

# 基于近似优化的拼接式曲率误差调整主镜设计

吴松航<sup>1,2\*</sup>, 董吉洪<sup>1\*\*</sup>, 徐抒岩<sup>1</sup>, 许博谦<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

<sup>2</sup> 中国科学院大学, 北京 100049

**摘要** 光机系统的优化设计具有效率高、迭代周期短等特点,但对复杂光机系统的优化存在收敛难的问题。设计了一种基于拉丁超立方与径向基函数(RBF)神经网络结合的近似优化算法,并将其应用于带有曲率误差调整机构的拼接式望远镜主镜设计中。仿真结果表明,该算法优化后的主镜达到了设计指标,为解决复杂光机系统迭代时间长的问題提供了新思路。

**关键词** 拼接式望远镜; 曲率误差; 优化设计

中图分类号 TN214

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.2022001

## Design of Main Mirror for Splicing Curvature Error Adjusting Based on Approximate Optimization

Wu Songhang<sup>1,2\*</sup>, Dong Jihong<sup>1\*\*</sup>, Xu Shuyan<sup>1</sup>, Xu Boqian<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China;

<sup>2</sup> University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** The optimization design of an optical-mechanical system has the characteristics of high efficiency and short iteration period, but the optimization of the complex optical-mechanical system has the problem of difficulty in convergence. An approximate optimization algorithm based on the combination of Latin hypercube and radial basis function (RBF) neural network is proposed in this work, and it is applied to the design of main mirror of spliced telescopes with curvature error adjustment mechanism. Simulation results show that the main mirror optimized by the algorithm has reached the design index, which provides a new idea for solving the problem of long iteration time for complex optical-mechanical system.

**Key words** spliced telescopes; curvature error; optimization design

**OCIS codes** 110.6770; 220.4880; 350.6090

## 1 引言

拼接式望远镜可以高效、经济地解决大口径望远镜运载、加工、调试难度大的问题,也是未来大口径望远镜领域的主要发展方向之一。保证子镜之间 nm 量级的共面度是拼接式主镜共焦共相调整的关键技术之一,即单块子镜和拼接后整体的面形精度均较高。

基于自由度的主动定位系统无法直接校正面形误差,为保障共焦共相,现有拼接式望远镜在主动定位系统的基础上增加了一种主动面形调整手段。在

地基方面,采用了一种以凯克望远镜(Keck telescope)为主的半主动 Warping Harness 结构,之后 30 m 望远镜(TMT)和欧洲极大型望远镜(E-ELT)都采用了该方案<sup>[1]</sup>。在天基方面,以詹姆斯·韦伯太空望远镜(JWST)为主,采用了一种中心促动器与周边连杆组合的伞状曲率误差调整结构,该结构通过力矩驱动主镜发生弹性变形,从而校正中心曲率误差<sup>[2]</sup>,但该机构对主镜的设计提出了新要求,增加了优化设计模型的复杂程度。

优化设计是计算机辅助设计(CAD)的一种重要算法,目前使用的优化设计算法对于复杂光机系

收稿日期: 2020-05-09; 修回日期: 2020-06-08; 录用日期: 2020-07-03

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFE020500)

\* E-mail: wusonghang1994@163.com; \*\* E-mail: dongjihong2002@sohu.com

2022001-1

统的运算量较大,且迭代时间较长、不易收敛,如遗传算法<sup>[3]</sup>、粒子群算法<sup>[4]</sup>。而常用的近似优化算法,如响应面近似算法<sup>[5]</sup>、多项式近似算法<sup>[6]</sup>,对复杂函数的逼近效果较差。为解决复杂光机系统的优化设计问题,本文设计了一种拉丁超立方与径向基函数(RBF)神经网络结合的近似优化算法,并将其应用于带有曲率误差调整机构的拼接式望远镜主镜设计中。仿真结果表明,该算法设计的主镜达到了设计指标,且能有效提高光机系统的优化设计效率。

## 2 近似优化算法

### 2.1 拉丁超立方采样与 RBF 神经网络近似

近似优化算法可以有效解决优化问题迭代时间长和目标函数难以收敛的问题,近似模型与真实问题的接近程度直接影响了优化的准确性,可通过提高采样点的利用效率和使用适当的逼近函数提高模型的近似程度。

拉丁超立方采样是一种分层随机采样算法,其原理是在  $n$  个变量中(第  $k$  个变量  $x_k$  的取值范围为  $[x_k^{\min}, x_k^{\max}]$ ,  $k \in [1, n]$ , 其中,  $x_k^{\min}$  为  $x_k$  的极小值,  $x_k^{\max}$  为  $x_k$  的极大值)将每个变量按采样点均匀分为  $m$  个区间,第  $u$  个子区间为  $[x_k^{u-1}, x_k^u]$ ,  $u \in [1, m]$ 。再对每个变量按区间随机采样,并保证采样点的采样空间不重复。该算法可以通过较少的采样点更精确地描绘变量的分布特征,图 1 为将  $x_1$ 、 $x_2$  两个变量均匀分为 10 个区间时的拉丁超立方采样示意图。

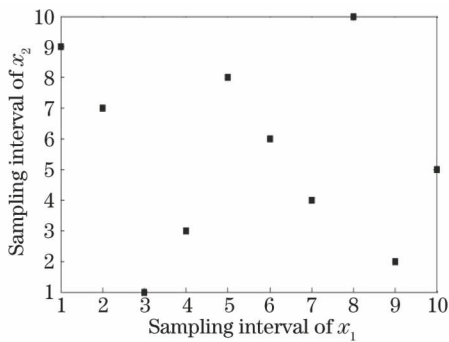


图 1 拉丁超立方采样示意图

Fig. 1 Diagram of Latin hypercube sampling

RBF 神经网络以 RBF(空间中任意一点到中心点欧氏距离的单调函数)为节点激活函数,由输入层、隐藏层和输出层组成,RBF 神经网络的主要结构如图 2 所示。

输入层与隐藏层之间的连接权值为 1,输出层权值采用线性学习策略,隐藏层包含的激活函数(一

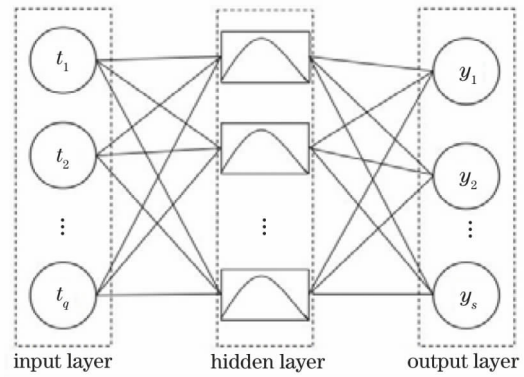


图 2 RBF 神经网络结构图

Fig. 2 Structure of RBF neural network

般为格林函数或高斯函数)主要采用非线性学习策略。理论上 RBF 神经网络可以逼近任意连续函数。当激活函数为高斯函数时,RBF 神经网络的第  $i$  个输出  $y_i$  可表示为

$$y_i = \sum_{j=1}^z W_{ji} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \|t - c_j\|^2\right), \quad i=1,2,\dots,s, j=1,2,\dots,z, \quad (1)$$

式中,  $t = (t_1, t_2, \dots, t_q)$  为输入样本,  $q$  为输入变量数,  $z$  为隐藏层节点数,  $s$  为输出变量数,  $W_{ji}$  为隐藏层到输出层的权值,  $\|\cdot\|$  为欧氏距离,  $c_j$  为第  $j$  个激活函数的中心向量,  $\sigma$  为高斯函数的方差。

K 均值算法能可靠、高效地确定激活函数的中心向量  $c_j$ ,原理是以每个聚类内的平均数作为中心向量。当激活函数为高斯函数,随机选取  $w$  个样本时,高斯函数方差  $\sigma$  可表示为

$$\sigma = \frac{d_{\max}}{2w}, \quad (2)$$

式中,  $d_{\max}$  为样本到中心向量的最大距离。基于最小二乘法与 K 均值算法可得到

$$W_{ji} = \exp\left(\frac{w}{d_{\max}^2} \|t - c_j\|^2\right), \quad i=1,2,\dots,s, j=1,2,\dots,z. \quad (3)$$

### 2.2 近似优化算法流程

近似优化算法用拉丁超立方采样算法获取的采样点训练神经网络近似模型,然后优化近似模型,得到最佳设计结果,该算法的具体流程如图 3 所示,其中,  $R_C^2$  为决定系数。

当  $R_C^2$  大于 0.9 时,表明近似模型可信,决定系数可表示为

$$R_C^2 = \frac{\sum_{r=1}^t (\hat{p}_r - \bar{p})^2}{\sum_{r=1}^t (p_r - \bar{p})^2}, r=1,2,\dots,t, \quad (4)$$

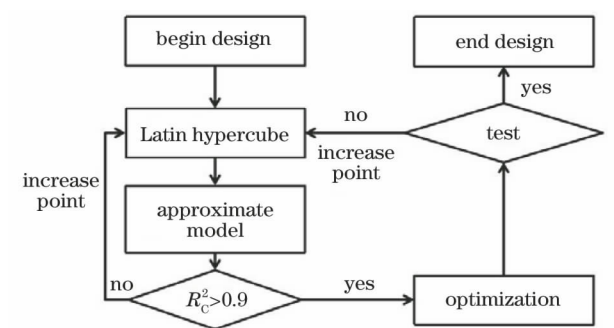
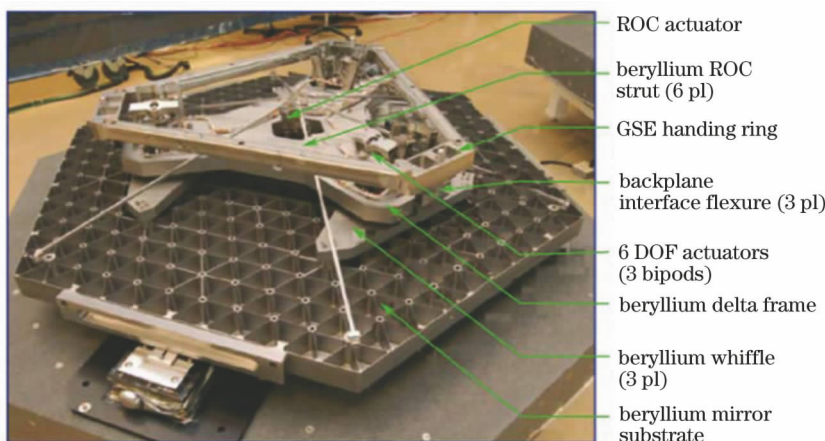


图 3 近似优化算法

Fig. 3 Approximate optimization algorithm

式中,  $p_r$  为真实模型的第  $r$  个输出,  $\hat{p}_r$  为近似模型的第  $r$  个输出,  $t$  为测试样本数量,  $\bar{p}$  为真实模型输出的均值。如果近似模型的可信度未达到标准, 即小于等于 0.9, 则在原有基础上增加采样点数, 重新

图 4 JWST 子镜的背部<sup>[7]</sup>Fig. 4 Back of the JWST sub-mirror<sup>[7]</sup>

拼接式望远镜的曲率误差调整机构主要由背部力促动器、六根等长连杆、连杆两端的柔节组成。调整时, 力促动器对镜体中心施加作用力, 周边连杆通过柔节支撑镜体, 从而构成力矩使镜面变形。由于该力矩直接作用于反射镜, 为保证曲率误差调整机构正常工作, 需对反射镜背部的连杆作用位置以及促动器输出量等参数进行优化设计。曲率误差调整机构的调整效果主要通过曲率的调整范围以及调整过程中产生的最大面形误差衡量。当调整机构的作用位置确定后, 镜面变形与促动器输出力成正相关, 因此, 只要镜面变形在最大曲率调整时满足误差指标, 则在整个调整范围内都满足误差指标。由于调整机构的载荷输出具有对称性, 即当促动器输出力大小不变且方向相反时, 镜面变形大小不变、方向相反, 因此, 只需进行单方向优化设计(促动器输出力方向与入射光同向)。

图 5 为子镜关于曲率误差调整机构的优化设计

构建近似模型。获得优化结果后, 将结果代入仿真模型中检验其是否满足优化设计的边界条件。如不满足, 则说明近似模型与仿真模型存在局部差异, 此时应再次增加采样点数, 重新构建近似模型。

### 3 主镜优化设计

#### 3.1 设计需求

将上述近似优化算法应用于带有曲率误差调整机构的拼接式望远镜主镜设计中, 该主镜由六块材料为 Zerodur 的六边形(点对点距离为 200 mm)子镜组成。为使子镜的曲率一致, 该拼接式望远镜借鉴 JWST, 为每一块子镜设计了一套曲率误差调整机构。JWST 的曲率误差调整机构如图 4 所示, 其中, ROC 为中心曲率, 6 pl 表示有 6 个的相同的组件, DOF 为自由度, GSE 为地面支撑设备, 3 bipods 为 3 个两足支架。

流程。优化时, 将促动器输出力和子镜及支撑柔节等结构参数作为设计变量, 对曲率变化后的面形数据点关于调整曲率进行非球面拟合, 以拟合后的调

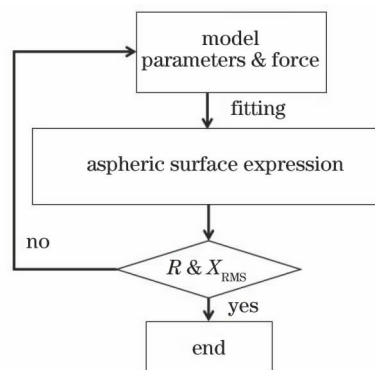


图 5 曲率误差调整机构的优化设计流程

Fig. 5 Optimization design process of curvature error adjustment mechanism

整曲率  $R$  和误差均方根  $X_{\text{RMS}}$  满足设计指标为目标不断优化。

### 3.2 优化设计流程

在曲率误差调整机构工作过程中,子镜背面的支撑柔节会发生弹性变形,并对镜体产生反作用力,因此,将支撑柔节与子镜一起进行优化设计。根据经验得到子镜和柔节的初始结构如图 6 所示,其中,  $l$  为柔节长度,  $t_1$  为柔节上端厚度,  $t_2$  为柔节下端厚度,  $h$  为柔节在子镜上的作用深度,  $t_H$  为轻量化开口深度,  $D_1$  为促动器在子镜上的作用面直径,  $D_2$  为连杆在子镜上的作用面直径,  $L$  为连杆作用面中心到子镜中心的距离,  $H$  为促动器和连杆在子镜上的

作用深度。柔节与子镜之间通过环氧树脂胶连接,柔节材料为钛合金 TC4,材料参数如表 1 所示,其中,  $E$  为弹性模量,  $C_{\text{TE}}$  为热膨胀系数,  $\nu$  为泊松比。

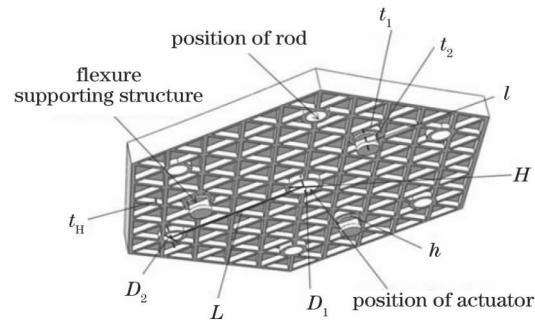


图 6 优化参数示意图

Fig. 6 Diagram of optimization parameters

表 1 材料属性

Table 1 Material properties

| Material             | Density / ( $10^{-6} \text{ kg} \cdot \text{mm}^{-3}$ ) | $E$ / ( $10^5 \text{ MPa}$ ) | $C_{\text{TE}}$ / ( $10^{-6} \text{ K}^{-1}$ ) | $\nu$ |
|----------------------|---------------------------------------------------------|------------------------------|------------------------------------------------|-------|
| Zerodur              | 2.54                                                    | 0.91                         | 0.1                                            | 0.24  |
| Epoxy resin adhesive | 1.22                                                    | 7.50                         | 49.0                                           | 0.43  |
| TC4                  | 4.40                                                    | 1.09                         | 9.1                                            | 0.34  |

设计指标要求子镜在重力为  $1 \text{ g}$  时满足的条件:曲率调整范围大于  $2 \text{ mm}$ 、调整中产生的面形误差 RMS 小于  $\frac{\lambda}{4}$ , ( $\lambda = 632.8 \text{ nm}$  为氦氖激光器的红外波长);动刚度要求:去掉刚体模态后的自由模态第一阶固有频率  $f_{\text{re}}$  大于  $100 \text{ Hz}$ 。根据设计指标确定参数,设计的目标函数可表示为

$$\min(X_{\text{RMS}}) = f(t_H, D_1, D_2, L, H, l, h, t_1, t_2, F), \quad (5)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} 0 \text{ mm} < t_H, H, h < 10 \text{ mm} \\ 5 \text{ mm} < D_1 < 20 \text{ mm} \\ 5 \text{ mm} < D_2 < 10 \text{ mm} \\ 20 \text{ mm} < L < 90 \text{ mm} \\ 10 \text{ mm} < l < 20 \text{ mm} \\ 1 \text{ mm} < t_1 \text{ mm}, t_2 \text{ mm} < 9 \text{ mm} \\ 0 \text{ N} < F < 1 \text{ N} \\ R \geq 2 \text{ mm} \\ f_{\text{re}} \geq 100 \text{ Hz} \end{cases}, \quad (6)$$

式中,  $F$  为曲率误差调整机构中心促动器的输出力, s.t. 为边界条件。子镜与柔节的优化设计流程如图 7 所示,具体步骤:1)通过拉丁超立方在优化设计参数空间内选取 50 个点;2)将选取的参数点代入有限元分析软件 Patrsn 和三维建模软件 Solidworks 组成的仿真模型中,通过 Matlab 拟合变形后的面形数据,获得子镜的调整曲率  $R$  和面形误差  $X_{\text{RMS}}$ ;3)以  $R$ 、 $X_{\text{RMS}}$ 、

第一阶固有频率  $f_{\text{re}}$  和参数点为训练数据,训练 RBF 神经网络获得近似模型;4)若近似模型的决定系数  $R_C^2$  小于等于 0.9,则增大采样点数重新构建近似模型;5)通过遗传算法求解近似模型的最优解。

为保证近似模型的准确性,除了检验近似模型的决定系数外,在优化设计后还应将优化结果代入仿真模型进行验证。

### 3.3 设计结果

经优化设计后主镜达到了设计指标,此时,促动器的输出力为  $25.92 \text{ N}$ ,曲率调整量为  $2.02 \text{ mm}$ ,面形误差  $X_{\text{RMS}}$  为  $91.6 \text{ nm}$ ,第一阶固有频率为  $450 \text{ Hz}$ 。主镜与柔节的具体尺寸参数如表 2 所示。

表 2 设计变量与优化结果

Table 2 Designed variables and optimized results

| unit: mm |               |                     |
|----------|---------------|---------------------|
| Variable | Initial value | Optimization result |
| $t_H$    | 5             | 3.03                |
| $D_1$    | 15            | 10.8                |
| $D_2$    | 8             | 9.5                 |
| $L$      | 80            | 73.6                |
| $H$      | 5             | 2.85                |
| $l$      | 15            | 16.9                |
| $h$      | 5             | 2.85                |
| $t_1$    | 5             | 4.5                 |
| $t_2$    | 5             | 1.6                 |

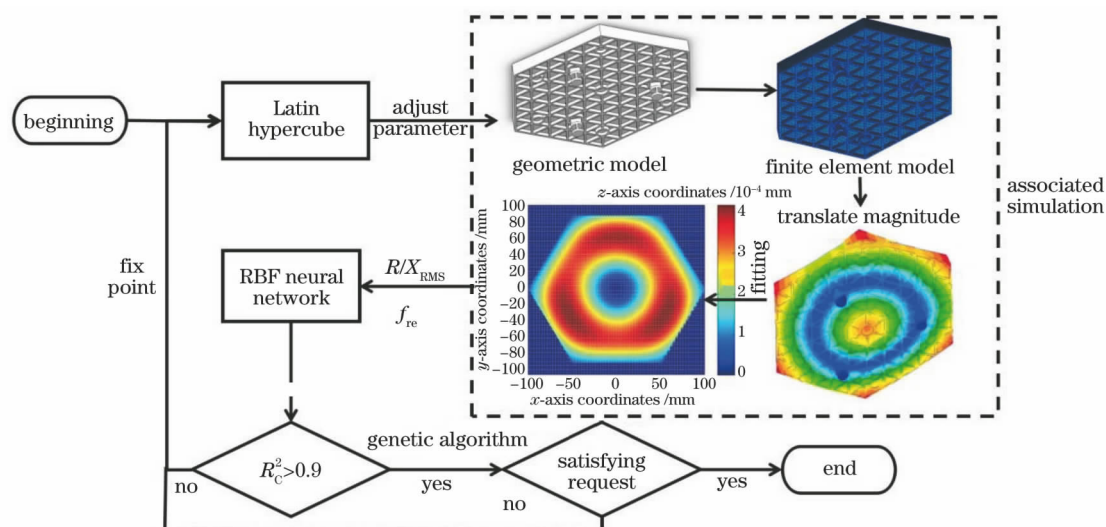


图 7 子镜优化设计流程

Fig. 7 Optimized design process of sub-mirror

### 3.4 对比与分析

为验证本算法的优化效率,通过 Isight 软件分别使用四阶响应面、RBF 神经网络、拉丁超立方与 RBF 神经网络三种近似优化算法对仿真模型进行

优化设计。调整曲率、面形误差  $X_{RMS}$ 、第一阶固有频率后,得到三种算法的决定系数  $R_c^2$  (测试点数为 30) 如图 8 所示。

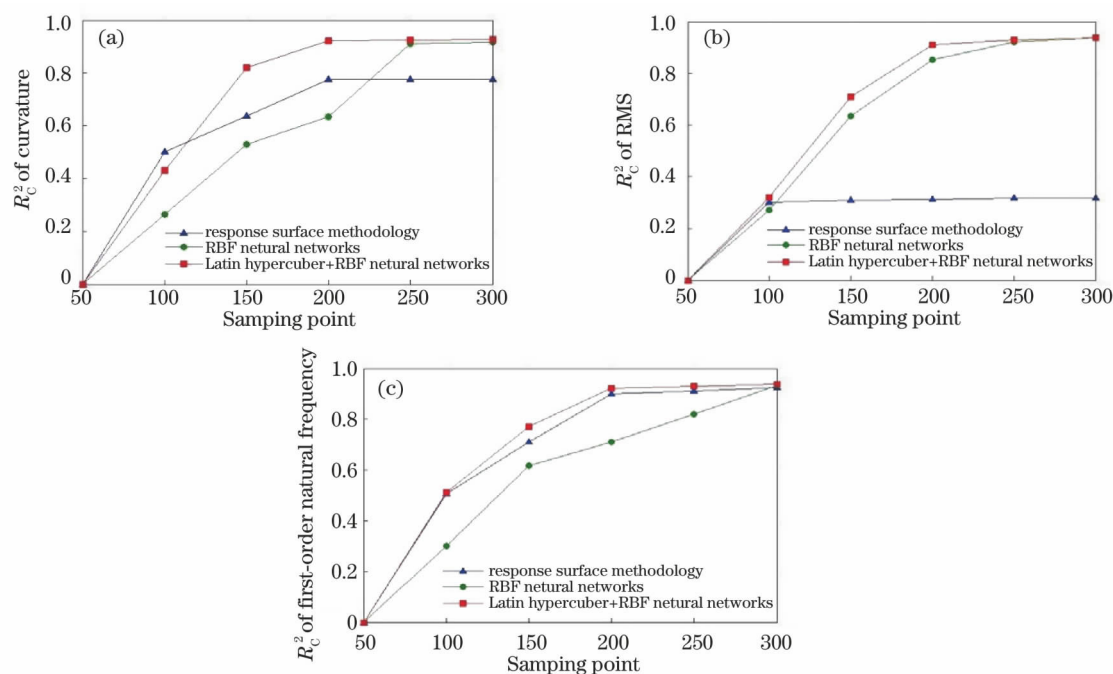


图 8 模型近似过程。(a) 曲率; (b) RMS; (c) 第一阶固有频率

Fig. 8 Approximation process of the model. (a) Curvature; (b) RMS; (c) first-order natural frequency

相比迭代 Solidworks 和 Patran 仿真模型, Matlab 对神经网络训练和遗传算法的运算时间可忽略不计,因此,用仿真模型的迭代次数表征优化效率。由图 8 可知,响应面模型对调整曲率和面形误差 RMS 的近似效果较差,很难满足  $R_c^2$  大于 0.9 的判决条件。拉丁超立方与 RBF 神经网络结合的模式比单独的 RBF 神经网络模型近似效率更高,前者在迭代 200 次仿真模型后满足判决条件,而后者需迭代 300 次后才能满足判决条件。

型比单独的 RBF 神经网络模型近似效率更高,前者在迭代 200 次仿真模型后满足判决条件,而后者需迭代 300 次后才能满足判决条件。

图 9(a)为直接对仿真模型使用遗传算法优化设计,图 9(b)为对拉丁超立方与 RBF 神经网络近似模型使用遗传算法优化设计。其中,遗传算法

的种群数为 10, 进化次数为 40, 共迭代 400 次。遗传算法结束时, 近似模型优化设计的主镜达到了设计指标, 包括近似模型的构建与测试, 共迭代 230 次仿真模型; 而直接优化设计迭代 400 次仿真模型后, 主镜仍未达到设计指标。原因是仿真模

型过于复杂, 优化结果受局部极值影响, 而对仿真模型近似的过程相当于对仿真模型进行平滑滤波, 减少了局部极值的影响。综上所述, 相比其他算法, 所提出的近似优化算法近似能力更强, 可以有效提高复杂光机系统优化设计的求解效率。

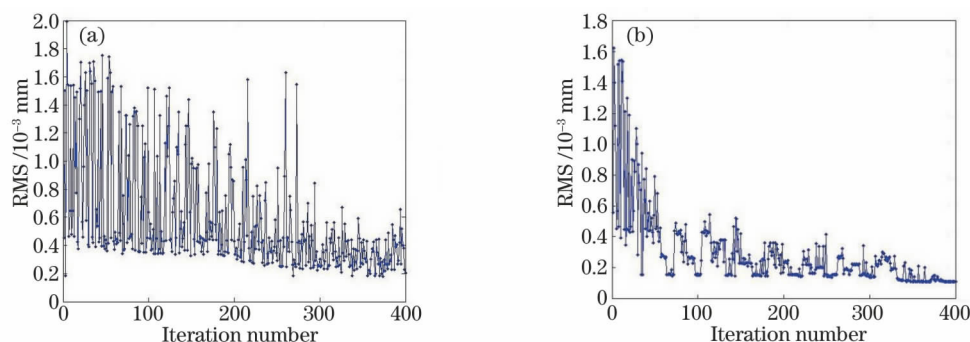


图 9 优化迭代过程。(a)仿真模型;(b)近似模型

Fig. 9 Process of optimization iteration. (a) Simulation model; (b) approximate model

## 4 结 论

优化设计是光机系统设计的有效方法, 针对传统方法对部分函数迭代时间较长、不易收敛的问题, 设计了一种拉丁超立方与 RBF 神经网络结合的近似优化算法, 并将其应用到某拼接式望远镜主镜设计中。该主镜由于装备了一种基于力矩驱动的曲率误差调整机构, 使其优化函数更为复杂。因此, 构建了主镜及其下方支撑柔节的近似模型, 通过遗传算法对近似模型进行了优化设计。仿真结果表明, 优化设计后的主镜达到了设计指标, 为复杂光机系统的优化设计提供了一种新思路。

## 参 考 文 献

- [1] Ponslet E, Blanco D, Cho M, et al. Development of the primary mirror segment support assemblies for the thirty meter telescope[J]. Proceeding of SPIE, 2006, 6273: 627319.
- [2] Chaney D M, Hadaway J B, Lewis J A. Cryogenic radius of curvature matching for the JWST primary mirror segments [J]. Proceeding of SPIE, 2009, 7439: 743916.
- [3] Hu J N, Dong J H, Zhou P W. Parametric design of flexure supporting for optical space remote sensor primary mirror [J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36 (11): 1128001.
- 胡佳宁, 董吉洪, 周平伟. 空间光学遥感器主镜柔性支撑的参数化设计 [J]. 光学学报, 2016, 36 (11): 1128001.
- [4] Sun G Y, Li G Y, Chen T, et al. Application of multi-objective particle swarm optimization in sheet metal forming [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2009, 45(5): 153-159.
- 孙光永, 李光耀, 陈涛, 等. 多目标粒子群优化算法在薄板冲压成形中的应用 [J]. 机械工程学报, 2009, 45(5): 153-159.
- [5] Wang C L, Peng H B, Ding J, et al. Optimization for S-type blade of fire pump based on response surface method [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(10): 170-177.
- 王春林, 彭海波, 丁剑, 等. 基于响应面法的消防泵 S 型叶片改进优化设计 [J]. 机械工程学报, 2013, 49 (10): 170-177.
- [6] Fu J J, Yan C X, Liu W, et al. Stiffness calculation and optimal design of elliptical flexure hinges [J]. Optics and Precision Engineering, 2016, 24 (7): 1703-1710.
- 付锦江, 颜昌翔, 刘伟, 等. 椭圆弧柔性铰链刚度简化计算及优化设计 [J]. 光学 精密工程, 2016, 24 (7): 1703-1710.
- [7] Mark C. Status of the James Webb space telescope (JWST) [J]. Proceedings of SPIE, 2008, 7010: 70100L.