

DOI: 10.16652/j.issn.1004-373x.2020.24.001

# 正弦激励下分段线性刚度能量阱的振动抑制研究

崔泰毓<sup>1,2</sup>, 张雷<sup>1,3</sup>, 贾学志<sup>3</sup>, 魏磊<sup>3</sup>

(1.中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130032; 2.中国科学院大学, 北京 100049;  
3.长光卫星技术有限公司, 吉林 长春 130031)

**摘要:** 分段线性刚度能量阱是非线性能量阱的一种,属于被动减振装置。该文主要研究正弦激励下分段线性刚度能量阱的结构参数对振动抑制效果的影响。建立耦合分段线性刚度NES系统动力学模型,分析分段线性刚度能量阱结构参数对系统振动抑制效果的影响。针对某卫星敏感部件,综合上述分析结果选取分段线性刚度NES的参数,通过数值仿真方法计算得到主结构加速度响应幅值降低了47%。

**关键词:** 刚度能量阱; 振动抑制; 非线性能量阱; 正弦激励; 参数分析; 数值仿真

**中图分类号:** TN919-34; TH113.1

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-373X(2020)24-0001-04

## Study on vibration suppression of piecewise linear stiffness energy sinks under sinusoidal excitation

CUI Taiyu<sup>1,2</sup>, ZHANG Lei<sup>1,3</sup>, JIA Xuezhong<sup>3</sup>, WEI Lei<sup>3</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Precision Machinery and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130032, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; 3. Changguang Satellite Technology Co., Ltd., Changchun 130031, China)

**Abstract:** The energy sinks with the piecewise linear stiffness is a kind of nonlinear energy sinks (NES), which belongs to the passive damping device. The influence of the structural parameters of the energy sinks with piecewise linear stiffness on the vibration suppression effect under the sinusoidal excitation is researched. The dynamic model of coupled piecewise linear stiffness NES system is established, and the influence of the structural parameters of the energy sinks with piecewise linear stiffness on the vibration suppression effect of the system is analyzed. The parameters of piecewise linear stiffness NES are selected according to the above analysis results for a satellite sensitive component. The results calculated by the numerical simulation method show that the acceleration response amplitude of the main structure is reduced by 47%.

**Keywords:** stiffness energy sink; vibration suppression; nonlinear energy sink; sinusoidal excitation; parameter analysis; numerical simulation

## 0 引言

卫星在发射阶段会经历复杂的动力学环境,对于光学遥感卫星而言,外激励可能会引起光学部件共振,造成光学部件振动响应过大甚至永久破坏。为降低外部激励在固有频率附近时对卫星敏感部件的影响,非线性能量阱(Nonlinear Energy Sinks, NES)吸振器以其振动能量耗散效率高、鲁棒性好和质量小的特点<sup>[1-2]</sup>,已越来越多地被应用于航天设备振动抑制中<sup>[3-4]</sup>。

非线性能量阱是一种被动减振设备,结构与传统动力吸振器(Dynamic Vibration Absorber, DVA)相同,都是通过振动物体上附加质量弹簧系统,在共振时产生反作

用力使振动物体的振动减小。但NES与DVA不同的是,其弹簧刚度或阻尼为非线性,通过产生能量定向传递现象(Target Energy Transfer, TET)对主体结构的振动能量进行高效的吸收和耗散。近年来对于NES的研究主要集中于立方刚度NES<sup>[5-9]</sup>,但在工程应用中完美的立方刚度制造和装调十分困难<sup>[10-11]</sup>。由于分段线性刚度这种非线性形式具有易实现、易调节等特点,其NES逐渐被学者们所关注。

YAO H L等人通过半解析半数值的方法研究了分段线性刚度NES,发现系统中两振子能量关系与立方刚度类似,能够实现TET现象<sup>[12]</sup>,通过组合片弹簧实现了分段线性刚度近似代替立方刚度,并进行了实验验证,

收稿日期: 2020-05-12

修回日期: 2020-06-29

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFB0500904); 吉林省重点科技攻关项目(20180201107GX)

证明了分段线性能量阱有较好的抑振效果。由于正弦激励下分段线性刚度NES在工程应用中具有优越性,故有必要分析分段线性刚度NES结构参数对其抑振性能的影响。

本文主要研究正弦激励下分段线性刚度能量阱的结构参数对抑振效果的影响。本文首先建立了耦合分段线性刚度NES的二自由度系统动力学模型;通过数值方法分析了分段线性刚度NES结构参数对系统振动抑制效果的影响;针对某卫星敏感部件参数,综合上述分析结果选取了分段线性刚度NES的参数,并通过数值方法验证了其抑振效果。

## 1 分段线性刚度能量阱模型

光学载荷上某敏感部件的振动抑制模型可简化为如图1所示的二自由度系统,该系统由一个具有线性刚度的单自由度主结构和分段线性刚度能量阱组成。

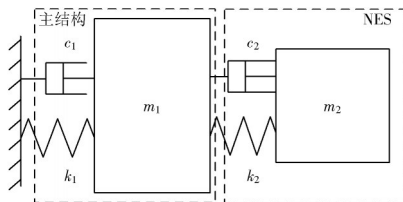


图1 耦合非线性能量阱的系统模型

该系统运动微分方程表示为:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 + c_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + k_2 (x_1 - x_2) = F \sin(\omega t) \\ m_2 \ddot{x}_2 + c_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + k_2 (x_2 - x_1) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中: $m_1, x_1, \dot{x}_1, \ddot{x}_1$ 分别为主结构的质量、位移、速度以及加速度; $m_2, x_2, \dot{x}_2, \ddot{x}_2$ 分别为非线性能量阱的质量、位移、速度以及加速度; $c_1, c_2, k_1, k_2$ 分别代表主结构和非线性能量阱的粘滞阻尼系数和刚度系数; $F$ 为激励幅值; $\omega$ 为外激励频率。其中, $k_2$ 为NES的分段线性刚度,其形式见式(2),刚度曲线如图2所示。

$$k_2(z) = \begin{cases} k_n(z - a_0), & z > a_0 \\ 0, & -a_0 \leq z \leq a_0 \\ k_n(z + a_0), & z < -a_0 \end{cases} \quad (2)$$

式中: $z = x_1 - x_2$ 为两振子相对位移; $a_0$ 为弹簧刚度间隙; $k_n$ 为分段线性刚度NES弹簧刚度系数。

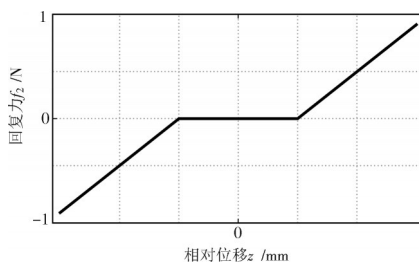


图2 分段线性刚度

式(1)可简化为:

$$\begin{cases} \ddot{x}_1 + \lambda_1 \dot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 + \varepsilon \lambda_2 (\dot{x}_1 - \dot{x}_2) + \varepsilon F_2(x_1 - x_2) = a \sin(\omega t) \\ \varepsilon \ddot{x}_2 + \varepsilon \lambda_2 (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) + \varepsilon F_2(x_2 - x_1) = 0 \end{cases} \quad (3)$$

式中: $\varepsilon = \frac{m_2}{m_1}$ ;  $\lambda_1 = \frac{c_1}{m_1}$ ;  $\varepsilon \lambda_2 = \frac{c_2}{m_1}$ ;  $\omega_0^2 = \frac{k_1}{m_1}$ ;  $\varepsilon F_2(z) = \frac{k_2(z)}{m_1}$ ;  $a = \frac{F}{m_1}$ ;  $\omega^2 = \frac{k_2}{m_1}$ 。

本文所建立的模型中,NES主要的结构参数有:NES质量 $m_2$ 、NES弹簧刚度间隙 $a_0$ 、NES无间隙时的线性固有频率 $\omega_2$ 和NES阻尼系数 $\lambda_2$ 。

## 2 参数分析

对于线性系统,一般通过求解系统的幅频响应方程分析主结构在固有频率附近的振动响应情况,但式(3)由于非线性项的存在,难以得到精确的解析解。本文应用Runge-Kutta法求得该方程的数值解,并通过绘制幅频响应曲线分析分段线性刚度NES结构参数对系统响应影响。为了方便计算,取主结构参数如表1所示。

表1 主结构参数

参数	值
主结构质量 $m_1$	1
主结构固有角频率 $\omega_1$	314
主结构阻尼系数 $\lambda_1$	0
外激励幅值 $a$	5

### 2.1 质量比 $\varepsilon$

NES的质量比 $\varepsilon$ 在0.1~0.7之间时,主结构在固有频率附近的幅频响应如图3所示。其余参数为: $a_0 = 0.001, \omega_2 = 300, \lambda_2 = 5$ 。

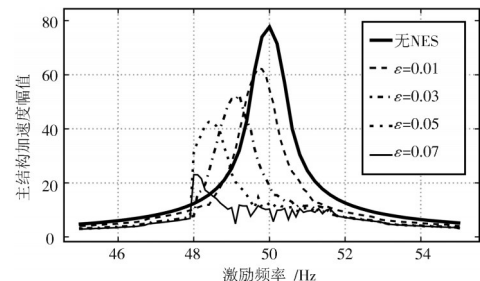


图3  $\varepsilon = 0.01 \sim 0.07$  主结构加速度频率响应

可以看到系统的幅频曲线为软式非线性<sup>[13]</sup>。随着质量比增大,主结构的振动响应峰值有所降低,且共振频率也有所下降。当 $\varepsilon > 0.05$ 时,幅频响应曲线出现了跳跃现象,这是软式非线性系统的特点。在实际工程应用中,NES作为附加结构,其质量比不可以过大,且系统

的跳跃现象不利于结构的稳定<sup>[14]</sup>,应该避免。

### 2.2 弹簧刚度间隙 $a_0$

NES 刚度间隙  $a_0$  值在 0~0.003 之间时,主结构在固有频率附近的幅频响应如图 4 所示。NES 其余参数为:  $\varepsilon = 0.05, \omega_2 = 300, \lambda_2 = 5$ 。

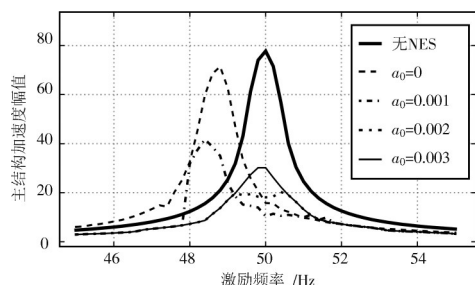


图 4  $a_0 = 0 \sim 0.003$  主结构加速度频率响应

当  $a_0=0$  时,系统为线性二自由度系统;而当  $a_0=0.003$  时,NES 振子由于无法触发弹簧振动,已退化成带有质量的阻尼器。以这两个共振峰交点附近为分界,系统振动响应随  $a_0$  变化过程可分为 3 个阶段:

- 1)  $a_0 < 0.001$ , 系统线性特征比较明显,可以看到随着  $a_0$  增大,主结构的共振频率逐渐增大,共振峰值逐渐减小。这时主结构的加速度响应有明显的跳跃现象。
- 2)  $0.001 \leq a_0 < 0.003$ , 系统在共振区间的加速的响应明显减小,NES 振动抑制效果明显。
- 3)  $a_0 > 0.003$ , 随着  $a_0$  逐渐增大,触发 NES 所需的能量逐渐增高,使 NES 的抑振效果随着  $a_0$  增大逐渐降低,当 NES 不能触发 TET 最终退化成阻尼器后,继续增大  $a_0$  振动响应也不再发生变化。

该仿真结果说明弹簧刚度间隙  $a_0$  的取值对 NES 抑振效果有重要的影响,在选取 NES 间隙时,应先选取为较大值,再逐渐降低间隙寻求最优的抑振效果,这样可以防止使系统落入第一阶段,以免响应幅值突变而对结构造成不利影响。

### 2.3 NES 线性固有频率 $\omega_2$

NES 线性固有频率  $\omega_2$  在 250~400 之间时,主结构在固有频率附近的幅频响应如图 5 所示。主结构响应在该区间内无明显变化,这是与 DVA 的主要区别。传统线性吸振器对刚度参数变化十分敏感,而仿真结果显示分段性线性刚度 NES 无此现象,即分段线性刚度 NES 在正弦激励下的振动抑制效果不取决于其刚度。NES 其他参数为:  $\varepsilon = 0.05, a_0 = 0.001, \lambda_2 = 5$ 。

### 2.4 阻尼系数 $\lambda_2$

NES 的阻尼  $\lambda_2$  对主结构在固有频率附近幅频响应的的影响如图 6 所示。NES 其余参数为:  $\varepsilon = 0.05, a_0 = 0.005, \omega_2 = 300$ 。

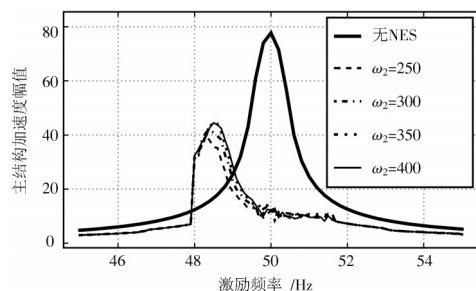


图 5  $\omega_2 = 250 \sim 400$  主结构加速度频率响应

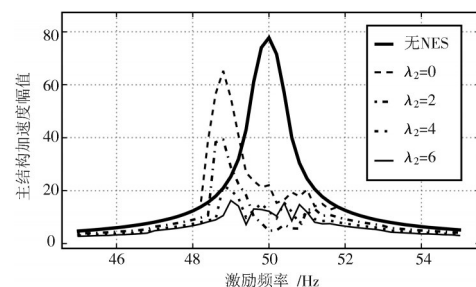


图 6  $\lambda_2 = 0 \sim 6$  主结构加速度频率响应

在图 6 中可以观察到,随着  $\lambda_2$  增大,主结构加速度响应幅值减小,最终逐渐趋于幅频曲线的跳跃点,之后再增大  $\lambda_2$  幅频曲线也不会有变化。由仿真结果可知,增大 NES 的阻尼  $\lambda_2$ ,有助于提高振动抑制效果。

## 3 NES 抑制效果仿真实验

本文根据某微型敏感部件的等效参数,对分段线性刚度 NES 的参数进行了设计,主结构参数和正弦振动仿真输入激励条件如表 2 和表 3 所示。

表 2 主结构和 NES 参数

序号	参数	值
1	相机安装点等效质量 $m_1 / \text{kg}$	0.94
2	相机安装点等效刚度 $k_1 / (\text{N} \cdot \text{m}^{-1})$	$8 \times 10^5$
3	相机结构阻尼系数 $c_1 / (\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1})$	2

表 3 外激励输入条件

频率范围 /Hz	振动幅值 /g	扫描率 / (oct/min)
20~200	0.5	4.0

综合本文分析结果,根据第 2 节的数值分析方法分析了 NES 参数范围,在尽量提升抑振效果和避免发生跳跃现象的条件下选取了 NES 参数,如表 4 所示。

通过数值微分方程模块对该系统进行仿真计算,安装分段线性刚度 NES 前后,主结构时域响应的仿真结果如图 7 所示。

仿真结果显示安装 NES 前后,主结构加速度响应幅值有明显的下降,加速度峰值由 73g 下降到 35g,降幅达

到47%。结果表明,根据本文分析结果选取的NES参数能够降低主结构正弦激励的振动响应。

表4 NES参数选取结果

参数	参数取值范围	选取值
NES振子质量 $m_2$ /kg	$\leq 0.05$	0.05
NES线性刚度 $k_2$ /( $\text{N} \cdot \text{m}^{-1}$ )	$1 \times 10^5 \sim 1 \times 10^7$	$1 \times 10^6$
NES阻尼系数 $c_2$ /( $\text{N} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$ )	$\geq 3$	5

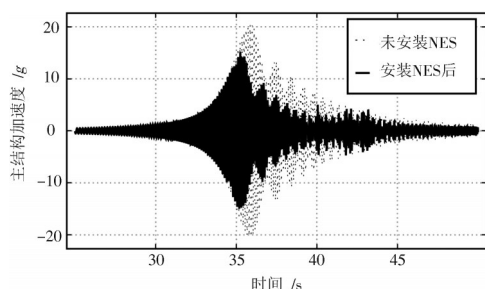


图7 主结构加速度时域响应

## 4 结论

本文建立分段线性刚度能量阱动力学模型,分析分段线性刚度能量阱各参数对正弦激励下主结构响应的影响,并根据分析结构对某卫星部件选取了分段线性刚度能量阱参数,通过数值方法对其加速度响应进行了仿真计算。研究表明,正弦激励下,分段刚度能量阱的振动抑制效果主要由能量阱的质量和刚度间隙决定,但这两个参数选取不当可能会使振动响应出现跳跃现象。能量阱随阻尼的增大振动抑制效果变好,但阻尼超过一定值时继续增大阻尼振动响应将不会发生变化。能量阱自身刚度对加速度响应几乎不产生影响。仿真结果显示,分段线性刚度能量阱以较小的质量就能实现较高的振动抑制效果,满足工程应用的需要。

注:本文通讯作者为张雷。

## 参 考 文 献

[1] ZHANG Yewei, LU Yannan, CHEN Liqun. Energy harvesting via nonlinear energy sink for whole - spacecraft [J]. Science

- China (technological sciences), 2019, 62(9): 1483-1491.
- [2] 鲁正,王自欣,吕西林.非线性能量阱技术研究综述[J].振动与冲击,2020,39(4):1-16.
- [3] 王菁菁,浩文明,吕西林.单边碰振轨道非线性能量阱减震性能及碰撞参数研究[J].振动与冲击,2019,38(16):64-70.
- [4] 刘海平,王耀兵,孙鹏飞,等.非线性能量阱对飞轮振动抑制效果的实验研究[J].宇航学报,2018,39(5):562-568.
- [5] ZANG Jian, ZHANG Yewei. Responses and bifurcations of a structure with a lever-type nonlinear energy sink [J]. Nonlinear dynamic, 2019, 98(2): 889-906.
- [6] RAJ V R P, SANTHOSH B. Parametric study and optimization of linear and nonlinear vibration absorbers combined with piezoelectric energy harvester [J]. International journal of mechanical sciences, 2018(7): 152.
- [7] ARNALDO Casalotti, SAMI El-Borgi, WALTER Lacarbonara. Metamaterial beam with embedded nonlinear vibration absorbers [J]. International journal of non - linear mechanics, 2018, 98: 32-42.
- [8] 刘良坤,潘兆东,谭平,等.非线性能量阱系统受基底简谐激励的参数优化分析[J].振动与冲击,2019,38(22):36-43.
- [9] HUANG Dongmei, LI Ruihong, YANG Guidong. On the dynamic response regimes of a viscoelastic isolation system integrated with a nonlinear energy sink [J]. Communications in nonlinear science and numerical simulation, 2019(12): 79.
- [10] YAN Z M, SAAD A R, MUHAMMAD R H. Passive control of transonic flutter with a nonlinear energy sink [J]. Nonlinear dynamic, 2018, 91(1): 577-590.
- [11] QIU Donghai, SEGUY Sébastien, PAREDES Manuel. Tuned nonlinear energy sink with conical spring: design theory and sensitivity analysis [J]. Journal of mechanical design, 2018, 140(1): 27-32.
- [12] YAO H L, CAO Y B, ZHANG S J, et al. A novel energy sink with piecewise linear stiffness [J]. Nonlinear dynamics, 2018, 94(3): 2265-2275.
- [13] 张月,孙伟.考虑应变依赖性的硬涂层圆柱壳振动特性有限元分析[J].振动与冲击,2018,37(12):17-22.
- [14] 刘良,张伟.亚音速气流中复合材料悬臂板的非线性振动响应研究[J].力学学报,2019,51(3):912-921.

作者简介:崔泰毓(1994—),男,朝鲜族,黑龙江人,硕士,研究方向为空间遥感相机隔振抑振。

张雷(1982—),男,山东人,博士,副研究员,博士生导师,研究方向为光学遥感卫星相机相关技术。