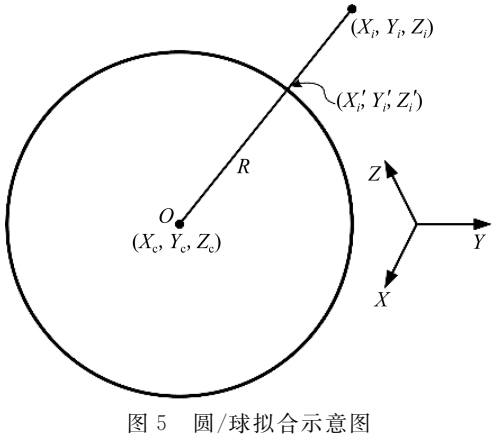


图 5　圆/球拟合示意图

Fig. 5　Circle/sphere fitting

X_i 与 X'_i 的正交距离误差为：

$$X''_i=X_i-X'_i=[\| X_i-X_c \|-R]\frac{X_i-X_c}{\| X_i-X_c \|}. \tag{12}$$

由 X'_i 的表达式，可以得到 Gauss-Newton 迭代中的 Jacobian 矩阵表达式为：

$$\mathbf{J}_{X_i',\boldsymbol{a}}=\frac{\partial}{\partial}\left[X_c+R\frac{X_i-X_c}{\|X_i-X_c\|}\right]=\frac{\partial X_c}{\partial \boldsymbol{a}}+\frac{X_i-X_c}{\|X_i-X_c\|}\frac{\partial R}{\partial \boldsymbol{a}}-\frac{R}{\|X_i-X_c\|}\left[I-\frac{(X_i-X_c)(X_i-X_c)^{\mathrm{T}}}{\|X_i-X_c\|^2}\right]\frac{\partial X_c}{\partial \boldsymbol{a}}. \tag{13}$$

由 X_i' 点处的 $\mathbf{J}_{X_i',\boldsymbol{a}}$ 雅克比矩阵及距离向量 $\boldsymbol{X}_i''$ 的表达式，以及 m 组离散测量数据，可以构造出 mn 个线性方程。对于球面拟合情况，线性方程组为：

$$\begin{bmatrix} J_{X_1',R} & J_{X_1',X_c} & J_{X_1',Y_c} & J_{X_1',Z_c} \\ J_{Y_1',R} & J_{Y_1',X_c} & J_{Y_1',Y_c} & J_{Y_1',Z_c} \\ J_{Z_1',R} & J_{Z_1',X_c} & J_{Z_1',Y_c} & J_{Z_1',Y_c} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ J_{X_m',R} & J_{X_m',X_c} & J_{X_m',Y_c} & J_{X_m',Z_c} \\ J_{Y_m',R} & J_{Y_m',X_c} & J_{Y_m',Y_c} & J_{Y_m',Z_c} \\ J_{Z_m',R} & J_{Z_m',X_c} & J_{Z_m',Y_c} & J_{Z_m',Z_c} \end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta R\\ \Delta X_c\\ \Delta Y_c\\ \Delta Z_c\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}X_1''\\ Y_1''\\ Z_1''\\ \vdots\\ X_m''\\ Y_m''\\ Z_m''\end{bmatrix}. \tag{14}$$

参数向量 $\boldsymbol{a}$ 的初始值可按如下公式来计算：

$$X_c=\overline{X}=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}X_i, \tag{15}$$

$$R=\sqrt{\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}|X_i-\overline{X}_i|^2}. \tag{16}$$

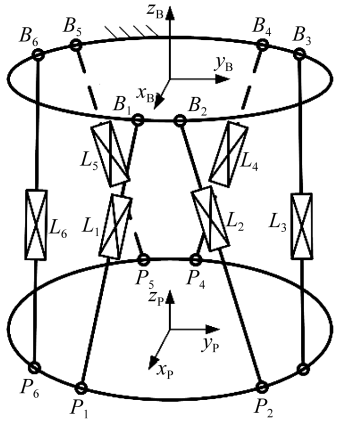
3.4　Hexapod 平台支杆长度计算

望远镜主次镜镜面节点的当前位置经过球面非线性最小二乘拟合，可以得到最佳拟合面的曲率中心坐标、曲率半径及光轴方向，由此可以计算得到主次镜的相对偏差。以主镜当前光轴作为基准，通过实时控制 Hexapod 平台支杆长度来调整次镜的位置和姿态，可以补偿由主次镜失调误差引入的像差，其中确定 Hexapod 平台支杆长度，即控制输入，是关键。

Hexapod 平台结构及简化示意如图 6 所示，6 根支杆两端分别连接上下两个台面构成了并联结构，通过支杆长度的协调控制可以实现两个台面相对位姿的调整。在望远镜俯仰姿态变化时，Hexapod 平台各支杆以及相关结构均会发生变形。因此，利用 Hexapod 平台刚体假设条件计算所得到的支杆杆长来控制次镜的位姿与预期理想位姿之间会存在一定的偏差。为了弥补平台以及支杆自身弹性变形所引入的偏差，这里以各支杆两端支点的当前位置来计算杆长，以当前支杆上以及次镜处于理想位置时的支杆长之间的差值作为控制输入。

(a)结构图

(a)Structural diagram



(b)简化示意图

(b)Schematic diagram

图 6　Hexapod 平台

Fig. 6　Sketch of Hexapod platform

如图 7 所示，假设 O-xyz 为全局坐标系，是望远镜的参考坐标系；O_1-$x_1y_1z_1$ 为次镜当前位置的局部坐标系，坐标原点 O_1 为次镜的曲率中心，z_1 轴为次镜光轴；O_2-$x_2y_2z_2$ 为次镜期望位置的局部坐标系，坐标原点 O_2 为次镜期望的曲率中心，z_2 轴为次镜期望光轴，期望光轴应与主镜当前光轴重合。

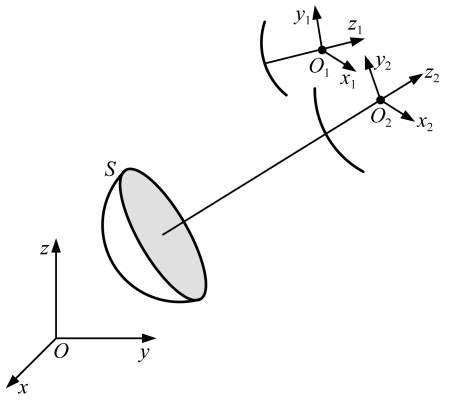


图 7　基于 Hexapod 平台的次镜位姿控制

Fig. 7　Attitude and position control of secondary mirror using Hexapod platform

首先，根据当前姿态下望远镜主镜和次镜的曲率半径，通过光学分析计算得到主镜和次镜的理想间距，并根据主镜当前的曲率中心位置及光轴方向，确定次镜的期望曲率中心位置，次镜光轴的期望方向与主镜的光轴方向重合，因为主镜无法补偿自身姿态的变化。然后，采用逆运动学方法，将固连在次镜曲率中心处的局部坐标系通过平移和旋转，使次镜达到期望的位置和姿态，相应地，Hexapod 平台各支杆的支点位置也做同样的变换。最后，根据次镜在当前位置和最终期望位置时，Hexapod 平台各个支杆的支点位置，计算出各个支杆杆长的变化量，以杆长变化量作为 Hexapod 平台的控制输入条件。

用 ${}^0\boldsymbol{F}_1$ 表示坐标系 O_1-$x_1y_1z_1$ 相对于全局坐标系 O-xyz 的位姿矩阵，${}^0\boldsymbol{F}_2$ 表示坐标系 O_2-$x_2y_2z_2$ 相对于全局坐标系 O-xyz 的位姿矩阵。在主镜和次镜位置确定的情况下，根据坐标转换规律，坐标系 O_2-$x_2y_2z_2$ 相对于全局坐标系 O_1-$x_1y_1z_1$ 的位姿矩阵可以表达为：

$$ {}^1\boldsymbol{F}_2={}^1\boldsymbol{F}_0\,{}^0\boldsymbol{F}_2=({}^0\boldsymbol{F}_1)-1\times{}^0\boldsymbol{F}_2=\begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x\\ n_y & o_y & a_y & p_y\\ n_z & o_z & a_z & p_z\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{17} $$

假设坐标系 O_1-$x_1y_1z_1$ 按滚动(R)、俯仰(P)和偏航(Y)的顺序旋转至与 O_2-$x_2y_2z_2$ 一致的姿态，即依次绕 z_1 轴旋转 φ_a，绕 y_1 轴旋转 φ_o，绕 x_1 轴旋转 φ_n。按 RPY 顺序旋转后，姿态变化可以用矩阵表达为：

$$ \begin{aligned} &RPY(\varphi_a,\varphi_o,\varphi_n)=Rot(z_1,\varphi_a)Rot(y_1,\varphi_o)Rot(x_1,\varphi_n)=\\ &\begin{bmatrix} C\varphi_aC\varphi_o & C\varphi_aS\varphi_oS\varphi_n-S\varphi_aC\varphi_n & C\varphi_aS\varphi_oC\varphi_n+S\varphi_aS\varphi_n & 0\\ S\varphi_aC\varphi_o & S\varphi_aS\varphi_oS\varphi_n+C\varphi_aC\varphi_n & S\varphi_aS\varphi_oC\varphi_n-C\varphi_aS\varphi_n & 0\\ -S\varphi_o & C\varphi_oS\varphi_n & C\varphi_oC\varphi_n & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \tag{18} $$

RPY 姿态变化矩阵中的 3 个旋转角度相互耦合，需要求解 3 个角度各自的余弦和正弦值才能确定这 3 个角度值。采用解耦的方式进行求解，利用 $Rot(z_1,\varphi_a)^{-1}$ 左乘式(18)，即：

$$ \begin{aligned} &Rot(z_1,\varphi_a)^{-1}RPY(\varphi_a,\varphi_o,\varphi_n)=\\ &Rot(y_1,\varphi_o)Rot(x_1,\varphi_n). \end{aligned} \tag{19} $$

式(19)表示经过 RPY 顺序旋转后，坐标系 O_1-$x_1y_1z_1$ 的姿态与坐标 O_2-$x_2y_2z_2$ 一致，展开可以表示为：

$$ \begin{bmatrix} n_xC\varphi_a+n_yS\varphi_a & o_xC\varphi_a+o_yS\varphi_a & a_xC\varphi_a+a_yS\varphi_a & 0\\ n_yC\varphi_a-n_xS\varphi_a & o_yC\varphi_a-o_xS\varphi_a & a_yC\varphi_a-a_xS\varphi_a & 0\\ n_z & o_z & a_z & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} C\varphi_o & S\varphi_oS\varphi_n & S\varphi_oC\varphi_n & 0\\ 0 & C\varphi_n & -S\varphi_n & 0\\ -S\varphi_o & C\varphi_oS\varphi_n & C\varphi_oC\varphi_n & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{20} $$

根据对应元素相等，可得到如下结果：

$$ \varphi_a=\arctan\left(\frac{n_y}{n_x}\right), \tag{21} $$

$$ \varphi_o=\arctan\left(-\frac{n_z}{n_xC\varphi_a+n_yS\varphi_a}\right), \tag{22} $$

$$ \varphi_n=\arctan\left(\frac{-a_yC\varphi_a+a_xS\varphi_a}{o_yC\varphi_a-o_xS\varphi_a}\right). \tag{23} $$

坐标系 O_1-$x_1y_1z_1$ 经过 RPY 旋转后沿 $x_1y_1z_1$ 坐标轴方向平移至与 O_2-$x_2y_2z_2$ 重合，可以通过左乘平移矩阵得到，即：

$$ {}^1\boldsymbol{T}_2=\boldsymbol{T}_{\mathrm{cart}}(p_x,p_y,p_z)\times RPY(\varphi_a,\varphi_o,\varphi_n), \tag{24} $$

其中 ${}^1\boldsymbol{T}_2$ 表示坐标系 O_2-$x_2y_2z_2$ 相对于坐标系 O_1-$x_1y_1z_1$ 的变换矩阵。

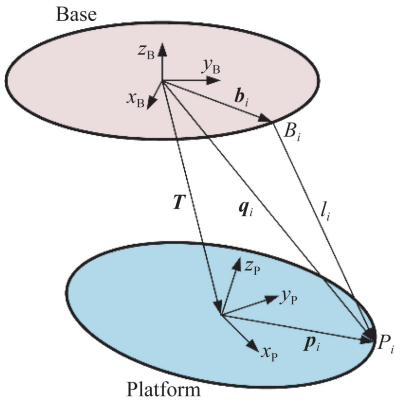


图 8　Hexapod 平台矢量示意图

Fig. 8　Vector sketch of Hexapod platform

如图 8 所示，以${}^0p_i$，${}^1p_i$($i=1,2,\cdots,6$)分别表示 Hexapod 平台支杆下端的 6 个支点相对于全局坐标系 O-xyz，坐标系 O_1-$x_1y_1z_1$ 的坐标向量，其相互之间的转换关系可以表示为：

$$ {}^1\boldsymbol{p}_i = {}^1\boldsymbol{F}_0\,{}^0\boldsymbol{p}_i. \tag{25} $$

${}^1\boldsymbol{p}'_i$($i=1,2,\cdots,6$)表示经过 RPY 旋转以及平移后 Hexapod 平台支杆下端的 6 个支点相对于坐标系 O_1-$x_1y_1z_1$ 的坐标向量，可以表示为：

$$ {}^1\boldsymbol{p}'_i = {}^1\boldsymbol{T}_2 \times {}^1\boldsymbol{p}_i. \tag{26} $$

Hexapod 平台支杆下端支点的期望位置 p'_i 在全局坐标系 O-xyz 下的坐标可以表达为：

$$ {}^0\boldsymbol{p}'_i = {}^0\boldsymbol{F}_1 \times {}^1\boldsymbol{p}'_i. \tag{27} $$

${}^0\boldsymbol{B}_i$($i=1,2,\cdots,6$)表示 Hexapod 平台支杆上端支点在全局坐标系 O-xyz 下的坐标向量，则 Hexapod 平台支杆的当前杆长以及期望位置处的杆长分别表示为：

$$ l_i = \| {}^0\boldsymbol{p}_i - {}^0\boldsymbol{B}_i \|_2, \tag{28} $$

$$ l'_i = \| {}^0\boldsymbol{p}'_i - {}^0\boldsymbol{B}_i \|_2. \tag{29} $$

Hexapod 平台支杆长度变化量可以表示为：

$$ \Delta l_i = \boldsymbol{l}_i - \boldsymbol{l}'_i, (i=1,2,\cdots,6). \tag{30} $$

4　数值计算

为了验证所提出的基于 Hexapod 平台的望远镜失调误差及主动补偿过程，以图 1 所示的 2 m口径地基望远镜为例，分别对重力变形和温度变化所引入的光学像差进行详细的分析和计算，并通过对次镜位置和姿态的调整实现对失调误差的主动补偿。望远镜坐标系定义及 Hexapod 平台支杆编号如图 9 所示，其中 z 轴为理想光轴方向，yz 平面为与望远镜俯仰垂直的结构对称面，光轴竖直向上时俯仰角度为 0°，光轴水平时俯仰角度为 90°。

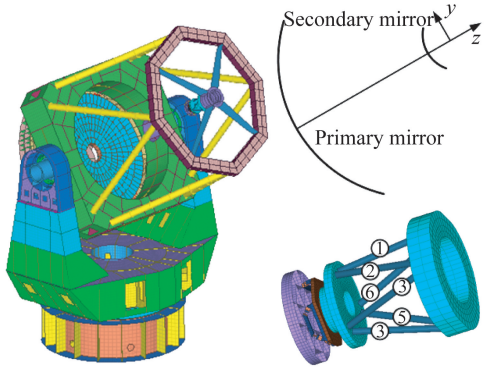
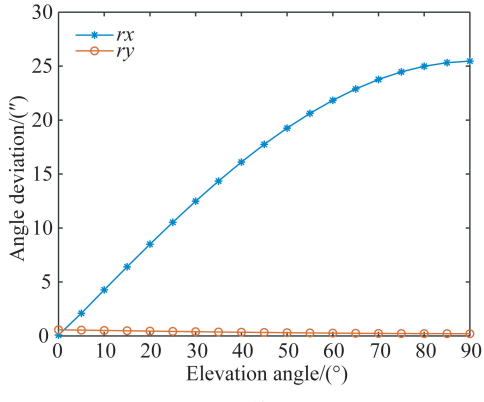


图 9　坐标系定义及 Hexapod 平台支杆编号

Fig. 9　Coordinate definition and number of Hexapod platform actuator

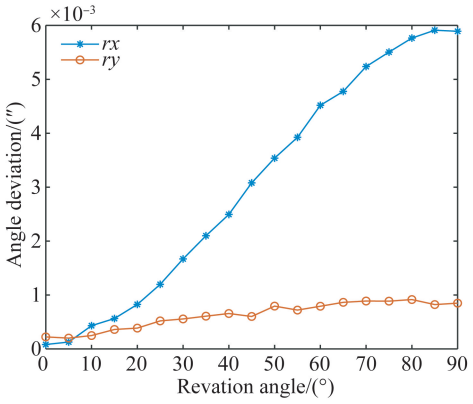
4.1　补偿重力变形所引入的失调误差

对望远镜在不同俯仰角度下的重力变形进行分析，根据主次镜镜面节点的变形结果按前几节所述方法计算主次镜的最佳拟合曲面，以及主次镜的位置和角度偏差，进而计算由 Hexapod 平台来补偿当前位置处主次镜位置和角度偏差所需的支杆杆长变化量，即补偿控制输入。补偿前后，望远镜主次镜角度偏差随俯仰角度的变化如图 10 所示，位置偏差随俯仰角度的变化如图 11 所示，间隔偏差随俯仰角度的变化如图 12 所示。Hexapod 平台支杆杆长随望远镜俯仰角度的变化情况如图 13 所示。



(a)补偿前

(a)Before compensation

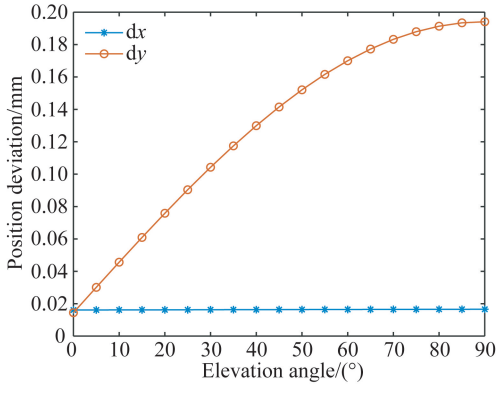


(b)补偿后

(b)After compensation

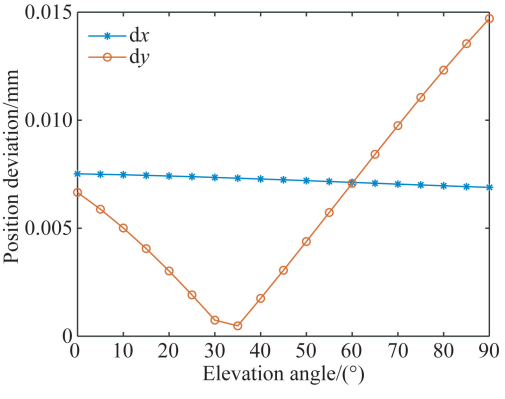
图 10　主次镜角度偏差随望远镜俯仰角度的变化

Fig. 10　Angle deviations between primary and secondary mirrors *vs*. telescope elevation angle



(a)补偿前

(a)Before compensation

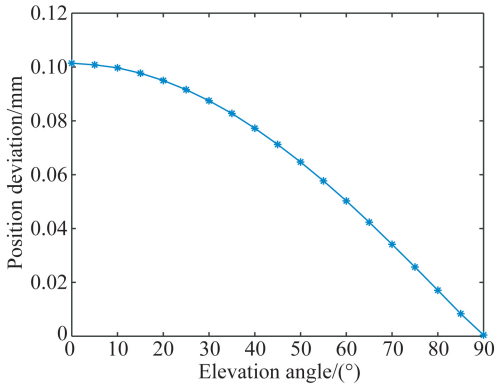


(b)补偿后

(b)After compensation

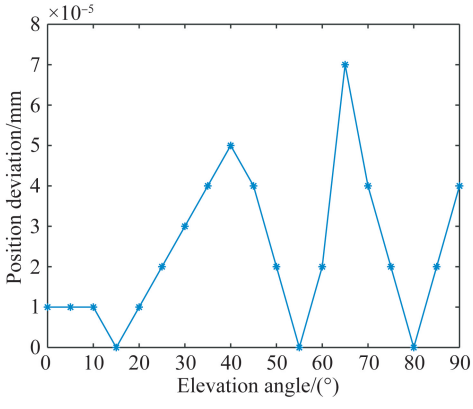
图 11　主次镜位置偏差随望远镜俯仰角度的变化

Fig. 11　Position deviations between primary and secondary mirrors *vs*. telescope elevation angle



(a)补偿前

(a)Before compensation



(b)补偿后

(b)After compensation

图 12　主次镜间隔偏差随望远镜俯仰角度的变化

Fig. 12　Space deviations between primary and secondary mirrors *vs*. telescope elevation angle

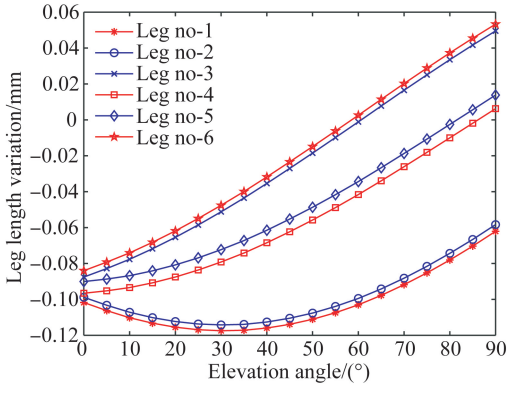


图 13　Hexapod 平台支杆杆长随望远镜俯仰角度的变化

Fig. 13　Leg length deviations of Hexapod platform *vs*. telescope elevation angle

理想情况下，即主次镜无相对偏差的情况下，光学系统的点列图如图 14 所示，0°视场、0.013°视场和 0.025°视场的弥散斑半径分别为 14.664，

5.56 和 19.107 μm。光轴竖直、45°以及水平状态下，补偿前后光学系统的点列图如图 15～图 17 所示。

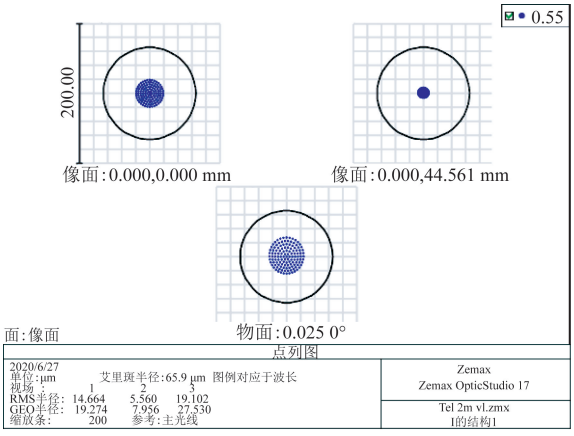
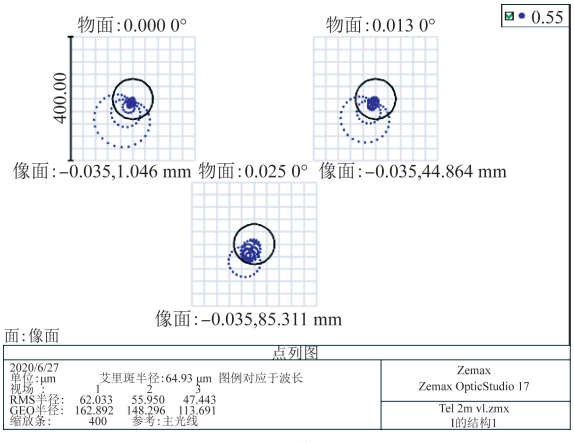


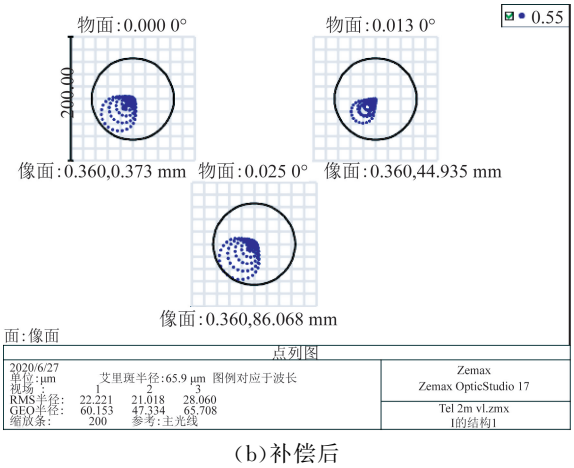
图 14　理想光学系统点列图

Fig. 14　Spot diagram of ideal optical system



(a)补偿前

(a)Before compensation

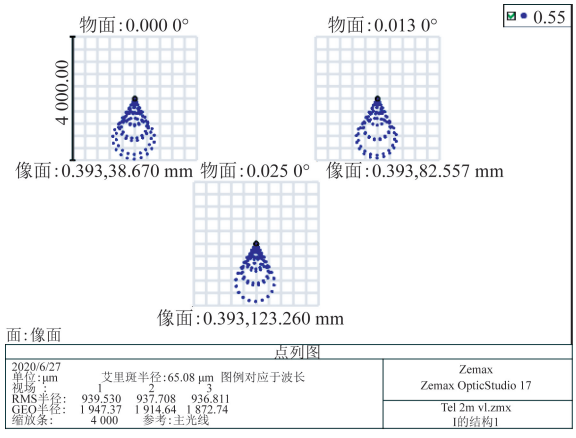


(b)补偿后

(b)After compensation

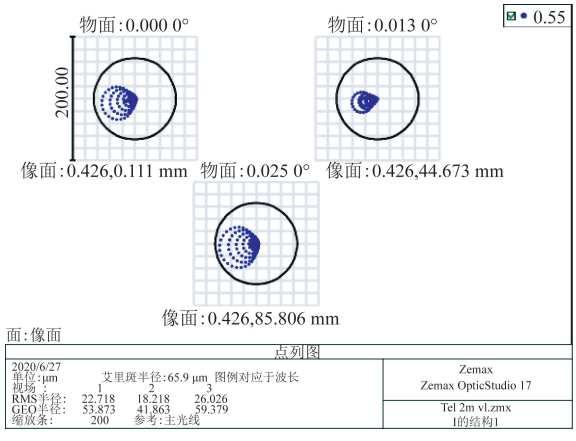
图 15　光轴竖直时光学系统点列图

Fig. 15　Spot diagrams of optical system at vertical position



(a)补偿前

(a)Before compensation

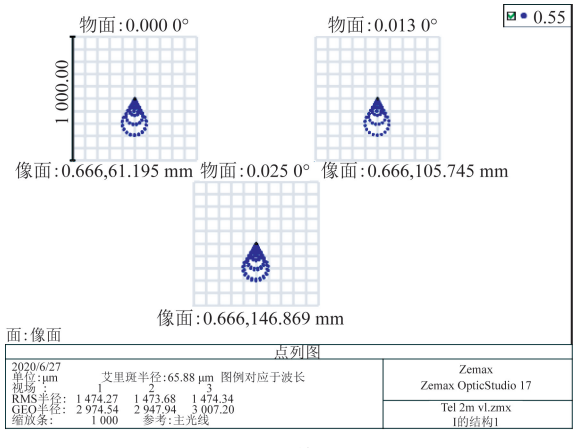


(b)补偿后

(b)After compensation

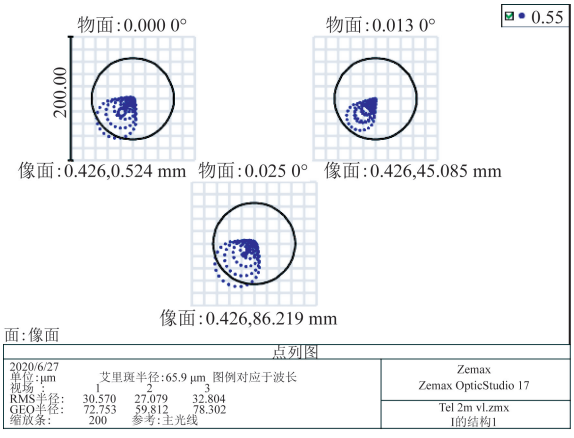
图 16　光轴 45°时光学系统点列图

Fig. 16　Spot diagrams of optical system at 45° position



(a)补偿前

(a)Before compensation



(b)补偿后

(b) After compensation

图 17　光轴水平时光学系统点列图

Fig. 17　Spot diagrams of optical system at horizontal position

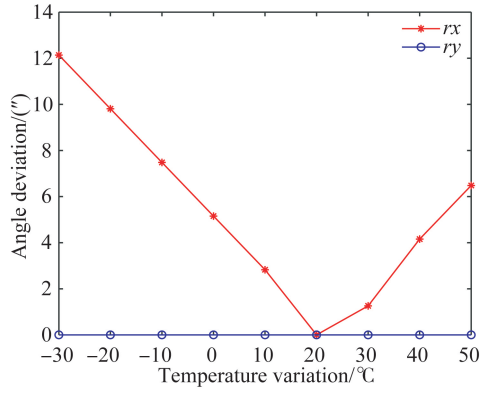
由图 10～图 13 可知，补偿前主次镜的最大位置和最大角度偏差均出现在光轴水平位置，最大角度偏差接近 25″，最大位置偏差接近0.2 mm；最大间隔偏差出现在光轴竖直位置，最大间隔偏差接近 0.1 mm，随着俯仰角度增大，间隔偏差逐渐减小至零；经过 Hexapod 平台的补偿控制，最大角度偏差下降到 0.006″，最大间隔偏差下降到 7×10^{-5} mm，最大位置偏差下降到 0.015 mm；补偿前，在结构对称面 R_y 以及 dx 方向上存在着偏差，与 R_x 和 dy 相比非常小，这是由于有限元模型上网格对称性存在误差所致，这与实际结构加工装配等原因很难保证结构严格对称的情况是相符的；与角度偏差和间隔偏差相比，补偿后位置偏差下降较少，仅由 0.2 下降到 0.015，这是由于在有限元模型中主次镜均采用球面近似，对主次镜节点的当前位置进行非线性球面拟合，以拟合后的球心位置与球面节点的几何中心连线作为光轴，这个光轴与实际会存在一定的偏差，导致主次镜位置存在一定的初始偏差；随着俯仰角度的增大，角度偏差、位置偏差及间隔偏差均表现出非线性特征，而且 Hexapod 平台的控制输入也存在一定的非线性特征。从这可以看出，在实际望远镜使用中，若采用事先标定的方式来补偿主次镜的位置偏差，Hexapod 平台的控制输入也应是非线性的，需要尽量减小标定角度间隔以提高补偿精度。

由图 15～图 17 可知，重力变形导致主次镜偏离理想位置，造成光学系统性能显著下降，光学系统弥散斑最大发生在光轴水平位置，弥散斑半径分别为 1 474.27，1 473.68 和 1 473.34 μm；经过 Hexapod 平台的控制补偿，光学系统性能显著改善，弥散斑半径分别下降为 30.57，27.08 和 32.80 μm。

此外，在光轴竖直的情况下，点列图为非对称的圆，其原因为结构有限元望远镜并非完全对称，这造成了即使仅受竖直向下的重力载荷，主次镜也会出现倾斜变形，即主次镜出现了相对倾斜偏差导致的非对称圆形点列图。

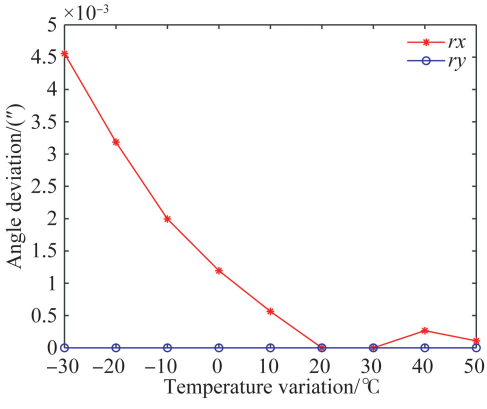
4.2　补偿温度变形所引入的失调误差

对望远镜在不同环境温度(－30～50 ℃)下的热变形进行分析，采用同样的方法计算主次镜的位置和角度偏差，并计算 Hexapod 平台支杆杆长变化量来补偿主次镜的偏差。补偿前后，望远镜主次镜角度偏差随温度的变化如图 18 所示，位置偏差随温度变化如图 19 所示。Hexapod 平台支杆杆长随温度的变化情况如图 20 所示。



(a)补偿前

(a) Before compensation

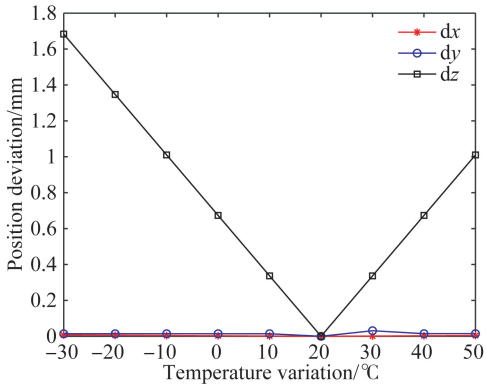


(b)补偿后

(b) After compensation

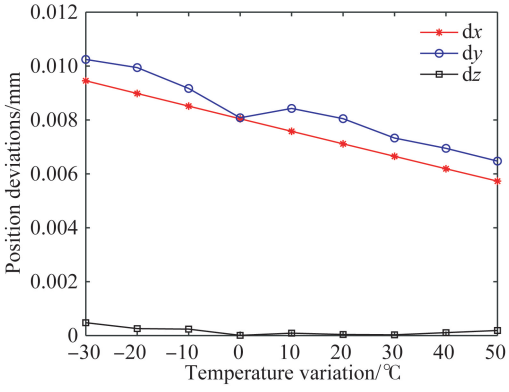
图 18　主次镜角度偏差随温度的变化

Fig. 18　Angle deviations between primary and secondary mirrors *vs*. temperature variations



(a)补偿前

(a)Before compensation



(b)补偿后

(b)After compensation

图 19　主次镜位置偏差随温度的变化

Fig. 19　Position deviations between primary and secondary mirrors *vs*. temperature variations

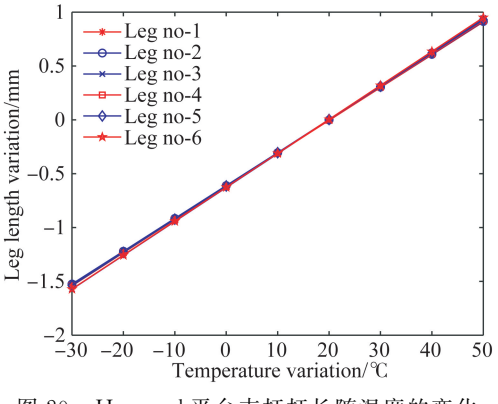
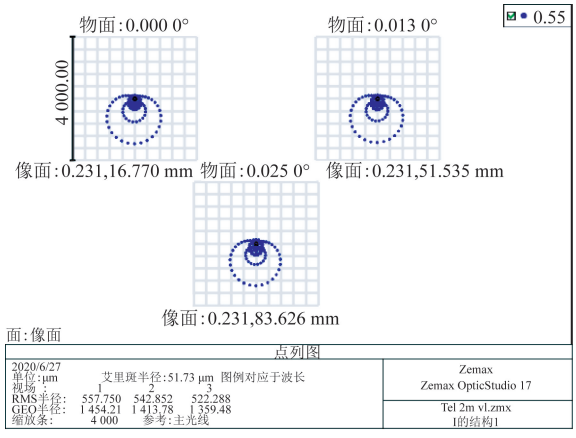


图 20　Hexapod 平台支杆杆长随温度的变化

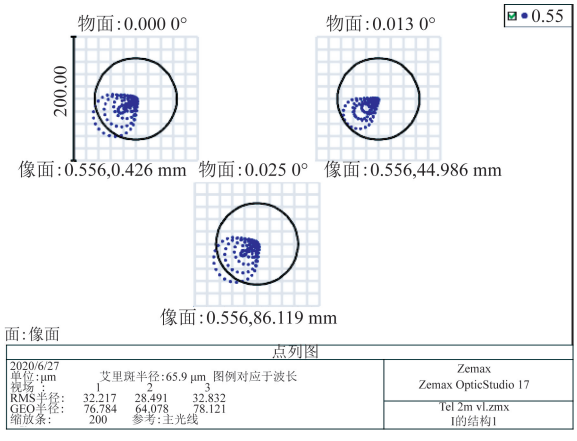
Fig. 20　Leg length deviations of Hexapod platform *vs*. temperature variations

环境温度为－30 ℃，0 ℃和 50 ℃情况下，补偿前后光学系统点列图分别如图 21～图 23 所示。



(a)补偿前

(a)Before compensation

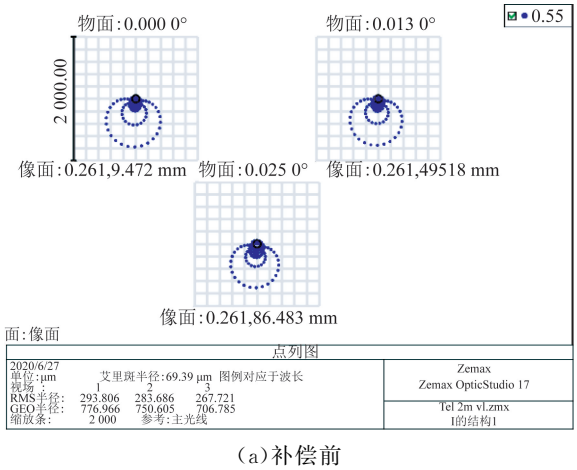


(b)补偿后

(b)After compensation

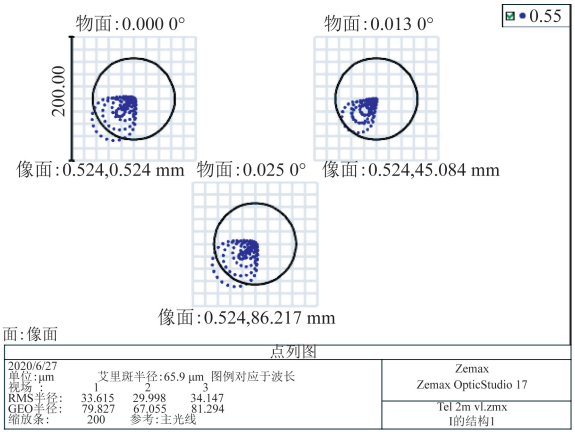
图 21　温度为－30 ℃时光学系统的点列图

Fig. 21　Spot diagrams of optical system at －30 ℃



(a)补偿前

(a)Before compensation

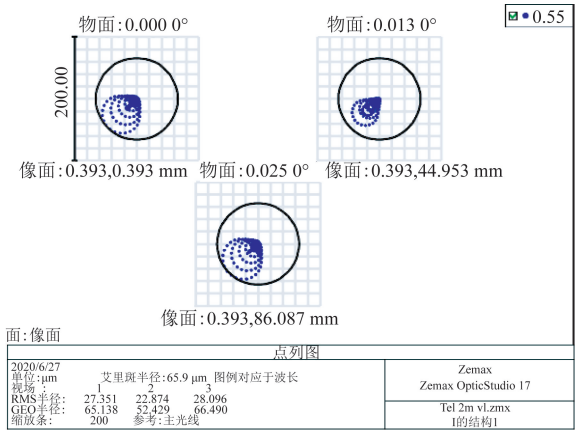


(b)补偿后

(b)After compensation

图 22　温度为 0 ℃时光学系统的点列图

Fig. 22　Spot diagrams of optical system at 0 ℃



(b)补偿后

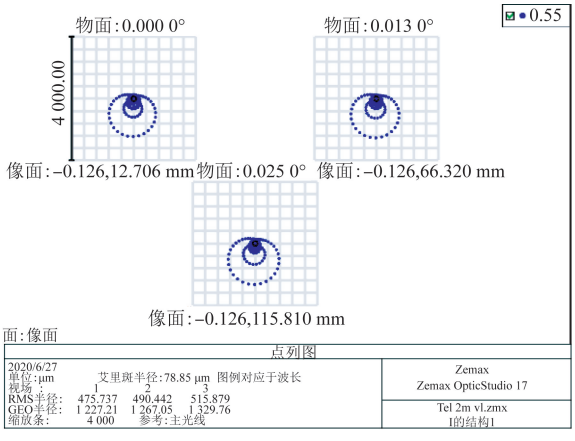
(b)After compensation

图 23　温度为 50 ℃时光学系统的点列图

Fig. 23　Spot diagrams of optical system at 50 ℃

由图 18 和图 19 可知,温度变化主要引起望远镜主次镜间隔的变化,引入离焦,最大变化量达到 1 mm 以上,角度偏差以及位置偏差相对较小;经过 Hexapod 平台的补偿控制,主次镜间隔偏差及角度偏差接近零,而由于模型计算误差的原因,仍存在位置误差。

由图 20 可知,随着环境温度的增大,Hexapod 平台的控制输入基本按线性变化。从这可以看出,在实际望远镜使用中,对环境温度的补偿可以按线性考虑。



(a)补偿前

(a)Before compensation

从图 21～图 23 可以看出,受环境温度的影响,结构热变形造成主次镜偏差,导致光学系统性能下降。环境温度为－30 ℃时,弥散斑半径最大接近 557 μm,经过 Hexapod 平台的控制补偿,－30 ℃,0 ℃,50 ℃下系统弥散斑半径分别下降为 32.217,28.491 和 32.832 μm。

5　结　论

本文针对地基大型光学望远镜中结构及热变形所导致的光学系统失调问题,研究了失调误差的估计方法及基于 Hexapod 平台的主动补偿过程。利用有限元方法建立了望远镜结构力学模型,然后研究了基于非线性最小二乘拟合的望远镜主次镜失调误差计算方法,以及基于空间坐标变换来确定 Hexapod 平台支撑杆长的方法。数值仿真结果表明:重力变形和热变形均使光学系统出现明显的失调误差,弥散斑最大达到了 1 473 μm 和 557 μm,经过次镜位置补偿,光学系统性能明显得到改善,弥散半径下降到 32 μm 以下,从而验证了本文提出的失调误差以及 Hexapod 平台支杆长度计算方法。

参考文献:

[1] BELY P Y. *The Design and Construction of Large Optical Telescopes* [M]. New York: Springer, 2003.

[2] WILSON R N, FRANZA F, NOETHE L, *et al*.. Active optics IV: set-up and performance of the optics of the ESO New Technology Telescope (NTT) in the observatory[J]. *J. Mod. Opt.*, 1991,38: 219-243.

[3] GUISARD S, NOETHE L, SPYROMILIO J. Performance of active optics at the VLT[J]. *SPIE*,

2000，4003：154-164.

[4] BORTOLETTO F，FANTINEL D，RAGAZZONI R，*et al*.. Active optics handling inside Galileo Telescope[J]. *SPIE*，1994，2199：212-222.

[5] SCHIPANI P，D'ORSI S，FIERRO D，*et al*.. Active optics control of VST telescope secondary mirror[J]. *Applied Optics*，2010，49(16)：3199-3207.

[6] SCHIPANI P，MARTY L. Hexapod platform kinematics and secondary mirror aberration control[J]. *SPIE*，2006，6273：62733B.

[7] PERNECHELE C，BORTOLETTO F，REIF K. Position control for active secondary mirror of a two-mirror telescope[J]. *SPIE*，1997，3112：172-180.

[8] SCHIPANI P，PERROTTA F，MOLFESE C，*et al*.. The VST secondary mirror support system [J]. *SPIE*，2008，7018：701845.

[9] SCHIPANI P，D'ORSI S，FIERRO D，*et al*.. Performance of the VST secondary mirror support system[J]. *SPIE*，2010，7739：773932.

[10] PICKERING T E，WEST S C，FABRICANT D G. Active supports andwavefront sensing at the upgraded 6.5 meter MMT[J]. *SPIE*，2004，5489：1041-1051.

[11] 杨维帆，曹小涛，张彬，等. 空间望远镜次镜六自由度调整机构精密控制[J]. 红外与激光工程，2018，47(7)：241-248.
YANG W F，CAO X T，ZHANG B，*et al*.. Six degree of freedom precision control for space camera secondary mirror adjusting mechanism[J]. *Infrared and Laser Engineering*，2018，47(7)：241-248.(in Chinese)

[12] 邓赛，景奉水，梁自泽，等. FAST 馈源支撑系统位姿分配方法研究[J]. 光学 精密工程，2017，25(2)：375-384.
DENG S，JING F SH，LING Z Z，*et al*.. Research on pose distribution algorithm of FAST feed support system[J]. *Opt. Precision Eng.*，2017，25(2)：375-384.(in Chinese)

[13] 邵亮，杨飞，王富国，等. 1.2 m 轻量化 SiC 主镜支撑系统优化设计[J]. 中国光学，2012，5(3)：229-234.
SHAO L，YANG F，WANG F G，*et al*.. Design and optimization of supporting system for 1.2 m light weight SiC primary mirror[j]. *Chinese Optics*，2012，5(3)：229-234.(in Chinese)

[14] 邵亮，吴小霞，明名，等. 大口径 SiC 轻量化反射镜柔性带式支撑静摩擦影响[J]. 光学 精密工程，2017，25(9)：2387-2395.
SHAO L，WU X X，MING M，*et al*.. Influence of static friction for large aperture SiC light weight reflecting mirror with flexible strip support[J]. *Opt. Precision Eng.*，2017，25(9)：2387-2395.(in Chinese)

作者简介：

曹玉岩(1986－)，男，吉林大安人，博士研究生，副研究员，2012 年于西安电子科技大学获得硕士学位，主要从事地基大型光学望远镜系统集成仿真模拟方面的研究。E-mail：yuyan_cao@126.com

王建立(1971－)，男，山东曲阜人，研究员，博士生导师，主要从事空间探测技术和地基高分辨率成像光电望远镜总体技术的研究。E-mail：wangjianli@ciomp.ac.cn