

文章编号 1004-924X(2019)12-2499-10

## 基于面形斜率的高斯径向基 自由曲面优化设计及公差分析

赵 星<sup>1,2\*</sup>, 肖流长<sup>1</sup>, 张 赞<sup>1</sup>, 王灵杰<sup>3</sup>, 张效栋<sup>4</sup>

(1. 南开大学 现代光学研究所, 天津 300350;

2. 天津市光电传感器与传感网络技术重点实验室, 天津 300350;

3. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所

光学系统先进制造技术中国科学院重点实验室, 吉林 长春 130033;

4. 天津大学 精密测试技术及仪器国家重点实验室 天津微纳制造工程技术中心, 天津 300072)

**摘要:**基于面形斜率的高斯径向基自由曲面模型在面形表征和系统设计中具有优势,但基函数数目较多,导致优化效率低、公差分析困难等问题。本文对基于面形斜率的高斯径向基模型优化设计和公差分析方法开展研究,利用模型的面形表征局域特性,将全局优化和局部优化相结合,提出了一种新的优化设计方法。利用数学统计的方法,确定了基函数系数和自由曲面面形矢高之间的线性关系,直接设定系数公差范围初值,通过大样本统计后确定自由曲面的合理面形公差。将该优化设计和公差分析方法应用到基于面形斜率的高斯径向基自由曲面型头戴显示系统,设计结果表明:头戴显示系统全视场内在 23 lp/mm 处大于 0.3,系统最大畸变为 3.45%,达到了系统设计指标,并基于公差分析结果进行实验系统集成,成功实现了图像显示。本文所提出的优化设计方法和公差分析方法为基于面形斜率的高斯径向基自由曲面模型和其他局域型自由曲面模型的应用提供了重要的借鉴意义。

**关键词:**光学自由曲面;高斯径向基;面形斜率;设计;公差

中图分类号:O439;TN873 文献标识码:A doi:10.3788/OPE.20192712.2499

## Optimization and tolerance analysis of freeform surface using Gaussian RBF-Slope model

ZHAO Xing<sup>1,2\*</sup>, XIAO Liu-chang<sup>1</sup>, ZHANG Zan<sup>1</sup>, WANG Ling-jie<sup>3</sup>, ZHANG Xiao-dong<sup>4</sup>

(1. Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin 300350, China;

2. Tianjin Key Laboratory of Optoelectronic Sensor and  
Sensing Network Technology, Tianjin 300350, China;

3. Key Laboratory of Optical System Advanced Manufacturing Technology,  
Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,  
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

4. State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments,  
Centre of Micronano Manufacturing Technology, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

\* Corresponding author, E-mail: zhaoxingtjnk@nankai.edu.cn

收稿日期:2019-06-24;修订日期:2019-08-21.

基金项目:国家重点研发计划资助项目(No. 2018YFB0504400);国家自然科学基金资助项目(No. 61675100);天津市自然科学基金资助项目(No. 19JCZDJC36600);天津市科技支撑计划资助项目(No. 19YFZCSY00250)

**Abstract:** A model with radial basis functions based on surface slope (RBF-BS) has advantages in terms of its characterizations and optimal system design. However, using this model can lead to some problems such as low optimization efficiency and difficulties in conducting tolerance analysis owing to the use of too many basis functions in RBF-BS. Thus, a method of achieving the optimal design and performing tolerance analysis with this model was proposed. This study combined global and local optimizations to develop a new optimization design method based on the local characteristics of the RBF-BS model. The linear relationship between the coefficient of basis function and freeform surface sag was determined by the method of mathematical statistics, and the initial range of tolerance of coefficients was directly determined. The reasonable tolerance value of freeform surface sag was acquired by large-sample statistics. When the proposed method of achieving the optimized design and performing tolerance analysis was applied to a head-mounted display system with a freeform surface using the RBF-BS model, the results indicate that the average modulation transfer function in the entire field view exceeds 0.3, and the largest distortion is 3.45%, which are consistent with the system design target. Based on the results of tolerance analysis, the experimental system integration successfully achieves the display of picture. The proposed method of achieving the optimized design and performing tolerance analysis provides valuable information about RBF-BS and other local freeform surface models.

**Key words:** optical freeform surface; radial basis function; surface slope; design; tolerance

## 1 引 言

在光学设计中,自由曲面相比于传统的球面和非球面,具有更多的面形自由度和强大的像差平衡能力,因此在提高光学系统的像质、简化光学系统结构等方面具有较强的优势<sup>[1-3]</sup>。针对不同的光学系统,选择合适的自由曲面表征模型成为一项富有挑战的工作。目前,常见的光学自由曲面表征模型如 Zernike、Q-Type 及 XY 多项式等被广泛应用于面型表征、光学设计和检测、光学超精密加工等领域<sup>[4-7]</sup>。但是,这三种自由曲面模型均是非局域型模型,这意味着多项式中任何一项的改变会作用到整个表面,导致这类模型对面形局部发生变化的曲面表征并不理想,同时随着离轴和非对称系统的发展,在利用非局域型自由曲面模型开展大视场条件下光学自由曲面优化设计时,系统的非对称性导致不同轴外视场点的像差补偿越来越困难,难以得到令人满意的光学成像质量。因此,Ozan Cakmakci 等提出了局域型自由曲面模型——高斯径向基函数模型(Gaussian Radial Basis Function, Gaussian RBF)<sup>[8-10]</sup>,并在小口径头盔显示光学系统中获得了成功应用。随后,郑义等又提出了一种基于面形斜率的

Gaussian RBF 模型<sup>[11-13]</sup> (Gaussian Radial Basis Function Based on Slope, Gaussian RBF-BS),相比于 Ozan 等提出的高斯径向基模型, Gaussian RBF-BS 模型具有更强的面形表征和像差平衡能力。但是,在利用高斯径向基自由曲面进行光学系统设计时,变量的增多导致基于光学软件的自动优化往往存在着优化效率不高、收敛性差等问题。针对此问题,本文将全局优化和基于高斯径向基自由曲面模型局域特性的局部优化相结合,提供了一种基于高斯径向基自由曲面模型的光学系统优化设计方法,充分发挥了高斯径向基自由曲面模型的局域像差平衡能力。

随着以超精密金刚石切削技术为代表的现代加工技术的发展,光学自由曲面已经在不同领域的成像系统中获得了实际应用。在自由曲面的工程应用中,公差是连接光学设计、光学加工和光学系统装调的重要纽带,在保证光学系统指标的前提下,增大光学系统的公差,不仅可以降低加工难度和装调难度,还可以提高系统的鲁棒性<sup>[14]</sup>。因此,公差设计是光学自由曲面设计中的重要步骤,合理的公差设计可以有效减小自由曲面的加工难度和成本。目前,文献中报道的自由曲面公差分析方法大多针对非局域型自由曲面模型<sup>[7, 15-16]</sup>,主要借助于面形矢高作为公差标准,随机拟合出

多项式系数,借助光学设计软件,使用蒙特卡洛分析方法对光学系统 MTF 的改变量进行大样本的数学统计,最后给出合理的面形公差值。但是,对于 Gaussian RBF-BS 自由曲面模型而言,其数学表达形式与非局域型自由曲面模型完全不同,在基函数系数的随机拟合过程中,基函数变量数目过多导致拟合时间很长,难以借助软件进行后续大样本的数学统计,因此现有的自由曲面公差分析方法不适用于 Gaussian RBF-BS 自由曲面模型。

为了突破现有自由曲面公差分析方法的局限性,本文提出了一种针对 Gaussian RBF-BS 自由曲面的公差分析方法,该方法通过数学统计建立基函数系数和自由曲面面形矢高 RMS 之间的线性关系,省略了对面形矢高 RMS 进行基函数系数拟合的过程,可直接设置自由曲面系数公差范围初值,大大地降低了计算的复杂度,从而可以完成对 MTF 改变量的大样本统计,并结合加工要求和系统指标确定 Gaussian RBF-BS 自由曲面的面形公差。最后,以 Gaussian 型头戴显示系统为例进行了优化设计和公差分析,通过实验系统集成成功实现了图像的显示,验证了优化设计的思想和公差分析的有效性。

## 2 Gaussian RBF-BS 模型

Gaussian RBF-BS 自由曲面模型的表达式为<sup>[11-12]</sup>:

$$z(x, y) = \frac{c(x^2 + y^2)}{1 \times \sqrt{1 - (1+k)c^2(x^2 + y^2)}} + \sum_i \omega_i e^{-\frac{2}{\epsilon_i}((x-x_{0i})^2 + (y-y_{0i})^2)}, \quad (1)$$

其中:第一项为初始非球面项,第二项为高斯基函数的叠加项, $c$ 为球面曲率, $k$ 为二次项系数, $z(x, y)$ 为自由曲面口径的矢高, $(x, y)$ 为自由曲面直角坐标, $\omega_i$ 为基函数系数, $\epsilon_i$ 为基函数的形状因子(Shape Factor, SF), $(x_{0i}, y_{0i})$ 为基函数的中心坐标。由表达式可知,基函数在口径上的作用范围是局域的,相比于传统的非球面和非局域型自由曲面模型,Gaussian RBF 更适用于表征显著非对称、面型矢高带有显著局域性变化的自由曲面,这类曲面往往应用于大离轴大视场光学成像系统中。局域视场的高级像差补偿研究结果表

明,Gaussian RBF 在小口径大视场头盔显示光学系统中能取得更好的成像质量和畸变控制能力<sup>[9-10]</sup>。

相比于 Ozan 等提出的 Gaussian RBF 模型,Gaussian RBF-BS 模型的形状因子  $\epsilon_i$  不是固定的,而是将口径划分为若干单元,以基函数的中心  $(x_{0i}, y_{0i})$  作为单元中心,让基函数的形状因子  $\epsilon_i$  正比于所在单元中单位面积的面形矢高峰值(Peak Value, PV),从而使形状因子与自由曲面的局部面形变化相关联。同时,对于圆口径而言,Gaussian RBF-BS 模型中位于圆口径外部的基函数均匀地分布在边缘处,充分发挥每一个基函数的作用。通过改善基函数的分布特性以及基于面形斜率调整基函数的形状因子,Gaussian RBF-BS 模型有效提高了 Gaussian RBF 模型的面形表征能力和像差平衡能力<sup>[11-12]</sup>。

## 3 基于 Gaussian RBF-BS 的自由曲面设计方法

虽然 Gaussian RBF-BS 模型相比传统的高斯径向基模型具有更强的面形表征能力和像差平衡能力。但是,在现有的光学系统设计软件中,并没有针对性的优化策略和设计方法,随意设置 Gaussian RBF-BS 自由曲面模型中的基函数系数、形状因子等变量,依靠光学软件进行自动优化往往会导致优化效率低、收敛时间长、收敛困难等问题。为了解决 Gaussian RBF-BS 自由曲面优化中存在的问题,如图 1 所示,本文提出了一种针对含有 Gaussian RBF-BS 型自由曲面的光学系统优化方法,该方法在全局优化的基础上开展了基于 Gaussian RBF-BS 模型局域特性的局部优化,进一步发挥了 Gaussian RBF-BS 自由曲面模型的局域性像差平衡能力。

为了在光学软件中对基于 Gaussian RBF-BS 自由曲面模型的光学系统进行优化设计,利用光学设计软件 CODE V 的宏指令或动态链接库(.dll 文件)构建 Gaussian RBF-BS 自由曲面的初始面形,根据光学系统参数建立初始结构。在基于 Gaussian RBF-BS 自由曲面的光学系统优化中,可供优化的变量主要包括光学系统的结构参数和 Gaussian RBF-BS 自由曲面的面形参数。其中,结构参数包括了光学表面的倾斜和偏心;

Gaussian RBF-BS 自由曲面的面形参数除了顶点曲率半径和二次曲面系数外, Gaussian RBF-BS 模型中的形状因子、系数均可作为变量。但在优化过程中, 上述参数全部设置为变量会使变量数目冗余, 从而导致系统优化效率不足, 因此应选取合适的优化变量进行优化设计。

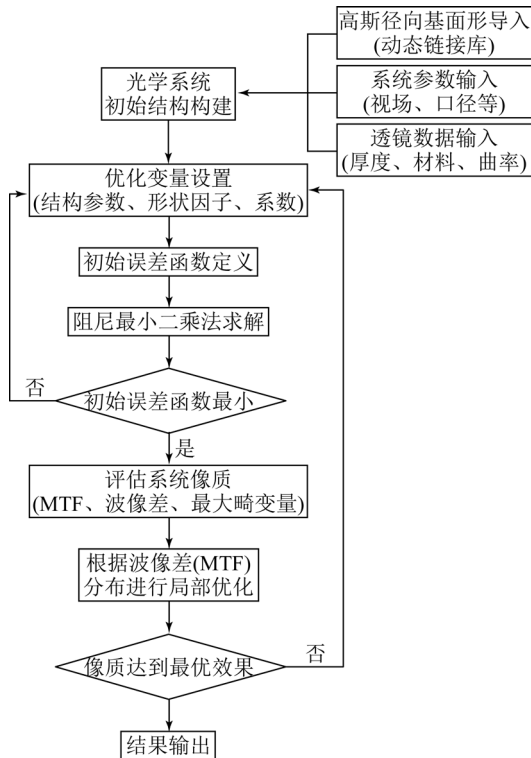


图 1 基于 Gaussian 自由曲面模型的光学系统设计流程  
Fig. 1 Flow chart of optical design with freeform surfaces based on Gaussian RBF-BS

在确认优化变量后, 根据系统设计指标和像质要求可构造初始误差函数, 初始误差函数包括有效焦距、畸变量、像面大小、离轴量、入射角等约束条件。然后, 便可以对 Gaussian RBF-BS 自由曲面光学系统进行优化求解。根据 Gaussian RBF-BS 模型的数学表达式可知, 该模型中每个基函数在口径内的作用区域是局部的, 因此在优化求解的过程中, 为了充分发挥模型的局域性特点, 往往采用先全局后局部的方法。在全局优化过程中, 需要及时调整优化变量和约束条件, 使光学系统的初始误差函数最小, 随后根据光学系统的波像差分布特性对自由曲面进行局部优化。局部优化流程如图 2 所示。首先, 通过观察光学系统的波像差分布确定待优化视场区域; 然后, 借助

光学追迹的方法, 找到在自由曲面上与待优化视场对应的基函数位置; 最后, 提高这些基函数的形状因子和系数的优化权重后再进行优化。局部优化利用系统波像差分布对变量的权重进行调整, 充分发挥了 Gaussian RBF-BS 模型的局域性特点, 有效解决了变量过多、盲目选择变量产生的优化效率低等问题, 有望进一步提高系统像质。

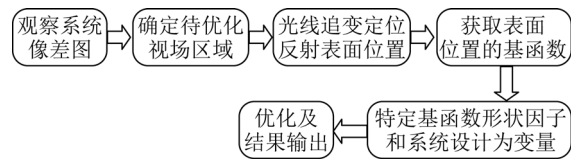


图 2 局部优化的流程示意图  
Fig. 2 Flow chart of local optimization

为了验证所提出的基于 Gaussian RBF-BS 自由曲面的光学系统优化设计方法, 以 Gaussian RBF-BS 型单表面反射式头戴显示系统为例, 其设计指标如表 1 所示<sup>[9]</sup>。

根据系统的设计指标建立光学系统的初始结构, 设定自由曲面反射镜的口径为 10 mm, 并利用 Gaussian RBF-BS 模型进行表征。为了获得更好的面形表征精度和像差平衡能力, 选取 289 个基函数, 所有基函数的平均形状因子为 0.707。建立完初始结构后主要针对 Gaussian RBF-BS 自由曲面模型进行优化设计, 在优化过程中, 除了将 Gaussian RBF-BS 自由曲面的基函数系数、形状因子设置为变量, 还将反射镜的相关面形参数、像面的倾斜、离焦量等作为变量, 并设置相应的约束条件进行全局优化, 使光学系统的初始误差函数最小, 全局优化后不同视场的波像差分布如图 3 所示。

表 1 单表面反射式头戴显示系统参数

Tab. 1 System parameters of a single mirror magnifier

参量	指标要求
入瞳直径/mm	3
有效焦距/mm	14.25
对角视场/(°)	24
工作波长	可见光
MTF	>0.3@23 lp/mm
畸变	<10%

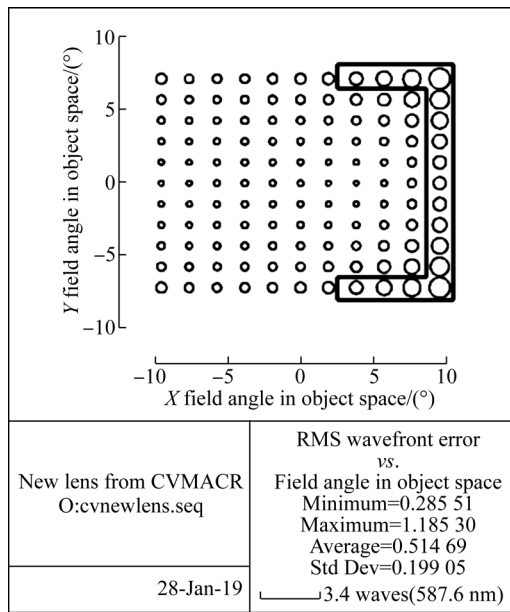


图 3 全局优化后不同视场的波像差分布

Fig. 3 Root Mean Square (RMS) of wavefront error after pre-optimization

从图 3 可以看出,被黑线覆盖的视场波像差明显大于其他视场,这意味着这些视场的残留波像差较大,需要作为优化重点。根据局部优化流程图,对残留波像差较大的视场,采用光线追迹的方法找到与之对应的基函数位置,基函数的位置坐标如表 2 所示。然后,提高这些基函数的形状因子和系数的优化权重,再进行局部优化。最终的光学系统结构图如图 4 所示,光学系统不同视场的 MTF 曲线和中心视场畸变分别如图 5 和图 6 所示。

表 2 局部优化视场对应的基函数位置

Tab. 2 Specified fields of view (FOV) with low image quality and corresponding coordinates of RBF

局部优化视场	X/mm	Y/mm	Z/mm
(0°, 7.2°)	-0.009 30	2.128 11	-0.051 31
(0°, -7.2°)	-0.010 31	-2.179 70	-0.056 54
(4.8°, 7.2°)	1.457 19	2.163 89	-0.028 00
(4.8°, -7.2°)	1.456 23	-2.164 48	-0.033 31
(9.6°, 7.2°)	2.967 57	2.191 04	-0.082 87
(9.6°, -7.2°)	2.966 60	-2.192 17	-0.088 24
(9.6°, 3.6°)	2.991 37	1.095 19	-0.017 96
(9.6°, -3.6°)	2.990 88	-1.096 49	0.020 64
(9.6°, 0°)	2.999 12	-0.000 06	0.002 73

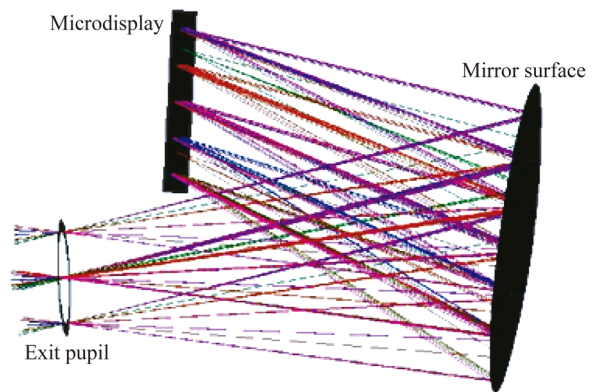


图 4 单表面头戴显示系统的光路结构

Fig. 4 Layout of a single mirror magnifier

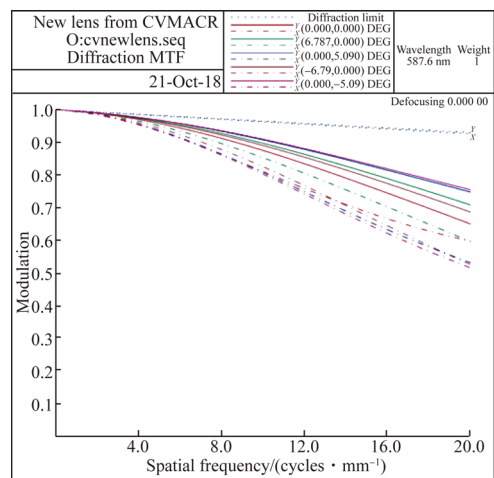
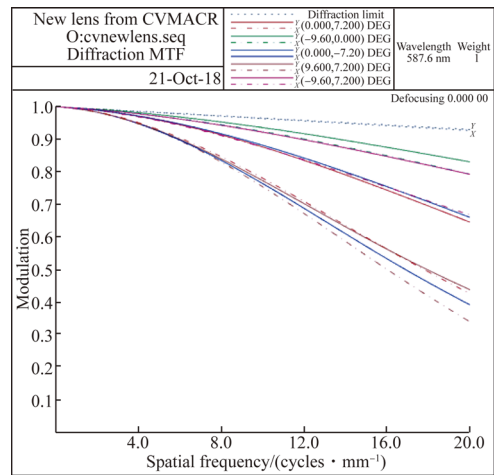


图 5 Gaussian RBF-BS 型单表面头戴显示系统不同视场的 MTF 曲线

Fig. 5 Modulation transfer function curves of a single mirror magnifier with different field of views

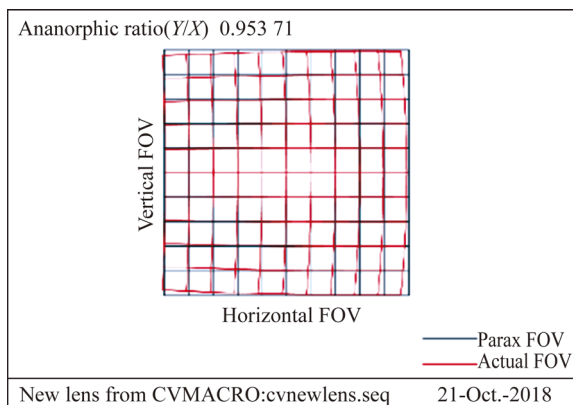
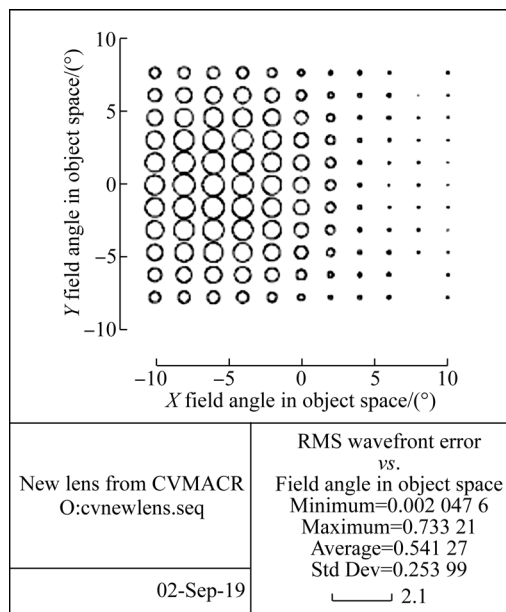


图 6 单表面头戴显示系统的畸变图

Fig. 6 Distortion grid of a single mirror magnifier

从设计结果可以看出,头戴显示系统的全视场内 MTF 在 23 lp/mm 处大于 0.3,最大畸变为 3.45%,在优化过程中均采用二维视场进行优化,保持系统焦距在 X,Y 方向为 14.25 mm,达到了系统设计指标。同时,为与传统的非球面设计结果比较,采用 16 阶非球面对该系统进行优化设计,优化后结果如图 7 所示。

由图 7 可知,传统非球面优化后 MTF 在 23 lp/mm 的平均值为 0.341,而 Gaussian RBF-BS 自由曲面模型 MTF 的平均值为 0.538,可见 Gaussian 自由曲面提供了更多的自由度,具备更强的像差平衡能力,更适合于设计该类光学系统。



(b)16 阶非球面

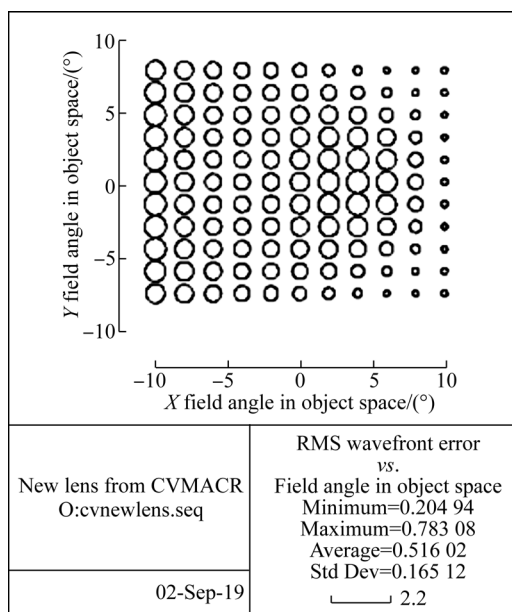
(b)16th aspherical surface

图 7 优化后 MTF 分布

Fig. 7 Distribution of Modulation Transfer Function (MTF) in full Field Of View (FOV)

#### 4 Gaussian RBF-BS 自由曲面公差分析

在上一节中完成了基于 Gaussian RBF-BS 自由曲面的头戴显示系统的设计,并达到了光学系统设计指标。为了进一步完成光学表面加工和光学系统装调,还需要对头戴显示系统进行合理的公差分析。目前的自由曲面公差分析方法大多针对非局域型自由曲面模型,主要借助于面形矢高 RMS 作为公差标准,使用蒙特卡洛分析法对光学系统 MTF 的改变量进行大样本统计,根据大样本统计结果给出合理的面形公差值。在确定 MTF 改变量的过程中,需要根据面形矢高 RMS 随机产生若干自由曲面,拟合计算得到相应的多项式基函数系数,然后将多项式系数代入光学设计软件计算 MTF 的改变量并进行统计分析。但是对于 Gaussian RBF-BS 自由曲面模型而言,其数学表达形式与非局域型自由曲面模型完全不同,在进行上述随机自由曲面拟合计算基函数系数的过程中,基函数数量过多会导致拟合的运算量大、时间长,这给 MTF 大样本数学统计带来了很大的困难和挑战,因此现有的自由曲面公差分析方法应用于 Gaussian RBF-BS 自由曲面模型



(a)面形斜率的高斯径向基函数

(a)Gaussian RBF-BS



具有一定局限性。因此,本文提出一种针对 Gaussian RBF-BS 自由曲面的公差分析方法。该方法通过数学统计确定基函数系数和面形矢高 RMS 之间的关系,基于该关系可以根据面形矢高 RMS 直接确定基函数系数的公差范围初值,避免了随机自由曲面拟合基函数系数过程中计算量过大的问题,有利于光学设计软件对 MTF 进行大样本数据统计和分析。

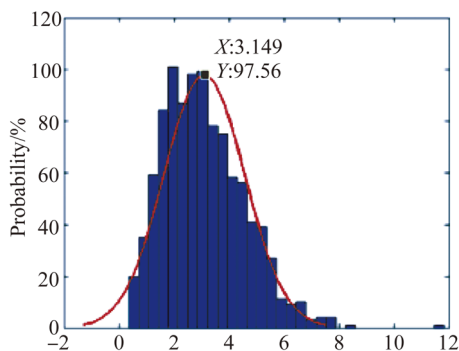
为了确定基函数系数公差和面形矢高 RMS 之间的关系,将公式(1)所示的 Gaussian RBF-BS 模型的数学表达式进行微分,可以得到如式(2)所示的系数公差  $dA_i$  和表面矢高变化  $dz$  的关系表达式,根据式(3)中面形矢高 RMS 与表面矢高变化之间的关系,可以建立系数公差  $dA_i$  和面形矢高 RMS 之间的关系式:

$$dz = \frac{c^3 r^4}{2 \times (1 + \sqrt{1 - (1+k)^2 c^2 r^2}) \cdot \sqrt{1 - (1+k)^2 c^2 r^2}} \times dk + \sum_{i=1}^n dA_i e^{-\frac{c^2}{2} r_i^2}, \quad (2)$$

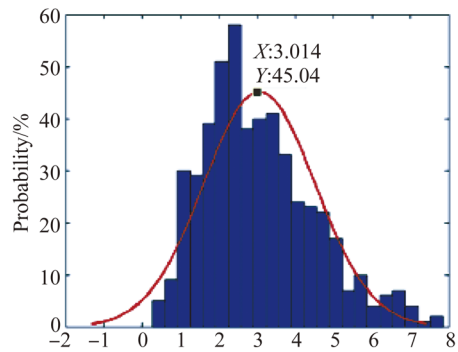
$$Z_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum d z^2}{N}}, \quad (3)$$

其中:  $r^2 = x^2 + y^2$ ,  $Z_{RMS}$  为面形矢高 RMS,  $N$  为自由曲面内的计算采样点个数。

基于式(2)和式(3),本文以上一节单表面反射式头戴显示系统中的 Gaussian RBF-BS 自由曲面为例,对系数公差和面形矢高 RMS 之间的关系进行研究。为了保证后续统计计算的精度,本文采用 503 104 个采样点,对 289 项基函数赋予不同系数公差值,计算不同系数公差值对应的面形矢高 RMS,并用数学统计法统计了 500 组和 1 000 组实验数据,结果如图 8 和表 3 所示。



(a)1 000 组试验  
(a)1 000 trials



(b)500 组试验  
(b)500 trials

图 8 系数公差为  $1 \times 10^{-3}$  的 RMS 数学统计结果  
Fig. 8 Mathematical statistics result of RMS for coefficient tolerance of  $10^{-3}$

由统计结果可以看出,对于 Gaussian RBF-BS 型自由曲面,其系数公差与面形矢高 RMS 保持近似线性关系。基于线性关系可以直接设置系数公差初值,从而可以省略现有的自由曲面公差分析中由面形矢高 RMS 随机生成自由曲面及拟合面形系数的步骤,大大地降低了计算的复杂度。利用光学软件中的用户自定义功能编写 Gaussian RBF-BS 自由曲面公差分析宏文件,以 MTF 作为评价量,将面形系数公差初值代入光学软件中,使用蒙特卡洛分析方法对光学系统 MTF 的改变量进行大样本的数值统计,并结合加工要求和系统指标,最终确定光学系统合理的面形公差。该方法直接确定自由曲面基函数系数的公差范围初值,不需要对随机自由曲面进行基函数系数拟合,大大减小计算量,可为其它类似的局域型自由曲面公差分析提供参考。

表 3 Gaussian RBF-BS 面形公差统计结果

Tab. 3 Mathematical statistics result of surface tolerance based on Gaussian RBF-BS model

系数公差值	1 000cycle RMS( $\lambda$ )	500cycle RMS( $\lambda$ )	近似值 RMS( $\lambda$ )
$1 \times 10^{-3}$	3.149	3.014	3.0
$5 \times 10^{-4}$	1.511	1.537	1.5
$3 \times 10^{-4}$	0.918	0.922	0.9
$1 \times 10^{-4}$	0.300 4	0.320 4	0.3
$1 \times 10^{-5}$	0.029 51	0.030 42	0.03

表 4 0.3λ 自由曲面公差分析结果

Tab. 4 Analysis result for freeform surfaces tolerance of 0.3λ

Monte-Carlo analysis-500 trials cumulative probability change in 23 lp/mm				
Field	50%	84.1%	97.7%	99.9%
1	-0.002 494	-0.017 358	-0.036 675	-0.057 271
2	-0.003 773	-0.022 728	-0.030 288	-0.063 822
3	-0.000 459	-0.024 433	-0.033 995	-0.066 926
4	0.006 175	-0.073 640	-0.037 255	-0.044 780
5	0.009 488	-0.039 020	-0.033 325	-0.041 651
6	0.010 416	-0.002 886	-0.031 932	-0.040 826
7	-0.002 188	-0.023 249	-0.031 649	-0.052 380
8	-0.001 007	-0.014 396	-0.010 221	-0.053 266
9	0.010 598	-0.002 335	-0.028 391	-0.041 014
10	-0.009 667	-0.021 798	-0.026 637	-0.027 419
11	0.013 220	0.000 966	-0.003 921	-0.036 405
12	0.010 668	-0.002 101	-0.025 394	-0.041 046
13	0.011 456	-0.000 675	-0.005 513	-0.006 292
14	0.000 312	-0.120 160	-0.016 933	-0.049 420
15	0.004 417	-0.008 943	-0.038 249	-0.016 757

表 5 0.9λ 自由曲面公差分析结果

Tab. 5 Analysis result for freeform surfaces tolerance of 0.9λ

Monte-Carlo analysis-500 trials cumulative probability change in 23 lp/mm				
Field	50%	84.1%	97.7%	99.9%
1	0.000 435	-0.041 435	-0.084 090	-0.124 761
2	-0.000 846	-0.042 482	-0.095 763	-0.158 127
3	-0.001 050	-0.042 924	-0.099 043	-0.154 302
4	0.000 664	-0.025 712	-0.057 692	-0.084 734
5	0.005 661	-0.028 504	-0.048 697	-0.089 586
6	0.007 001	-0.026 620	-0.047 496	-0.086 945
7	0.001 088	-0.042 367	-0.089 226	-0.160 560
8	-0.003 224	-0.037 497	-0.071 657	-0.114 408
9	-0.005 841	-0.029 769	-0.039 313	-0.062 890
10	0.002 815	-0.012 412	-0.018 485	-0.058 852
11	0.010 009	-0.005 694	-0.029 962	-0.054 276
12	0.006 869	-0.010 300	-0.047 584	-0.056 759
13	0.012 502	-0.011 304	-0.043 283	-0.048 457
14	-0.003 538	-0.027 852	-0.062 172	-0.078 381
15	-0.001 841	-0.030 282	-0.062 606	-0.105 482

基于上述针对 Gaussian RBF-BS 自由曲面的公差分析方法,对头戴显示系统中的 Gaussian RBF-BS 自由曲面进行了公差分析。根据加工要求,分别设定自由曲面面形公差初值为  $0.3\lambda$  和  $0.9\lambda$ ,利用之前数学统计系数公差和面形公差的线性关系,可确定与之对应的自由曲面面形系数公差值分别为  $1 \times 10^{-4}$  和  $3 \times 10^{-4}$ 。因此,在自由曲面面形系数公差宏文件中分别设定公差值为  $1 \times 10^{-4}$  和  $3 \times 10^{-4}$ ,通过蒙特卡洛公差分析法进行 500 次实验,得到的自由曲面面形公差分析结果如表 4 和 5 所示。

由蒙特卡洛公差分析结果可以看出,对于 298 项基函数的 Gaussian RBF-BS 型自由曲面,表面面形公差较松,系统像质下降不明显。为了降低自由曲面的加工难度,将 Gaussian RBF-BS 的面形公差定为  $0.9\lambda$ 。随后对 Gaussian RBF-BS 头戴显示器系统中的表面位置公差(该系统为反射系统,可忽略材料公差),结合面形公差分配的特点和以往头戴显示系统的设计经验,具体的各项公差分配如表 6 所示。

表 6 Gaussian RBF-BS 型自由曲面头戴显示系统公差分配

Tab. 6 Tolerance distribution of a single mirror magnifier with freeform surfaces based on Gaussian RBF-BS model

公差类别	参数	表面 2	表面 3
面形公差	自由曲面面形公差 $\delta_{\text{RMS}}/\lambda$	0.9	—
位置公差	倾斜 $\alpha$ 倾斜/rad	0.001	0.001
	$\beta$ 倾斜/rad	0.001	0.001
偏心	X 方向/mm	0.025	0.025
	Y 方向/mm	0.025	0.025
	间隔厚度/mm	0.025	—

根据表 6 中的公差分配,利用 CODE V 软件进行公差分配后,采用蒙特卡洛分析法对光学系统 23 lp/mm 处的 MTF 值进行 500 次数值统计,得到 MTF 改变量的概率分布情况,如表 7 所示。其中,选取 97.7 的统计结果作为最可信的公差分析结果,预计进行加工装调以后,MTF 最大值下降 0.15,基本满足实验系统集成要求。



表 7 头戴显示系统公差分析结果

Tab. 7 Tolerance analysis result of a single mirror magnifier

Monte-Carlo analysis-500 trials cumulative probability change in 23 lp/mm				
Field	50%	84.1%	97.7%	99.9%
1	-0.002 559	-0.071 694	-0.135 609	-0.188 282
2	0.001 182	-0.071 929	-0.152 038	-0.238 080
3	-0.005 132	-0.086 375	-0.156 821	-0.182 302
4	-0.003 078	-0.048 820	-0.094 009	-0.110 997
5	0.002 591	-0.036 189	-0.073 468	-0.132 668
6	0.003 644	-0.036 482	-0.080 712	-0.135 730
7	0.008 973	-0.076 470	-0.139 671	-0.189 862
8	-0.004 293	-0.065 340	-0.134 016	-0.158 284
9	-0.000 425	-0.033 266	-0.046 393	-0.088 380
10	0.001 798	-0.025 366	-0.056 559	-0.061 605
11	-0.005 820	-0.021 714	-0.028 053	-0.067 454
12	0.000 458	-0.021 184	-0.029 851	-0.072 338
13	0.002 946	-0.012 980	-0.019 332	-0.060 572
14	-0.005 067	-0.048 809	-0.082 325	-0.127 485
15	-0.003 067	-0.052 896	-0.103 098	-0.149 776

确定 Gaussian RBF-BS 型头戴显示器的公差后,本文使用单点金刚石加工工艺对设计实例中由 Gaussian RBF-BS 模型表征的自由曲面进行了加工制造,自由曲面加工结果如图 9 所示。



图 9 Gaussian RBF-BS 型自由曲面加工样机

Fig. 9 Processing prototype of freeform surfaces based on RBF-BS model

进行初步系统集成后,在出瞳处利用相机拍摄的图像如图 10 所示。结果表明系统可成功显示图像,同时图 10 中边缘视场的畸变情况与图 6 所示的光学设计畸变结果基本符合,说明系统加工装调结果基本与理论设计结果一致。

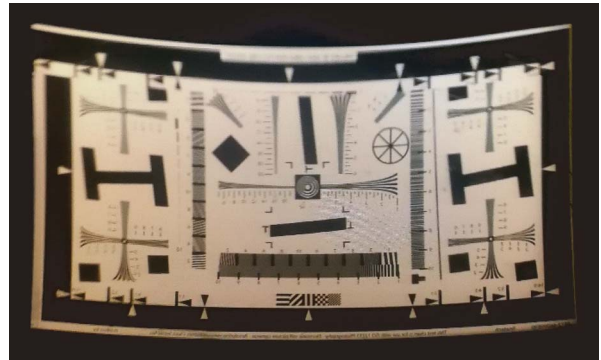


图 10 系统出瞳处的显示图像

Fig. 10 Expected display image captured at the exit pupil

## 5 结 论

针对基于 Gaussian RBF-BS 自由曲面的光学系统,本文提出一种新的优化设计方法,该方法将全局优化和基于 Gaussian RBF-BS 模型局域特性的局部优化相结合,能够有效提高光学系统的像质。同时,提出了一种针对 Gaussian RBF-BS 模型的公差分析方法,该方法利用数学统计法确定基函数系数和自由曲面面形矢高之间的线性关系,直接确定基函数系数的公差范围初值,大幅降低了计算复杂度,有利于光学设计软件蒙特卡洛公差分析中的大样本统计分析。利用上述方法,以 Gaussian RBF-BS 型自由曲面头戴显示系统为例进行了优化设计和公差分析,设计结果达到了系统设计指标。初步集成实验表明,系统加工装调后成像清晰,并且实验结果与理论设计结果基本一致。本文所提出的优化设计方法和公差分析方法为基于 Gaussian RBF-BS 自由曲面模型和其他局域型自由曲面模型的应用提供了重要的借鉴意义。

## 参考文献:

- [1] YANG T, ZHU J, WU X, *et al.*. Direct design of freeform surfaces and freeform imaging systems with a point-by-point three-dimensional construction-iteration method [J]. *Optics Express*, 2015, 23(8): 10233-10246.
- [2] GONG T, JIN G, ZHU J. Point-by-point design method for mixed-surface-type off-axis reflective imaging systems with spherical, aspheric, and freeform surfaces [J]. *Optics Express*, 2017, 25(9): 10663-10676.
- [3] MUSLIMOV E, *et al.*. Combining freeform optics and curved detectors for wide field imaging: a polynomial approach over squared aperture [J]. *Optics Express*, 2017, 25(13): 14598-14610.
- [4] MA B, SHARMA K, THOMPSON K P, *et al.*. Rolland. Mobile device camera design with Q-type polynomials to achieve higher production yield [J]. *Optics Express*, 2013, 21(15): 17454-17463.
- [5] ZHONG Y, GROSS H. Improvement of Scheimpflug systems with freeform surfaces [J]. *Applied Optics*, 2018, 57(6): 1482-1491.
- [6] ZHONG Y, GROSS H. Initial system design method for non-rotationally symmetric systems based on Gaussian brackets and Nodal aberration theory [J]. *Optics Express*, 2017, 25(9): 10016-10030.
- [7] WEI L, LI Y, JING J, *et al.*. Design and fabrication of a compact off-axis see-through head-mounted display using a freeform surface [J]. *Optics Express*, 2018, 26(7): 8550-8565.
- [8] CHIEN L C, CAKMAKCI O, THOMPSON K, *et al.*. Design of a free-form single-element head-worn display, presented at the Emerging Liquid Crystal Technologies V [J]. *SPIE*, 2010, 7618:1-6.
- [9] CAKMAKCI Q, KAYA I, FASSHAUER G E, *et al.*. Application of radial basis functions to represent optical freeform surfaces, proceedings of international optical design conference and optical fabrication and testing [J]. *Jackson Hole, Wyoming*, 2010.
- [10] CAKMAKCI O, MOORE B, FOROOSH H, *et al.*. Optimal local shape description for rotationally non-symmetric optical surface design and analysis [J]. *Optics Express*, 2008, 16(3): 1583-1589.
- [11] TONG K, *et al.*. Model of radial basis functions based on surface slope for optical freeform surfaces [J]. *Optics Express*, 2018, 26(11): 14010-14023.
- [12] 郑义, 赵星, 张赞, 等. 基于面形斜率的光学自由曲面表征 [J]. *光学精密工程*, 2015, 23(7): 1957-1964.
- ZHENGY, ZHAO X, ZHANG Z, *et al.*. Characterization of freeform optical surfaces based on surface slope [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(7): 1957-1964. (in Chinese)
- [13] 张赞, 武鹏飞, 郑义, 等. 采样点分布对基于面形斜率径向基模型的自由曲面拟合精度的影响 [J]. *光学精密工程*, 2016, 24(7): 1564-1572.
- ZHANG Z, WU P F, ZHENG Y, *et al.*. Influence of sampling point distribution in freeform surfaces fitting with radial based function model [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(7): 1564-1572. (in Chinese)
- [14] TALHA M, JUN C, WANG Y, *et al.*. Design, tolerancing and stray light analyses of a freeform HMD optical system [J]. *Optik*, 2010, 121(8): 750-755.
- [15] WANG Q, CHENG D, WANG Y, *et al.*. Design, tolerance, and fabrication of an optical see-through head-mounted display with free-form surface elements [J]. *Applied Optics*, 2013, 52(7): C88-C99.
- [16] HU X, HUA H. Design and tolerance of a freeform optical system for an optical see-through multi-focal-plane display [J]. *Applied Optics*, 2015, 54(33): 9990-9999.

## 作者简介:



赵星(1980—),男,北京人,博士,教授,2007年于南开大学获得博士学位,主要从事光学信息处理和光学系统设计等方面的研究。E-mail: zhaoxingtjnk@nankai.edu.cn



肖流长(1994—),男,湖北天门人,硕士研究生,2017年于长春理工大学获得学士学位,主要从事光学设计以及光学自由曲面方面的研究。E-mail: Xiaoliuchangleo@163.com