

文章编号 1004-924X(2019)07-1528-08

## 三轴转台角速度偏差最小跟踪方法

毕 寻<sup>1,2\*</sup>, 陈 涛<sup>1</sup>, 王伟国<sup>1</sup>, 刘廷霞<sup>1</sup>, 李 博<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:**目前在三轴转台跟踪中缺乏对运动目标进行有效解算的实时方法,而普遍应用的锁定横滚轴的地平式跟踪方法和锁定方位轴的水平式跟踪方法存在跟踪盲区问题,为此提出了一种三轴角速度偏差最小方法。对三轴转台建立运动模型,以各轴速度偏差平方和最小作为指标,利用转台轴角位置、轴角速度和跟踪目标位移等参数,建立运动模型的广义逆矩阵,求解出唯一确定的三轴转角偏差,将目标的空间指向变化平均分配到三个轴系,实现对三轴转台的实时伺服控制。相比于地平式方法和水平式方法,在跟踪越过盲区的目标时,MDTV方法可以大幅降低跟踪过程中转台的角速度和角加速度,保证跟踪转台平稳运行。在跟踪旋转靶标时,MDTV方法的跟踪偏差最大值只有地平式方法的15.4%。试验证明该方法可以解决跟踪盲区问题,能够提高设备的跟踪精度。

**关键词:**高精度跟踪;三轴转台;水平式;地平式

中图分类号:TP273;V556 文献标识码:A doi:10.3788/OPE.20192707.1528

## Minimum deviation of triaxial velocity tracking tactic arithmetic for three-axis turntable

BI Xun<sup>1,2\*</sup>, CHEN Tao<sup>1</sup>, WANG Wei-guo<sup>1</sup>, LIU Ting-xia<sup>1</sup>, LI Bo<sup>1</sup>

(1. *Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,*  
*Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;*

2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)*

\* *Corresponding author, E-mail: bixun2000@163.com*

**Abstract:** Few real-time methods exist for three-axis turntable tracking when attempting to solve the orientation change of targets. The alt-azimuth and alt-alt methods, which lock the roll and azimuth axes of the turntable, respectively, are mostly utilized. However, these two methods suffer from the problem of tracking in blind zones. In this study, a minimum deviation of triaxial velocity (MDTV) algorithm was proposed to improve the performance of three-axis turntable tracking. A motion model of a three-axis turntable was first established, and the minimum deviation of triaxial velocity was used as the index. The motion of the target, angular position, and angular velocity were then referenced. Finally, a general inverse matrix of the motion model was deduced. The results indicate that triaxial

收稿日期:2019-01-09;修订日期:2019-02-15.

基金项目:吉林省科技厅重大科技招标专项(No. 20170203015GX)

deflections are uniquely determined for distributing the orientation changes of a target into the triaxial tracking evenly, achieving a real-time servo in the three-axis turntable. Compared to the alt-azimuth and alt-alt tracking methods, the MDTV method significantly reduces the angular velocities and accelerations in the tracking process and ensured smooth running when tracking targets are in a blind zone. When a rotating target is tracked, the maximum pointing deviation with the MDTV method is only 15.4% of that with the alt-azimuth method. The study thus proves that the MDTV method can solve the problem of tracking in blind zones and improve the tracking accuracy of a three-axis turntable.

**Key words:** three-axis turntable; alt-alt tracking pedestal; alt-azimuth tracking pedestal; high precision tracking

## 1 引言

跟踪转台广泛应用于空间探测、卫星激光通信等领域。工程应用中的跟踪转台主要采用地平式结构和水平式结构。两者皆为两轴结构,在特定区域进行跟踪时会出现某一轴发生快速调转的情况:地平式结构中,当目标在天顶附近运动时,方位轴位置解算出现奇点;水平式结构中,当目标在水平轴两端指向的区域附近时,水平轴的位置解算出现奇点。此类情况发生时,会造成跟踪转台指向误差变大,无法进行精确瞄准,甚至可能出现丢失目标的情况,即目标进入了跟踪“盲区”<sup>[1-3]</sup>。

为实现在全天域内对目标进行稳定的高精度跟踪,研究者们结合地平式和水平式跟踪转台的特点,设计了具有三轴结构的跟踪架<sup>[4]</sup>。该结构可以看作在地平式结构中加入了横滚轴,或是在水平式跟踪转台的底座上加入了方位旋转结构。冗余轴的增加导致三轴转台对确定的目标指向无法得到唯一解,所以在目前的三轴转台中普遍使用了根据运动状态,在锁定横滚轴的地平式跟踪方式与锁定方位轴的水平式跟踪方式之间相互切换的跟踪方法<sup>[5]</sup>。该控制方法在进行跟踪模式切换时控制量会突变,使跟踪误差增大。文献<sup>[5]</sup>提出在切换跟踪模式时加入过渡状态,使切换过程中的三轴转角保持连续,一定程度上缓解了超差情况,但切换时速度和加速度仍然会出现突变,造成跟踪精度下降。文献<sup>[6]</sup>利用卫星预报轨迹选取方位轴固定位置,使用其余两轴进行目标跟踪,没能充分利用三轴转台的结构特点,本质上还是水平式跟踪方法。文献<sup>[7-9]</sup>根据目标路径进行规划,预先生成了能够实现三轴转台各轴角的平

滑运动轨迹,但无法在转台伺服控制中实现实时计算。综上,本文研究了一种实时的三轴转台控制方法,充分利用其结构特点,使三轴转台能够在全天域范围内进行精准稳定跟踪,提高了设备的跟踪性能。

## 2 三轴角速度偏差最小(MDTV)方法

### 2.1 三轴跟踪转台的运动模型

三轴跟踪转台结构和坐标系选取如图1所示。取站点直角坐标系  $O_s$ ,  $X_s$  轴指向正东,  $Y_s$  轴指向正北,  $Z_s$  轴指向天顶,构成右手坐标系。在相机坐标系  $O_c$  中,  $Y_c$  轴为相机的视轴方向,  $X_c$  轴为图像向右水平方向,  $Z_c$  轴为图像向上垂直方向。定义初始方位轴转角  $A=0$ , 俯仰轴转角  $E=$

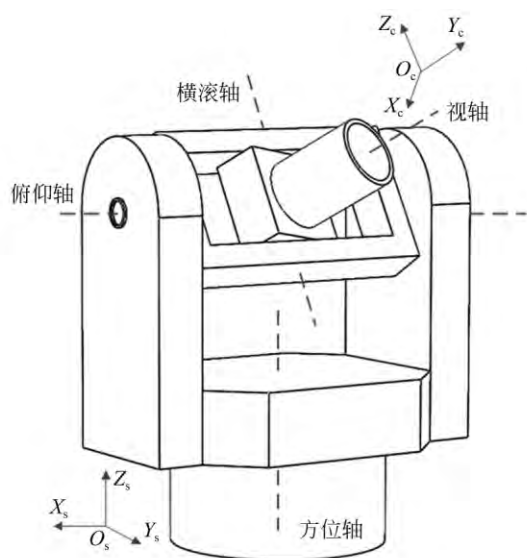


图1 三轴跟踪转台结构和坐标系

Fig. 1 Three-axis turntable and coordinate system

0, 内框架转角  $N=0$  时, 三轴转台视轴指向正北, 即  $Y_s$  轴与  $O_c$  中  $Y_c$  轴重合。

方位轴旋转产生的坐标变换可以表示为:

$$\mathbf{T}_A = \begin{bmatrix} \cos A & -\sin A & 0 \\ \sin A & \cos A & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

俯仰轴旋转产生的坐标变换为:

$$\mathbf{T}_E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos E & -\sin E \\ 0 & \sin E & \cos E \end{bmatrix}. \quad (2)$$

横滚轴旋转产生的坐标变换为:

$$\mathbf{T}_N = \begin{bmatrix} \cos N & -\sin N & 0 \\ \sin N & \cos N & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3)$$

最终  $O_c$  中坐标  $P(x_c, y_c, z_c)^T$  到坐标系  $O_s$  中坐标  $P(x_s, y_s, z_s)^T$  的传递关系为:

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} = \mathbf{T}_A \cdot \mathbf{T}_E \cdot \mathbf{T}_N \cdot \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix}. \quad (4)$$

当跟踪转台对准目标, 它在相机坐标系中的表示为  $(0, R, 0)^T$ ,  $R$  表示目标到跟踪转台的距

离。带入式(4)可得三轴跟踪转台的工作模型:

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \\ z_s \end{bmatrix} = R \cdot \mathbf{T}(A, E, N). \quad (5)$$

其中:

$$\mathbf{T}(A, E, N) = \begin{bmatrix} \cos A & -\sin A \cos E \\ \sin A & \cos A \cos E \\ 0 & \sin E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\sin N \\ \cos N \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中:  $x_s, y_s, z_s, R, A, E$  和  $N$  都可以看作以时间  $t$  为变量的函数, 对时间求导可得:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{y}_s \\ \dot{z}_s \end{pmatrix}^T = \mathbf{T}[A(t), E(t), N(t)] \frac{dR(t)}{dt} + R \frac{d\mathbf{T}[A(t), E(t), N(t)]}{dt}, \quad (7)$$

式中:  $dR(t)/dt$  项代表了目标在沿视轴方向  $(x_s, y_s, z_s)^T$  上的速度分量, 不影响三轴转台的转角。若限制目标始终处于半径  $R \in C$  的天球表面上, 则该项为 0, 式(7)变为:

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_s \\ \dot{y}_s \\ \dot{z}_s \end{pmatrix}^T = R \cdot \mathbf{J}(t) \cdot (\dot{A}, \dot{E}, \dot{N})^T, \quad (8)$$

其中:

$$\mathbf{J}(t) = \begin{bmatrix} \sin A \sin N - \cos A \cos E \cos N & \sin A \sin E \cos N & -\cos A \cos N + \sin A \cos E \sin N \\ -\cos A \sin N - \sin A \cos E \cos N & -\cos A \sin E \cos N & -\sin A \cos N - \cos A \cos E \sin N \\ 0 & \cos E \cos N & -\sin E \sin N \end{bmatrix}. \quad (9)$$

式(8)表达了目标在直角坐标系中的运动映射到转台三个轴系转动的关系。可以证明, 矩阵  $\mathbf{J}(t)$  不是满秩矩阵, 对于确定的  $v_{xyz} = (\dot{x}_s, \dot{y}_s, \dot{z}_s)^T$  不存在唯一的解  $v_{AEN} = (\dot{A}, \dot{E}, \dot{N})^T$ 。因此, 需要设计一种指标, 用于衡量三轴转台的跟踪效果, 并在该指标最优的情况下求解出最佳的三轴转台控制方法。

## 2.2 控制方法

一般情况下, 当三轴跟踪转台在各个轴系的跟踪速度变化较小, 电机力矩输出保持平稳时能够取得较好的跟踪效果。因此, 选取优化指标函数  $U = [|\Delta v|^2]$ , 认为  $U_{\min} = \min[|\Delta v|^2]$  时, 跟踪处于最佳状态。

假设在  $t_1$  时刻, 转台视轴指向位置在站点直角坐标系  $O_s$  中表示为  $\mathbf{P}_1 = (x_1, y_1, z_1)^T$ , 在三轴转角空间中表示为  $\mathbf{P}_1 = (A_1, E_1, N_1)^T$ 。转台当前

三轴的转动速度为  $\mathbf{v}_1 = (\dot{A}_1, \dot{E}_1, \dot{N}_1)^T$ 。此时, 跟踪转台的视轴指向与目标位置存在偏差, 在图像中表现为脱靶量。利用脱靶量、当前三轴转角  $(A_1, E_1, N_1)^T$  进行预测或预报数据, 可得  $t_2 = t_1 + \Delta t$  时刻目标的位置为  $\mathbf{P}_2 = (x_2, y_2, z_2)^T$ , 假设它对应的三轴转角表示为  $\mathbf{P}_2 = (A_2, E_2, N_2)^T$ 。为对准目标, 在  $t_1$  到  $t_2$  这段时间内, 角速度为:

$$\mathbf{v}_2 = \frac{(A_2, E_2, N_2)^T - (A_1, E_1, N_1)^T}{\Delta t}. \quad (10)$$

在  $t_1$  时刻前后, 角速度的偏差为:

$$\Delta \mathbf{v} = \mathbf{v}_2 - \mathbf{v}_1 = \frac{(A_2, E_2, N_2)^T - (A_1, E_1, N_1)^T}{\Delta t} - \mathbf{v}_1. \quad (11)$$

用  $\mathbf{P}'_1$  表示三轴转台从  $\mathbf{P}_1$  位置开始以速度  $\mathbf{v}_1$  运动  $\Delta t$  时间到达的位置:

$$\mathbf{P}'_1 = (x'_1, y'_1, z'_1)^T = (A'_1, E'_1, N'_1)^T = (A_1, E_1, N_1)^T + \mathbf{v}_1 \Delta t. \quad (12)$$

将式(12)代入式(11)可得:

$$\Delta v \Delta t = (A_2, E_2, N_2)^T - (A'_1, E'_1, N'_1)^T = (\Delta A', \Delta E', \Delta N')^T. \quad (13)$$

$$(A_2, E_2, N_2)^T =$$

$$(A'_1 + \Delta A', E'_1 + \Delta E', N'_1 + \Delta N')^T. \quad (14)$$

将式(14)代入式(5),则有:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} -\cos(A'_1 + \Delta A') \sin(N'_1 + \Delta N') - \sin(A'_1 + \Delta A') \cos(E'_1 + \Delta E') \cos(N'_1 + \Delta N') \\ -\sin(A'_1 + \Delta A') \sin(N'_1 + \Delta N') + \cos(A'_1 + \Delta A') \cos(E'_1 + \Delta E') \cos(N'_1 + \Delta N') \\ \sin(E'_1 + \Delta E') \cos(N'_1 + \Delta N') \end{bmatrix}. \quad (15)$$

对于伺服控制系统,控制周期  $\Delta t$  一般在毫秒量级,目标运动产生的  $(\Delta A', \Delta E', \Delta N')^T$  很小。

展开式(15),忽略高阶小量可得:

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_1 \\ y'_1 \\ z'_1 \end{bmatrix} + R \cdot J(A'_1, E'_1, N'_1) \begin{bmatrix} \Delta A' \\ \Delta E' \\ \Delta N' \end{bmatrix}. \quad (16)$$

$$J(A'_1, E'_1, N'_1) \Delta v = \frac{1}{R \Delta t} \begin{bmatrix} x_2 - x'_1 \\ y_2 - y'_1 \\ z_2 - z'_1 \end{bmatrix}, \quad (17)$$

其中  $J(A'_1, E'_1, N'_1)$  由式(9)表示。 $J(A'_1, E'_1, N'_1)$  不存在逆矩阵,但存在最小二乘解<sup>[10-11]</sup>。将  $J(A'_1, E'_1, N'_1)$  分解为行满秩矩阵  $B$  和列满秩矩阵  $C$ :

$$B = \begin{bmatrix} \sin A'_1 \sin N'_1 - \cos A'_1 \cos E'_1 \cos N'_1 & \sin A'_1 \sin E'_1 \cos N'_1 \\ -\cos A'_1 \sin N'_1 - \sin A'_1 \cos E'_1 \cos N'_1 & -\cos A'_1 \sin E'_1 \cos N'_1 \\ 0 & \cos E'_1 \cos N'_1 \end{bmatrix}, \quad (18)$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1/\cos E'_1 \\ 0 & 1 & -\sin E'_1 \sin N'_1 / \cos E'_1 \cos N'_1 \end{bmatrix}. \quad (19)$$

$J(A'_1, E'_1, N'_1)$  的 Moor-Penrose 广义逆矩阵为:

$$J^+(A'_1, E'_1, N'_1) = C^T (CC^T)^{-1} (B^T B)^{-1} B^T. \quad (20)$$

可以证明满足  $U_{\min} = \min[|\Delta v|^2]$  的最小二乘解为:

$$\Delta v = \frac{1}{R \Delta t} J^+(A'_1, E'_1, N'_1) \begin{bmatrix} x_2 - x'_1 \\ y_2 - y'_1 \\ z_2 - z'_1 \end{bmatrix}. \quad (21)$$

这样,利用目标在  $t_1$  时刻位置  $P_1 = (x_1, y_1, z_1)^T$ 、目标在  $t_2$  时刻位置  $P_2 = (x_2, y_2, z_2)^T$  和三轴角速度  $v_1 = (\dot{A}_1, \dot{E}_1, \dot{N}_1)^T$ ,可以求得速度偏差  $\Delta v = (\Delta A'/\Delta t, \Delta E'/\Delta t, \Delta N'/\Delta t)^T$  的最小二乘解。之后,通过  $\Delta v$  可得三轴转台各个轴角的偏差,输入伺服控制系统,对三轴转台实现控制。这种 MDTV 方法,可以保持伺服系统输出变化较小,提升跟踪转台进行高精度跟踪的能力。同时,MDTV 方法计算过程简单,不使用迭代计算,也无需目标运动轨迹的先验知识,可以应用于实时

的伺服控制过程中。

### 2.3 MDTV 方法的仿真

为验证 MDTV 方法的有效性,利用一条穿越水平式跟踪盲区 and 地平式跟踪盲区的目标轨迹引导三轴跟踪转台进行仿真试验,轨迹示意图

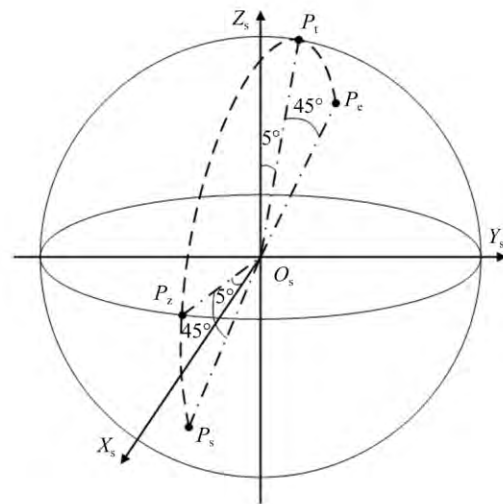


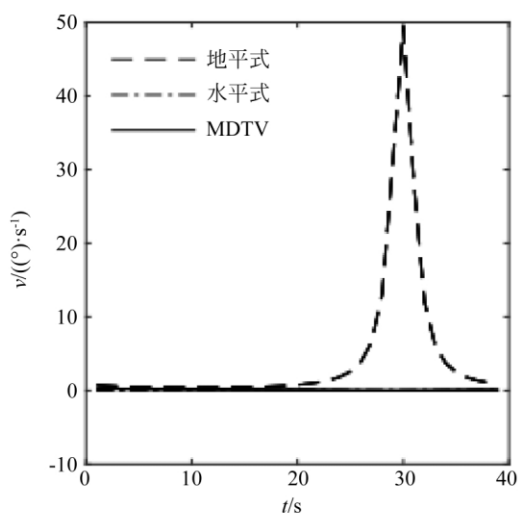
图 2 弧线飞行轨迹  $L_{\text{trace}}$  示意图

Fig. 2 Schematic diagram of arc trajectory  $L_{\text{trace}}$

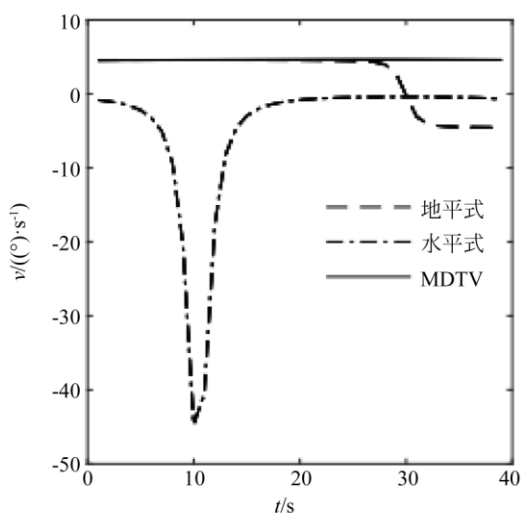
图如图 2 所示。目标轨迹在站点坐标系内表示为：

$$L_{\text{trace}} = \begin{cases} -0.868x_t - 9.924y_t + 0.868z_t = 0 \\ x_t^2 + y_t^2 + z_t^2 = 1000^2 \end{cases} \quad (22)$$

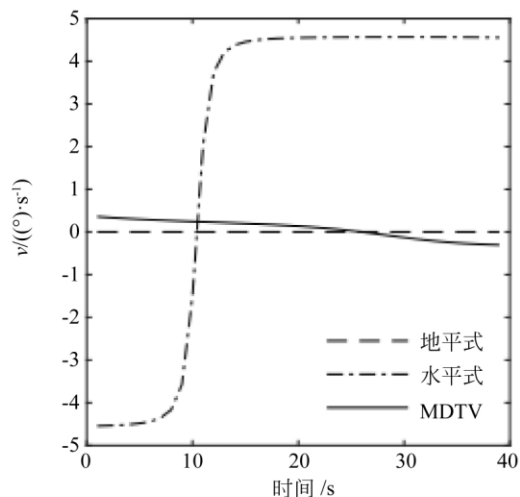
目标轨迹在以站点为圆心,半径为 1 000 m 的圆弧内。目标轨迹起始点  $P_s = (699.07, -122.79, -704.44)^T$ 。轨迹与平面  $X_s Y_s$  的交点为  $P_z, \angle P_z O_s X_s = 5^\circ$ , 穿过水平式跟踪盲区; 与平面  $Y_s Z_s$  的交点为  $P_t, \angle P_t O_s Z_s = 5^\circ$ , 穿过地平式跟踪盲区。设目标绕站点做匀速圆周运动, 飞



(a) 方位轴角速度  
(a) Angular velocity curves of azimuth axis



(b) 俯仰轴角速度  
(b) Angular velocity curves of pitching axis

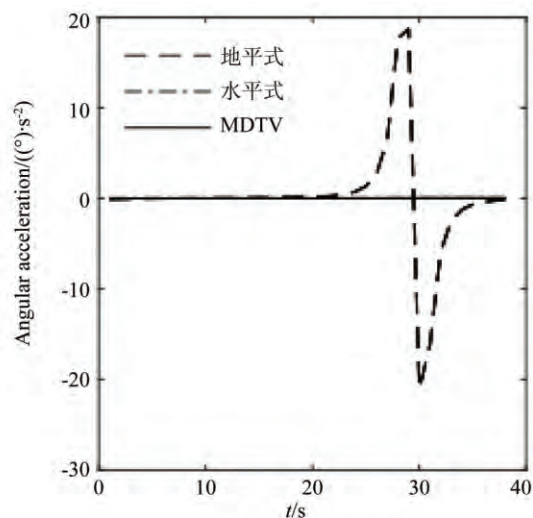


(c) 横滚轴角速度  
(c) Angular velocity curves of rolling axis

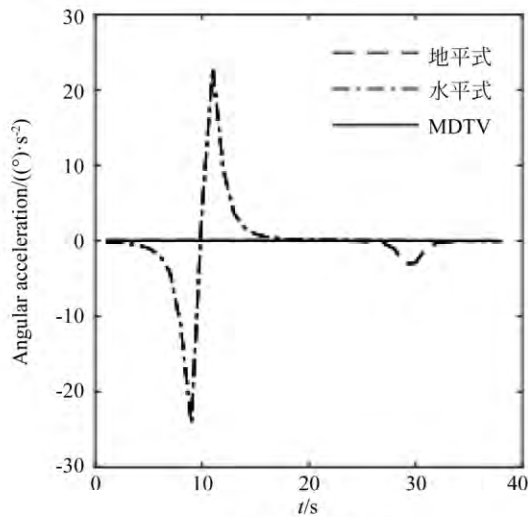
图 3 三轴转台跟踪弧线飞行目标角速度曲线

Fig. 3 Angular velocity curves of three-axis turntable in tracking arc trajectory

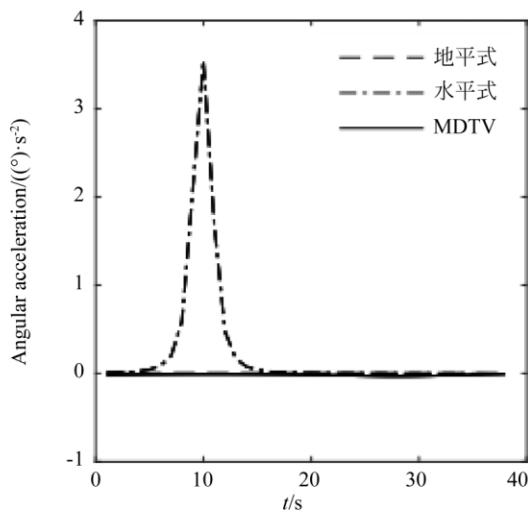
行速度为 80 m/s, 相对站点角速度为 4.584 ( $^\circ$ )/s。仿真中分别采用地平式法、水平式法和 MDTV 法进行跟踪, 每 1 s 计算一次三轴转台对准目标时的指向, 对比不同方法在跟踪目标连续运动轨迹时的性能。3 种方法的角速度曲线如图 3 所示, 角加速度曲线如图 4 所示, 数据分析见表 1。



(a) 方位轴角加速度  
(a) Angular acceleration curves of azimuth axis



(b) 俯仰轴角加速度  
(b) Angular acceleration curves of pitching axis



(c) 横滚轴角加速度  
(c) Angular acceleration curves of rolling axis

图 4 三轴转台跟踪弧线飞行目标角加速度曲线  
Fig. 4 Angular acceleration curves of three-axis turntable in tracking arc trajectory

表 1 三轴转台角速度、角加速度数据对比

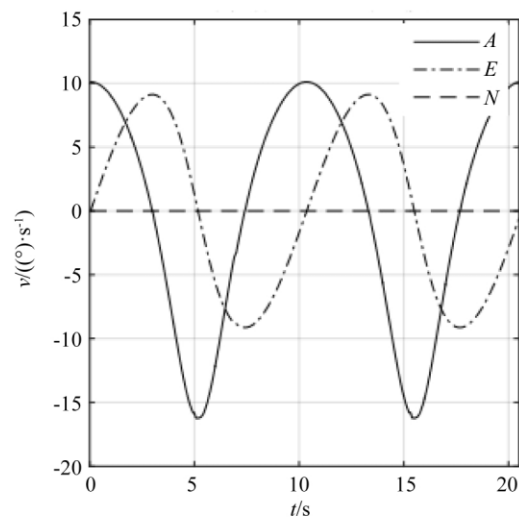
Tab. 1 Contrast of angular velocity and angular acceleration data for three-axis turntable

跟踪方法	最大角速度	最大角加速度
	绝对值/ $(^{\circ} \cdot s^{-1})$	绝对值/ $(^{\circ} \cdot s^{-2})$
地平式	49.425	21.116
水平式	44.717	24.203
MDTV	4.602	0.033

在仿真中,目标首先飞越水平式跟踪盲区,水平式跟踪的跟踪转台俯仰轴发生快速调转,角速度和角加速度瞬间增大。目标之后飞越地平式跟踪盲区,地平式跟踪的跟踪转台方位轴运动发生剧烈变化。而使用 MDTV 方法时,三轴转台的角速度绝对值和角加速度绝对值都较低,跟踪过程十分平稳。综上可知,相比于地平式和水平式方法,MDTV 方法极大地降低了跟踪过程中各轴系的运动速度和加速度,也降低了对跟踪转台结构刚度和电机性能的要求,解决了跟踪盲区的问题,能够有效提高转台对目标的跟踪精度。

### 3 试 验

将 MDTV 法应用于伺服控制中,在实际的三轴跟踪转台系统中以 1 000 Hz 频率计算三轴转角偏差,并控制三轴转台运动,验证 MDTV 法在实际系统中的性能。试验中,旋转靶标倾角为  $40.5^{\circ}$ ,半锥角为  $15^{\circ}$ ,旋转周期为 10.3 s。由于试验设备的横滚轴角度受限,只选择地平式跟踪方法进行对比。试验中三轴转台的轴角速度如图 5 所示,跟踪误差对比如图 6 所示。



(a) 地平式跟踪各轴角速度  
(a) Angular velocities in alt-azimuth tracking

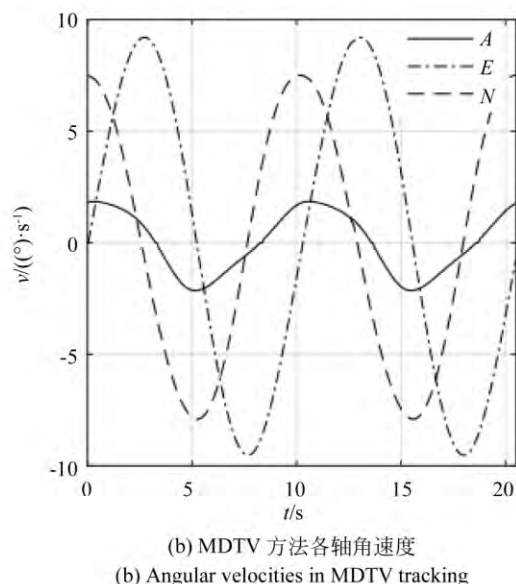


图 5 三轴转台对旋转靶标跟踪的角速度曲线

Fig. 5 Angular velocity curves in tracking rotating target

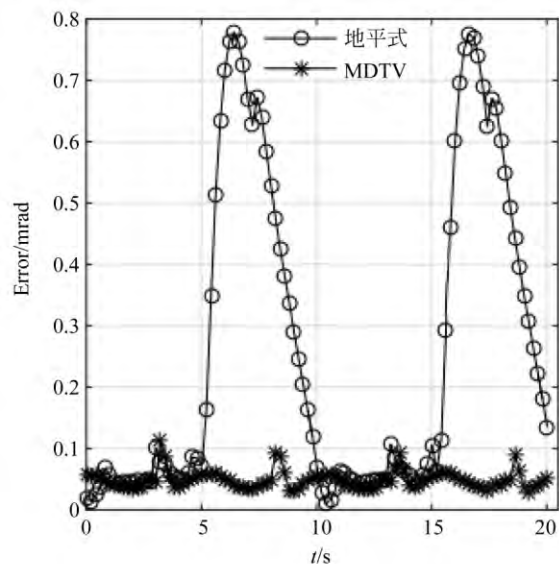


图 6 地平式与 MDTV 方法对旋转靶标的跟踪误差对比

Fig. 6 Contrast of pointing error in tracking rotating target

## 参考文献:

- [1] 晁宁, 罗晓英, 杨新龙. 卫星天线过顶盲区时机分析[J]. 现代电子技术, 2018, 41(1): 13-16.  
CHAO N, LUO X Y, YANG X L. Divergence opportunity analysis on zenith-passing blind zone of satellite antenna [J]. *Modern Electronics Technique*, 2018, 41(1): 13-16. (in Chinese)

对比分析图 5(a)和图 5(b),跟踪相同的运动目标时,MDTV 方法可以将一部分方位轴偏差分配到横滚轴,降低了方位轴的跟踪速度。地平式方法的跟踪偏差最大值为 0.78 mrad,而 MDTV 法的跟踪偏差最大值为 0.12 mrad,仅为地平式方法的 15.4%。实验证明,相比地平式方法,MDTV 法可以将跟踪偏差分配到所有轴系,降低了方位轴的转动速度,使跟踪转台更迅速地响应目标的运动,实现了高精度跟踪。

## 4 结 论

为解决三轴跟踪转台对于确定目标指向不存在唯一解的问题,本文通过推导三轴转台的运动模型,以速度偏差平方和最小为指标,提出了 MDTV 法。该方法利用转台轴角位置、轴角速度和目标位移等信息,将目标的空间指向变化均匀分配到各个轴系上,实现了对三轴转台的有效控制。在跟踪过顶目标的仿真试验中,相比两轴跟踪法,MDTV 法可以充分利用三轴转台的结构特点,大幅降低了跟踪过程中转台的速度和加速度。在跟踪旋转靶标的试验中,相比于地平式法,MDTV 法充分利用了转动惯量较小的横滚轴进行跟踪,取得了更好的跟踪精度,跟踪偏差最大值仅为地平式方法的 15.4%。

综上所述,MDTV 法可以有效解决传统两轴跟踪方法无法进行高精度跟踪的问题。在跟踪过程中,MDTV 法可以综合使用三个轴系,取得更高的跟踪精度。

- [2] 吉桐伯,陈娟,杨秀华,等. 地平式光电望远镜天顶盲区影响因素[J]. 光学 精密工程, 2003, 11(3): 296-300.  
JI T B, CHEN J, YANG X H, *et al.*. Factors affecting the zenith blind spot of an altitude-azimuth optoelectronic telescope[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2003, 11(3): 296-300. (in Chinese)
- [3] 刘廷霞,王伟国,李博,等. 水平式经纬仪静态指向

- 修正模型比较与改进[J]. 光学精密工程, 2010, 18(6):1374-1380.
- LIU T X, WANG W G, LI B, *et al.*. Comparison and improvement of correction models for static pointing of level mounting theodolite[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(6):1374-1380. (in Chinese)
- [4] DONG J Q, LIU X D, LAI R. The servo control system of three-axis video tracking platform [C]. *International Conference on Information Science and Control Engineering, Shenyang, P. R. China: IET*, 2012:1-5.
- [5] 刘兴法,朱开波,黄戎. 一种小型三轴光电跟踪架设计[J]. 机电工程, 2017, 34(3):250-255.
- LIU X F, ZHU K B, HUANG R. Design of miniaturized three-axis gimbal [J]. *Journal of Mechanical & Electrical Engineering*, 2017, 34(3):250-255. (in Chinese)
- [6] 王伟国,刘廷霞,李岩,等. 用于三轴转台的卫星跟踪策略[J]. 光学精密工程, 2015, 23(3):871-878.
- WANG W G, LIU T X, LI Y, *et al.*. Secondary planet tracking tactic arithmetic for three-axis turntable [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(3):871-878. (in Chinese)
- [7] 官伯林,贾建援,朱应敏. 基于自适应遗传算法的三轴光电跟踪策略[J]. 仪器仪表学报, 2012, 33(8):1758-1764.
- GUAN B L, JIA J Y, ZHU Y M. Tracking strategy of three-axis photoelectric tracking system based on adaptive genetic algorithm [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2012, 33(8):1758-1764. (in Chinese)
- [8] 官伯林. 基于混合优化的车载三轴光电跟踪策略[J]. 电子科技, 2014, 27(10):150-155.
- GUAN B L. The Tracking system of vehicular three-axis photoelectric based on hybrid optimization [J]. *Electronic Sci. & Tech.*, 2014, 27(10):150-155. (in Chinese)
- [9] ZENG Z, JIA J Y, CHAI W, *et al.*. Online semi-singularity avoidance for three-axis tracking pedestals [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2017, 25(2):677-685.
- [10] 周玉兴,涂火年. 矩阵 A 的 Moore-Penrose 逆的显式表示及其应用[J]. 贵州师范大学学报:自然科学版, 2015, 33(1):66-68.
- ZHOU Y X, TU H N. Explicit representations for the Moore-Penrose inverse of matrix A and its application [J]. *Journal of Guizhou Normal University: Natural Sciences*, 2015, 33(1):66-68. (in Chinese)
- [11] 陈文冰. 几类矩阵分解及其应用[D]. 天津:天津工业大学, 2018.
- CHEN W B. *Several Kinds of Matrix Decomposition and its Application* [D]. Tianjin: Tianjin Polytechnic University, 2018. (in Chinese)

#### 作者简介:



毕 寻(1986—),男,吉林省吉林市人,博士研究生,助理研究员,2009年于中国科学技术大学获得学士学位,2012年于中科院研究生院获得硕士学位,主要从事光电跟踪设备的伺服控制技术的研究。E-mail: bxiun2000@163.com



陈 涛(1965—),男,内蒙古赤峰人,博士,研究员,博士生导师,1987年于大连理工大学获得学士学位,1990年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所分别获得硕士学位,主要从事光电精密跟踪测量技术的研究。E-mail: chent@ciomp.ac.cn