2019年8月

文章编号 2095-1531(2019)04-0920-12

# 采用五棱镜扫描法检测大口径平面镜的面形

# 袁 理1,2,张晓辉1\*

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林长春 130033;

2. 中国科学院大学,北京 100049)

摘要:为了提高大口径平面镜面形检测的精度和效率,提出了一种新的五棱镜扫描法。该方法采用径向扫描的方式,使 用一个扫描的五棱镜和一台自准直仪来测量表面倾斜角的差值,然后将被测平面镜的面形表示为 Zernike 多项式的线性 组合,再利用表面倾斜角的差值建立方程组,最后采用最小二乘法计算得到被测平面镜的面形。在检测过程中,该方法 还可以对五棱镜在扫描过程中的倾斜变化量进行自动监视和调整,减小了检测误差。误差分析表明,该方法的面形检测 精度为7.6 nm rms(均方根误差)。采用该方法对一块1.5 m 口径的平面镜进行了面形检测,并与 Ritchey-Common 法的 检测结果进行了对比,两种方法面形结果的差异为7.1 nm rms,小于五棱镜扫描法的面形检测精度。证明了利用该五棱 镜扫描法检测大口径平面镜面形的正确性。

关 键 词:五棱镜扫描法;大口径平面镜;面形;表面倾斜角 中图分类号:0439 文献标识码:A doi:10.3788/CO.20191204.0920

# Surface shape measurement of large flat mirrors using a scanning pentaprism method

YUAN Li<sup>1,2</sup>, ZHANG Xiao-hui<sup>1\*</sup>

 Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
 University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China) \* Corresponding author, E-mail:xhz861@outlook.com

**Abstract**: To improve the accuracy and efficiency of the surface shape measurements of large flat mirrors, a new scanning pentaprism method is proposed. In this method, we use a scanning pentaprism and an autocollimator to radially scan and measure the differences between the tilt angles. The surface shape of the flat mirror under test is expressed by a linear combination of Zernike polynomials and an equation set is established on the basis of the angle differences. Finally, the surface shape of the flat mirror can be derived through a least squares calculation. In the measuring process, this method can automatically accommodate changes in the pentaprism tilts during scans, which can reduce measurement errors. The error analysis indicates that the surface shape measurement accuracy by this method is 7.6 nm rms (root-mean-square). This method is used to measure the surface shape of a 1.5 m flat mirror and the result is compared to that of the Ritchey-Common

基金项目:国家自然科学基金项目(No. 61675198)

收稿日期:2018-02-05;修订日期:2018-03-05

Supported by National Natural Science Foundation of China (No. 61675198)

method. The difference between the two surface shape results is 7.1 nm rms, which is less than the surface shape measurement results of the scanning pentaprism method. This proves that it is feasible using the scanning pentaprism method to measure the topographies of large flat mirrors.

Key words: scanning pentaprism method; large flat mirror; surface shape; tilt angle of surface

## 1引言

大口径平面镜通常是指口径大于1m的平面 镜。大口径平面镜在空间光学、天文光学等领域 有着大量应用。为了确保大口径平面镜具有良好 的质量,必须对其面形进行检测。大口径平面镜 面形的检测方法主要有4种:直接干涉检测法<sup>[1]</sup>、 Ritchey-Common 法<sup>[2-3]</sup>、子孔径拼接法<sup>[4-7]</sup>和五棱 镜扫描法<sup>[8-15]</sup>。直接干涉检测法需要一块高精度 的大口径标准平面镜,该镜的加工难度很大,成本 极高,因此该方法并不适用。Ritchey-Common法 需要一块高精度的大口径标准球面镜,成本也较 高,并且由于光束是斜入射到平面镜上的,所以光 路搭建和调整也比较困难。子孔径拼接法可以避 免使用大口径标准镜,但是该方法的误差累积现 象比较严重,并且检测时间较长,易受环境影响, 所以检测精度不是很高。五棱镜扫描法通过测量 表面倾斜角检测大口径平面镜的面形,不需要使 用大口径标准镜,成本较低,通过适当地设计算法 和检测流程,可以有效抑制各种主要误差的影响, 检测精度较易保证,是一种比较好的方法,也是本 文所研究的方法。

国内外研究人员提出了一系列不同的五棱镜 扫描法,大体上可分为两种类型。第一种五棱镜 扫描法<sup>[8-12]</sup>是使用一个扫描的五棱镜来直接测量 表面倾斜角,这种方法受各种误差的影响都较大, 不宜采用。第二种类型的五棱镜扫描法<sup>[13-15]</sup>是 使用两个五棱镜来测量表面倾斜角的差值,其中 一个是静止的参考五棱镜,另一个是运动的扫描 五棱镜;该方法可以消除倾斜误差的一阶影响和 大部分环境的影响,但是由于两个五棱镜具有不 同的制造误差,所以五棱镜制造误差的影响不能 在作差的过程中消除,因此该方法也有缺陷。另 外,这两种方法在扫描过程、算法等方面也各有一 些不足。 针对上述问题,本文提出了一种新的五棱镜 扫描法,与以前的方法相比,主要有以下改进:第 一,使用一个扫描的五棱镜来测量表面倾斜角的 差值,可以消除倾斜误差的一阶影响、五棱镜制造 误差的影响和大部分环境的影响;第二,增加了一 套反馈控制系统,用于自动监视和减小五棱镜在 扫描过程中的倾斜变化量;第三,对于两个配对 点,测量时间紧邻着,而不是按照各点的排列顺序 依次测量,有利于减小环境变化的影响;第四,使 用 Zemike 多项式来表示被测面形,然后建立超定 方程组,通过最小二乘算法,直接得到二维面形, 而不是先测出一维面形再进行拼接,不但减少了 计算量,而且避免了拼接误差。这些改进可显著 提高检测的精度和效率。

## 2 检测原理

#### 2.1 表面倾斜角差值的测量

表面倾斜角测量原理图如图1所示。



图1 表面倾斜角 ε 测量原理示意图



如图1所示,自准直仪发出的光束被五棱镜 偏转90°后入射到平面镜上,经平面镜反射后再 经过五棱镜回到自准直仪,自准直仪可测出光束 的偏转角度 *φ*,则平面镜在扫描方向上的表面倾 斜角 *ε* 等于:

$$\varepsilon = \frac{\varphi}{2} \,. \tag{1}$$

五棱镜具有优良的误差抑制特性,五棱镜的 倾斜误差对  $\varepsilon$  的测量值仅产生很小的二阶影 响<sup>[16]</sup>。然而,自准直仪的倾斜误差、被测平面镜 的整体倾斜误差、五棱镜的制造误差以及环境带 来的误差却对  $\varepsilon$  的测量值影响很大,但是,如果将 两个点处的  $\varepsilon$  值作差,则可以有效抑制这些误差 的影响。在五棱镜扫描过程中,设自准直仪在两 个点处的读数分别为  $\varphi_1$ 和  $\varphi_2$ ,测得的表面倾斜角 分别为  $\varepsilon_1$ 和  $\varepsilon_2$ ,则这两个点的表面倾斜角的差值 δ等于:

$$\delta = \frac{\varphi_2}{2} - \frac{\varphi_1}{2} = \varepsilon_2 - \varepsilon_1. \tag{2}$$

图 2 为自准直仪存在倾斜角 ω 时的测量示 意图。





Fig. 2 Measurement schematic when autocollimator has a tilt angle  $\omega$ 

如图 2 所示,如果自准直仪存在  $\omega$  角的倾斜 误差,则自准直仪在这两个点处的读数  $\varphi_1$ 和  $\varphi_2$ 变 为:

 $\varphi_1 = 2(\varepsilon_1 + \omega), \varphi_2 = 2(\varepsilon_2 + \omega).$  (3)

在五棱镜扫描过程中,自准直仪是不动的,所 以ω角不变,于是得到表面倾斜角的差值δ等于:

$$\delta = \frac{\varphi_2}{2} - \frac{\varphi_1}{2} = (\varepsilon_2 + \omega) - (\varepsilon_1 + \omega) = \varepsilon_2 - \varepsilon_1.$$
(4)

可见,式(4)与式(2)的结果是相同的,自准 直仪的倾斜误差ω在作差的过程中抵消掉了,从 而对δ不产生影响。类似地,被测平面镜的整体 倾斜误差、五棱镜的制造误差以及大部分环境带 来的误差也在作差的过程中抵消,详见第4节的 误差分析。

#### 2.2 扫描方式

首先定义两种距离 d 和 D。将作差的两个点称为"配对点"。如图 3 所示,假设在某一条扫描 直线上有 6 个测量点,其中第 1 点和第 4 点配对 作差,第 2 点和第 5 点配对作差,第 3 点和第 6 点 配对作差,则将 d 称为"两个配对点的距离",将 D 称为"点对的距离"。D 实际上就是采样间距。



图 3 距离 d 和 D 的定义

Fig. 3 Definitions of the distances d and D

需要注意的是,对两个配对点的测量有一段 时间间隔,如果在这段时间间隔里环境发生了变 化,那么在作差时,环境的影响就不能完全抵消。 所以,要尽量减小两个配对点测量时间的间隔,以 减小环境变化的影响。因此需要做到以下两点: 第一,对两个配对点的测量必须在时间上紧邻着, 例如,如图3所示,测量的顺序应该是1、4、2、5、 3、6,而不能是1、2、3、4、5、6;第二,五棱镜的运动 速度要尽量快,距离*d*不能太大,以减少五棱镜在 两个配对点之间的运动时间。另外,距离*d*也不 能太小,如果*d*太小,则表面倾斜角的差值δ就会 很小,在绝对误差不变的情况下,相对误差就会很 大。在充分考虑这些因素后,在本文的实验中,*d* 取 150 mm,五棱镜的运动速度为 20 mm/s,运动 时间为7.5 s。

扫描路径如图 4 所示,采用极坐标扫描路径, 共扫描 20 条直线,所有扫描直线交汇于被测平面 镜中心。相邻扫描直线之间的夹角为  $\pi/20$ ,而被 测平面镜的直径为 1.5 m,因此其边缘的采样间 距等于 750 mm ×  $\pi/20 \approx 120$  mm,在被测平面镜 的中心,采样间距接近于 0,所以平均采样间距为 120 mm/2 = 60 mm,相应地,点对的距离 D 也取 60 mm。这样,每条半径上测量 11 对配对点,共 测量 440 对配对点。另外,采样口径取 27 mm。



图 4 扫描路径 Fig. 4 Scanning paths

#### 2.3 被测平面镜面形的计算

在柱坐标系下,将被测平面镜的面形  $S(\rho, \theta)$ 表示为 Zernike 多项式  $Z_i(\rho, \theta)^{[17]}$ 的线性组合如下:

$$S(\rho,\theta) = \sum_{i=1}^{n} C_i Z_i(\rho,\theta) , \qquad (5)$$

其中:n为 Zernike 多项式的项数,在本文中n取 36; $C_i$ 为各项 Zernike 多项式的系数。由于 Zernike 多项式是定义在单位圆上的,所以有 $0 \le \rho \le 1$ 。



图 5 两个配对点的极坐标

Fig. 5 Polar coordinates of two matching points

设某一条扫描直线 AOB 上有两个配对点,它 们到中心 O 的距离分别为 r 和 r + d,极坐标分别 为(r,θ)和(r + d,θ),如图 5 所示。将它们的极径 归一化为 $ρ_1$ 和 $ρ_2$ :

$$\rho_1 = \frac{r}{R}, \, \rho_2 = \frac{r+d}{R} \,, \tag{6}$$

其中:R 是被测平面镜的半径。设这两个配对点的表面倾斜角为 $\varepsilon_1$ 和 $\varepsilon_2$ ,由于 $\varepsilon_1$ 和 $\varepsilon_2$ 是沿径向方

向的,并且都比较小,所以得到:

$$\varepsilon_{1} = \frac{1}{R} \frac{\partial S(\rho_{1}, \theta)}{\partial \rho} = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^{n} C_{i} \frac{\partial Z_{i}(\frac{r}{R}, \theta)}{\partial \rho} ,$$

$$(7)$$

$$\varepsilon_{2} = \frac{1}{R} \frac{\partial S(\rho_{2}, \theta)}{\partial \rho} = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^{n} C_{i} \frac{\partial Z_{i}(\frac{r+d}{R}, \theta)}{\partial \rho} .$$

$$(8)$$

由于作了极径的归一化,使得被测平面镜的 半径从 R 缩小为1,这样,各点的斜率实际上就变 为了原来的 R 倍,因此需要在式(7)和式(8)的右 端乘以1/R。将(8)式和(7)式相减,得到表面倾 斜角的差值δ等于:

$$\delta = \frac{1}{R} \sum_{i=1}^{n} C_i \left[ \frac{\partial Z_i(\frac{r+d}{R}, \theta)}{\partial \rho} - \frac{\partial Z_i(\frac{r}{R}, \theta)}{\partial \rho} \right].$$
(9)

在式(9)中,只有 *C*<sub>i</sub>是未知的。每测量一对 配对点,都可以根据式(9)得到一个关于 *C*<sub>i</sub>的方 程,在测量完所有配对点后,就可以得到关于 *C*<sub>i</sub> 的超定方程组,然后通过最小二乘法就可以求出 *C*<sub>i</sub>,再根据式(5)就可以得到被测平面镜的面形 表达式。

在检测过程中,还需要注意以下两点:第一, 在同一条扫描直线上,在中心 0 的两侧,表面倾 斜角的正方向是相反的;第二,两个作差的配对点 必须位于同一条扫描直线上,并且位于中心 0 的 同一侧,即它们必须具有相同的极角 θ,只有这样 才能在作差时抵消掉所有的一阶倾斜误差。

#### 2.4 五棱镜倾斜变化量的自动监视与调整

为了监视五棱镜在扫描过程中的倾斜变化 量,在检测系统中增加了一个自准直仪和一个返 回平面镜。如图6所示,自准直仪1与五棱镜用 于测量表面倾斜角,增加的自准直仪2与返回平 面镜用于监视五棱镜的倾斜变化量。五棱镜和返 回平面镜安装在同一个底座上。

图 7 画出了各个光学组件的倾斜误差角, $\alpha$ 、  $\beta$ 和  $\gamma$  分别表示绕 X 轴、Y 轴和 Z 轴的倾斜误差 角,下标 ac、pp 和 st 分别表示自准直仪 1、五棱镜 和被测平面镜。注意, $\beta_{st}$ 由两部分组成,一是被测 平面镜的整体倾斜,二是被测平面镜局部的表面



- 图 6 自准直仪 2 和返回平面镜监视五棱镜的倾斜 变化量示意图
- Fig. 6 Schematic of using autocollimator 2 and the return mirror to monitor the changes of pentaprism tilts



图 7 各个光学组件的倾斜角 Fig. 7 Tilt angles of the optical components

倾斜,α<sub>st</sub>也一样。

V和H分别表示自准直仪1在两个方向上的 读数值的一半,V实际上就等于式(1)中的ε加上 一些误差项。通过光路追迹,可以得到V和H等 于<sup>[18]</sup>:

$$V = -\alpha_{pp}^{2} + \alpha_{ac}(\alpha_{pp} - \gamma_{pp} - \alpha_{st}) + \alpha_{st}(\alpha_{pp} + \gamma_{pp}) - \beta_{st} + \beta_{ac} + V_{0}, \quad (10)$$
$$H = \beta_{st}(\alpha_{st} + \gamma_{st} - \gamma_{st} - \alpha_{st}) + \beta_{st}(\alpha_{st} + \alpha_{st} - \alpha_{st}) + \beta_{st}(\alpha_{st} - \alpha_{st}) + \beta_{s$$

$$\alpha_{\rm st} - \alpha_{\rm pp} + \gamma_{\rm pp} - \gamma_{\rm ac} + H_0. \tag{11}$$

在以上两式中,角度的单位必须是弧度,典型的换算关系为1  $\mu$ rad 等于 0.2"。 $V_0$ 和  $H_0$ 是两个常量,来源于五棱镜的制造误差。现在用  $\Delta$  来表示相对于扫描前的变化量。忽略式(11)中很小的二阶项,得到 H 的变化量  $\Delta H$  等于:

 $\Delta H = \Delta \alpha_{\rm st} - \Delta \alpha_{\rm pp} + \Delta \gamma_{\rm pp} - \Delta \gamma_{\rm ac} + \Delta H_0.$ 

(12)

在五棱镜扫描过程中,自准直仪1是不动的, 所以  $\Delta \gamma_{ac} = 0$ ;  $H_0$ 是一个常量,所以  $\Delta H_0 = 0$ ; 对于 抛光后的平面镜,  $\Delta \alpha_{st}$ 大致在3 µrad rms 左右, 而 在本系统中, 五棱镜在扫描过程中的倾斜变化量  $\Delta \alpha_{pp}$ 和  $\Delta \gamma_{pp}$ 大致在 60 µrad rms 左右。可见  $\Delta \alpha_{st}$ , 远小于  $\Delta \alpha_{pp}$ 和  $\Delta \gamma_{pp}$ ,所以忽略(12)式中的  $\Delta \alpha_{st}$ , 得到:

$$\Delta \alpha_{\rm pp} = \Delta \gamma_{\rm pp} - \Delta H , \qquad (13)$$

其中, $\Delta \gamma_{pp}$ 可由自准直仪 2 测得, $\Delta H$ 可由自准直仪 1 测得,于是根据式(13)即可求出  $\Delta \alpha_{pp}$ 。获得  $\Delta \gamma_{pp}$ 和  $\Delta \alpha_{pp}$ 的值后,就可以通过反馈控制和自动 调整来减小它们。一般可以将  $\Delta \gamma_{pp}$ 和  $\Delta \alpha_{pp}$ 减小 到 15  $\mu$ rad rms 以内,实际上就减小了倾斜误差的 二阶影响。

注意, Δβ<sub>pp</sub>对检测无影响,因此无需对它进行 监视与调整;另外,在每个测量点处,必须在测量 表面倾斜角以前完成监视与调整。

#### 2.5 检测原理的仿真分析

为了验证检测原理的正确性,按照 2.2 节中 所述的参数,对检测原理进行了仿真分析,计算软 件采用 MATLAB。仿真分析步骤如下:第一步,假 设出任意 36 个 Zernike 多项式系数的真值,得到 被测平面镜的真值面形;第二步,利用 Zernike 多 项式系数的真值,按照式(9)计算出 440 个表面 倾角差值的真值,然后利用这些表面倾角差值的 真值,按照 2.3 节的方法计算出 Zernike 多项式系 数的仿真值,得到仿真面形;第三步,将仿真面形 与真值面形作差,得到面形复原误差,再计算该面 形复原误差的 rms 值。

按以上步骤重复计算 10 次,得到 10 个 rms 值,它们的最大值仅为 2.3 nm rms,可见检测原理 是正确的,原理误差为 2.3 nm rms。

### 3 检测系统

检测系统如图 8 所示。五棱镜和返回平面镜 安装在同一个底座上,底座上有倾斜自动调整机 构。底座可在两根长度为 2.2 m 的扫描导轨上滑 动,采用两根导轨可以减小扫描过程中的倾斜。 五棱镜的位置由光栅尺测出,光栅尺的测量精度



图 8 检测系统 Fig. 8 Measurement system

为 0.005 mm rms。两个自准直仪安装在导轨的 一端,型号均为 SH-LTP,由法国 Imagine Optic 公 司生产,光束口径为 27 mm,波长为 405 nm,测量 精度为 100 nrad rms,测量范围为 ± 12 mrad。上 述部件都安装在旋转臂上,旋转臂连接于转台上, 通过旋转来实现多条径向直线的扫描。转台可以 输出旋转臂的角度位置,转台的转角精度为 75 μrad rms。当旋转臂旋转时,它的倾斜变化量为 70 μrad rms。转台可以在两根水平导轨上滑动, 以实现与被测平面镜的对准。该检测系统可以检 测口径不大于 2.1 m 的平面镜的面形。

采用 Geckeler 介绍的方法<sup>[18]</sup> 对检测系统进 行初始调整,初始调整是以自准直仪1 为基准的。 通过初始调整,可以使所有光学元件的初始倾斜 误差均在 10 μrad rms 以内。

# 4 误差分析

#### 4.1 倾斜误差

设  $P_1$ 和  $P_2$ 为两个作差的配对点, Δ 表示参数 从  $P_1$ 到  $P_2$ 的变化量。注意, 这里的 Δ 与 2.4 节中 的 Δ 的含义不同。利用误差传递公式<sup>[19]</sup>, 通过求 偏导数, 由式(10)可以得到 V 从  $P_1$ 到  $P_2$ 的变化 量 ΔV等于:

$$\Delta V = \Delta \alpha_{\rm pp} \left( -2\alpha_{\rm pp} + \alpha_{\rm ac} + \alpha_{\rm st} \right) + \Delta \gamma_{\rm pp} \left( -\alpha_{\rm ac} + \alpha_{\rm st} \right) + \Delta \alpha_{\rm ac} \left( \alpha_{\rm pp} - \gamma_{\rm pp} - \alpha_{\rm st} \right) + \Delta \alpha_{\rm st} \left( -\alpha_{\rm ac} + \alpha_{\rm pp} + \gamma_{\rm pp} \right) - \Delta \beta_{\rm st} + \Delta \beta_{\rm ac} + \Delta V_0.$$
(14)

 $\Delta V$ 实际上就等于式(2)中的 $\delta$ 加上一些误 差项。由于自准直仪1是不动的,因此 $\Delta \alpha_{ac} = \Delta \beta_{ac} = 0; V_0$ 是常量,因此 $\Delta V_0 = 0;$ 被测平面镜是 不动的,因此 $\beta_{st}$ 中的整体倾斜部分没有变化,所 以( $-\Delta \beta_{st}$ )实际上就是表面倾斜角的差值 $\delta$ ,于 是 $\delta$ 的误差  $E_{\delta}$ 等于:

$$E_{\delta} = \Delta \alpha_{\rm pp} \left( -2\alpha_{\rm pp} + \alpha_{\rm ac} + \alpha_{\rm st} \right) + \Delta \gamma_{\rm pp} \left( -\alpha_{\rm ac} + \alpha_{\rm st} \right) + \Delta \alpha_{\rm st} \left( -\alpha_{\rm ac} + \alpha_{\rm pp} + \gamma_{\rm pp} \right) .$$
(15)

从式(15)可以看出,通过计算表面倾斜角的 差值,使 V 中的所有一阶误差项全部消除,只剩 下很小的二阶误差项。表1列出了一些倾斜误差 角的值,这些值来源于2.4 节和3 节,其中变化量

表1 各个倾斜误差角的值 Tab.1 Values of tilt angle error

倾斜	来源于	来源于五棱镜	来源于旋转	来源于被测平面	- <del>) :</del> : 11 + 11
误差角	初始调整	扫描时的倾斜	臂的倾斜	镜的表面倾斜	刀 和依
$lpha_{ m pp}$	$< 30 \mu rad$	$<45 \mu rad$	<210 µrad	—	<217 µrad
${oldsymbol{\gamma}}_{ m pp}$	$<30 \ \mu rad$	$<45 \mu rad$	—	—	$< 54 \mu rad$
$lpha_{ m ac}$	—	—	<210 µrad	—	<210 µrad
$oldsymbol{eta}_{ m ac}$	—	—	<210 µrad	—	<210 µrad
${oldsymbol{\gamma}}_{ m ac}$	—	—	—	—	等于0 μrad
$lpha_{ m st}$	$< 30 \mu rad$	—	—	<9 µrad	<31 µrad
$\Delta lpha_{ m pp}$	—	21 µrad rms	—	—	21 µrad rms
$\Delta oldsymbol{\gamma}_{ m pp}$	—	21 µrad rms	—	—	21 µrad rms
$\Delta lpha_{ m st}$	_	_	_	3 µrad rms	3 µrad rms

 $\Delta \alpha_{pp}, \Delta \gamma_{pp} 和 \Delta \alpha_{st}$ 的值使用 rms 误差, 而其它倾斜 误差角的值使用极限误差。在本文中, 极限误差 等于相应的 rms 误差的 3 倍。对于表 1, 需要注意 两点:第一, α<sub>ac</sub>, β<sub>ac</sub>和 γ<sub>ac</sub>中不含有初始调整误差, 因为在初始调整过程中, 自准直仪 1 是基准; 第 二, γ<sub>pp</sub>和 γ<sub>ac</sub>中不含有旋转臂的倾斜误差, 因为旋 转臂的 γ 倾斜角误差实际上是转台的转角误差, 这将在后面的4.3节中进行分析。

表 2 和表 3 对  $E_{\delta}$ 的值进行了计算。注意,在 误差分析时,需要将式(15)中的所有负号变为正 号;另外,在表 3 中,将极限误差值看作常数。最 后得到由倾斜误差造成的表面倾斜角差值 $\delta$ 的误 差  $E_{\delta}$ 等于 11. 1 nrad rms。

表 2	计算式(15)的-	-些组成部分
-----	-----------	--------

Tab. 2 Calculations of some components in Equation (15) (µrad)

组成部分	$lpha_{_{ m pp}}$	$2lpha_{ m pp}$	$lpha_{ m ac}$	$lpha_{ m st}$	$oldsymbol{\gamma}_{ m pp}$	方和根
$2\alpha_{ m pp}$ + $\alpha_{ m ac}$ + $\alpha_{ m st}$	—	<434	< 210	< 31	—	< 483
$\alpha_{\rm ac}$ + $\alpha_{\rm st}$	—		< 210	< 31	—	< 212
$lpha_{ m ac}$ + $lpha_{ m pp}$ + $\gamma_{ m pp}$	<217		< 210		< 54	< 307

表 3 计算 E<sub>s</sub>的值

Tab. 3 Calculations of  $E_{\delta}$ 

式(15)中的项	误差值(nrad rms)
$\Delta \alpha_{\rm pp} \left( 2\alpha_{\rm pp} + \alpha_{\rm ac} + \alpha_{\rm st} \right)$	10.1
$\Delta \gamma_{ m pp} \left(  lpha_{ m ac}  + lpha_{ m st}   ight)$	4.5
$\Delta \alpha_{ m st} \left(  \alpha_{ m ac} + \alpha_{ m pp} + \gamma_{ m pp}  \right)$	0.9
方和根	11.1

#### 4.2 自准直仪1的测量误差

自准直仪 1 的测量误差为 100 nrad rms,根据 式(2),可得到相应的表面倾斜角差值  $\delta$  的误差 为:

$$\sqrt{\left(\frac{100}{2}\right)^2 + \left(\frac{100}{2}\right)^2} = 70.7 \text{ nrad rms}.$$
 (16)

#### 4.3 测量点的位置误差

转台的转角误差为 75 μrad rms,如果被测平 面镜的半径为 750 mm,则相应测量点的最大位置 误差等于:

 $75 \times 10^{-6} \times 750 = 0.056 \text{ mm rms}$ . (17)

光栅尺的测量误差为 0.005 mm rms,由此带 来的测量点的位置误差也为 0.005 mm rms。

在式(10)和式(11)中,除了  $\alpha_{st}$ 和  $\beta_{st}$ 以外的 一阶项  $\alpha_{pp}, \gamma_{pp}, \beta_{ac}, \gamma_{ac}, V_0$ 和  $H_0$ ,均会使射向被测 平面镜的光束产生倾斜,倾斜角的大小分别等于  $\alpha_{pp}, \gamma_{pp}, \beta_{ac}, \gamma_{ac}, V_0$ 和  $H_0$ 本身的大小。这种光束的 倾斜会带来测量点的位置误差,如表4所示,最后 计算得到相应测量点的位置误差为 0.052 mm rms。表4 中  $\alpha_{pp}$ 、 $\gamma_{pp}$ 、 $\beta_{ac}$ 和  $\gamma_{ac}$ 的值来源于表 1, $V_0$ 和  $H_0$ 的值通过实验标定。

## 表 4 计算光束倾斜带来的测量点位置误差 Tab. 4 Calculations of the position errors caused by beam tilts

业市倾创鱼	五棱镜与被	测量点位
	测平面镜的	置误差
/ μrad rms	距离/mm	mm rms
来源于 α <sub>pp</sub> :72		0.036
来源于 γ <sub>pp</sub> :18		0.009
来源于β <sub>ac</sub> :70	500	0.035
来源于 γ <sub>ac</sub> :0		0
来源于 V <sub>0</sub> :15		0.008
来源于 H <sub>0</sub> :15		0.008
方利	口根	0.052

将以上3种来源的测量点位置误差进行合成,得到测量点的总位置误差:

 $\sqrt{0.056^2 + 0.005^2 + 0.052^2} = 0.077 \text{ mm rms}$ .

被测平面镜的表面起伏一般是很平缓的,其 表面倾角的变化一般不大于15 nrad/mm。0.077 mm rms 的位置误差对应的表面倾斜角的误差等 于 1.2 nrad rms,于是根据式(2),相应的表面倾 斜角差值  $\delta$  的误差等于 1.7 nrad rms。

#### 4.4 五棱镜的制造误差

五棱镜的制造误差会使出射光产生固定的偏角 $V_0$ 和 $H_0^{[18]}$ ,在4.1节、4.3节中已经对 $V_0$ 和 $H_0$ 进行了分析。由式(15)可知, $V_0$ 在作差的过程中已抵消。

#### 4.5 环境变化带来的误差

为了减小环境变化的影响,整个检测系统和 被测平面镜放置在同一个隔振平台上,环境温度 控制为(20±0.2)℃。在检测过程中,停止人员 的走动和其它无关仪器的工作,以尽量减少振动 和空气扰动。

如 2.2 节所述,五棱镜在两个配对点之间的 运动时间为 7.5 s,再加上五棱镜倾斜变化量的监 视与调整所需的时间,测量两个配对点的时间间 隔在 10 s 左右,在这段很短的时间内,环境的变 化量很小,因此环境的影响在作差时几乎可忽略。

下面通过实验来测量环境变化的误差。在被 测平面镜上选择了相距 150 mm 的两个配对点, 分别记为点 1 和点 2,对这两个点的表面倾斜角 的差值进行测量,每 10 min 测量一次,共测量 24 h。表面倾角的测量结果如图 9 所示,表面倾角差 值的测量结果如图 10 所示。从图 9 可以看出,这 两个点的表面倾角的变化趋势是一样的,变化量 也几乎相同,因此变化量在作差时可以抵消;从图 10 可以看出,表面倾角差值的变化量很小。最后 计算得到,点 1 的表面倾角的标准偏差为 607.6 nrad,点 2 的表面倾角的标准偏差为 620.2 nrad,









Fig. 10 Results of the surface tilt angle difference

表面倾角差值的标准偏差为38.5 nrad。

#### 4.6 表面倾角差值 $\delta$ 的误差汇总

综上,表面倾角差值  $\delta$  的误差汇总见表 5,其 总误差为 81.3 nrad rms。

表 5 表面倾角差值的误差汇总

# Tab. 5 The combined error of the surface tilt angle difference

误差来源	误差值/nrad rms
倾斜误差	11.1
自准直仪1的测量误差	70.7
测量点的位置误差	1.7
环境变化带来的误差	38.5
方和根	81.3

#### 4.7 仿真分析确定面形检测精度

通过前面的分析得到,表面倾角差值 $\delta$ 的测量误差为81.3 nrad rms,在此基础上,通过仿真分析确定由 $\delta$ 的误差造成的面形检测误差。

按照2.2节中所述的参数进行仿真分析,计 算软件采用 MATLAB。仿真分析步骤为:第一步, 已知对于抛光后的平面镜,其上任意两点的表面 倾角的差值大致为3 μrad rms 左右,其随机产生 440 个3 μrad rms 的表面倾角差值,分别与440 对 配对点相对应,然后利用这些表面倾角差值,按 2.3节的方法计算出面形,记为面形1;第二步,随 机产生440 个81.3 nrad rms 的误差值,把这些误 差值分别加到440 个表面倾角差值上,得到含有 误差的440 个表面倾角差值,再利用它们来计算 出含有误差的面形,记为面形2;第三步,将面形2 与面形1 作差,得到面形检测误差,再计算该面形 检测误差的 rms 值。

按以上步骤重复计算 10 次,得到 10 个 rms 值,它们的最大值为 7.2 nm rms,即为由 δ 的误差 造成的面形检测误差。

在 2.5 节中,已经通过仿真分析得到了检测的原理误差,为 2.3 nm rms,于是总的面形检测误 差等于:

$$\sqrt{7.2^2 + 2.3^2} = 7.6$$
 nm rms. (19)  
所以五棱镜扫描法的面形检测精度为 7.6

nm rms<sub>o</sub>

5 检测实验与结果对比

采用图 8 所示的检测系统对一块口径为 1.5 m 的平面镜的面形进行了检测实验,如图 11 所 示,检测原理与检测参数如第 2 节所述。





对面形共检测了 5 次,5 次检测的平均面形 如图 12 所示。5 次检测的标准偏差如图 13 所 示,最大标准偏差为 6.1 nm,仅出现在平面镜边 缘,平均标准偏差为 4.0 nm,可见,检测重复性较 好。

朱硕用 Ritchey-Common 法对同一块平面镜 的面形进行检测<sup>[17]</sup>,检测光路如图 14 所示,检测 得到的平面镜面形如图 15 所示。将图 12 与图 15 比较后可知,从整体上来看,两种方法得到的 面形的分布比较相似:在中部偏右的值都比较大, 在右上边缘和右下边缘处的值都比较小,在其它 位置处的值都居中。两者的 RMS 值差距也不大, 但是 PV 值差距较大,下面进行详细分析。



- 图 12 5 次检测的平均面形 (PV = 45.3 nm, RMS = 13.2 nm)
- Fig. 12 Average surface shape of 5 times of measurements(PV = 45.3 nm, RMS = 13.2 nm)



图 13 5 次检测的标准偏差

Fig. 13 Standard deviation of 5 times of measurements





Ritchey-Common 法使用的干涉仪的 CCD 分 辨率为1024 pixel×1024 pixels,换算到被测平面 镜上,采样间距和采样口径均为1.5 mm 左右,而 本文的五棱镜扫描法的平均采样间距达到了 60 mm,采样口径达到了 27 mm,所以,五棱镜扫 描法的检测频率要远低于 Ritchey-Common 法。 因此,在图 15 中,Ritchey-Common 法得到的面形 的高频信息较多,面形分布比较散乱;而在图 12 中,五棱镜扫描法得到的面形的高频信息较少,面



- 图 15 Ritchey-Common 法检测得到的平面镜面形 (PV = 79.1 nm, RMS = 11.5 nm)
- Fig. 15 Flat mirror surface shape detected by Ritchey-Common method(PV = 79.1 nm, RMS = 11.5 nm)

形分布比较平滑。注意,在图 15 的右下边缘处有 一块很小的红色区域(彩图见期刊电子版),表示 此处有一个面积很小的突起,Ritchey-Common 法 检测到了这个突起,它对 PV 值的贡献达到了 30 nm 左右,而五棱镜扫描法由于检测频率较低,所 以没有检测到这个突起,从而大大减小了 PV 值, 可见,这个突起是两者的 PV 值差距较大的主要 原因。

将 Ritchey-Common 法的面形结果作低通滤 波后得到如图 16 所示的面形,滤波器采用巴特沃 斯低通滤波器<sup>[20-21]</sup>。五棱镜扫描法的平均采样 间距为 60 mm,所以根据采样定理,低通滤波的截 止频率等于:



$$\frac{1}{2 \times 60} = 0.008 \ 3 \ \text{lp/mm} \,.$$
 (20)

- 图 16 将图 15 作低通滤波后的面形图 (PV = 43.8 nm, RMS = 11.9 nm)
- Fig. 16 Surface shape of Fig. 15 after low pass filtering (PV = 43.8 nm, RMS = 11.9 nm)

将图 16 与图 15 比较后可知,经过低通滤波 后,面形变得平滑,由于右下边缘的突起被滤掉 了,所以 PV 值下降较多,但 RMS 值变化不大。 将图 16 与图 12 比较可知,与滤波前相比,两者的 面形分布更加相似,都较平滑,PV 值也更加接近 了。可见,五棱镜扫描法的面形结果相当于是 Ritchey-Common 法面形结果的低频部分。

实际上,五棱镜扫描法的检测频率是可控的, 通过减小采样间距和采样口径,增加 Zernike 多项 式的项数,就可以提高检测频率;反之,通过增大 采样间距和采样口径,减少 Zernike 多项式的项 数,就可以降低检测频率。下一步,本项目组计划 提高五棱镜扫描法的检测频率再进行实验。

另外,在检测过程中,检测频率、采样间距、采 样口径以及 Zernike 多项式的项数这 4 个参数要 相互匹配,这样才能检测出该频率下正确的面形。 匹配的原则是:如果需要的检测频率较高,则采样 间距和采样口径就需要小一些,Zernike 多项式的 项数就需要多一些;如果需要的检测频率较低,则 采样间距和采样口径就需要大一些,Zernike 多项 式的项数就需要少一些。本文根据上述匹配原 则,确定了平均最高检测频率为 0.008 3 lp/mm, 平均采样间距为 60 mm,采样口径为 27 mm, Zernike 多项式的项数为 36。通过前面所述的仿 真分析和检测实验已证明这 4 个参数是相互匹配 的。

最后计算得到,图 12 与图 15 的差值 rms 值 为 7.1 nm,图 12 与图 16 差值的 rms 值为 3.2 nm,均小于五棱镜扫描法的面形检测精度 7.6 nm rms,可见本文检测方法是正确的。

#### 6 结 论

本文提出了一种新的五棱镜扫描法检测大口 径平面镜的面形。该方法使用一个扫描的五棱镜 和一个自准直仪测量表面倾斜角的差值,然后建 立方程组,最后采用最小二乘法计算得到被测平 面镜的面形。

该方法可以有效减小各种测量误差:第一,五 棱镜本身的误差抑制特性以及表面倾斜角差值的 计算可以消除倾斜误差的一阶影响;第二,五棱镜 倾斜变化量的监视与调整可以减小倾斜误差的二 阶影响;第三,仅使用一个五棱镜以及表面倾斜角 差值的计算可以消除五棱镜制造误差的影响;第 四,通过计算表面倾斜角差值、严格控制环境以 及保证两个配对点的测量时间间隔较短,可以减 小环境带来的误差;第五,两个配对点之间较长的 距离可以减小相对误差。 误差分析表明,该方法的面形检测精度为 7.6 nm rms。采用该方法对一块1.5 m 口径的平 面镜的面形进行了检测,并与 Ritchey-Common 法 的检测结果进行了对比,两种方法的面形结果的 差异为7.1 nm rms,小于该五棱镜扫描法的面形 检测精度,证明了利用该五棱镜扫描法检测大口 径平面镜面形的正确性。

#### 参考文献:

- [1] 赵维谦,李文字,赵齐,等. 被测件随机移相干涉面形测量方法[J]. 光学 精密工程,2016,24(9):2167-2172.
   ZHAO W Q,LI W Y,ZHAO Q, et al. . Surface measurement by randomly phase shifting interferometry of measured element[J]. Opt. Precision Eng., 2016,24(9):2167-2172. (in Chinese)
- [2] ZHU SH, ZHANG X H. Eliminating alignment error and analyzing Ritchey angle accuracy in Ritchey Common test[J]. *Optics Communications*, 2013, 311:368-374.
- [3] 林冬冬,胡明勇,李金鹏,等.大口径平面镜局部采样瑞奇-康芒检验[J].激光与光电子学进展,2018,55(3): 031202.

LIN D D, HU M Y, LI J P, et al. Local sampling Ritchey-Common test for large aperture flat mirror[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(3):031202. (in Chinese)

- [4] 王孝坤.大口径离轴凸非球面系统拼接检验技术[J].中国光学,2016,9(1):130-136.
   WANG X K. Measurement of large off-axis convex asphere by systemic stitching testing method[J]. *Chinese Optics*,2016, 9(1):130-136. (in Chinese)
- [5] 郭福东,唐锋,卢云君,等.子孔径拼接干涉的快速调整及测量[J].光学 精密工程,2017,25(10):2682-2688.
   GUO F D, TANG F, LU Y J, et al.. Rapid adjustment and measurement for subaperture stitching interferometry[J]. Opt. Precision Eng., 2017,25(10):2682-2688. (in Chinese)
- [6] 于瀛洁,齐特,武欣.大尺寸光学元件在位动态干涉拼接测量系统[J]. 光学 精密工程,2017,25(7):1764-1770.
   YU Y J,QI T,WU X. On-line dynamic interference stitching measurement system for large optical elements[J]. Opt. Precision Eng., 2017,25(7):1764-1770. (in Chinese)
- [7] 张磊,刘东,师途,等.光学自由曲面面形检测技术[J].中国光学,2017,10(3):283-299.
   ZHANG L,LIU D,SHI T, *et al.*. Optical free-form surfaces testing technologies[J]. *Chinese Optics*,2017,10(3):283-299. (in Chinese)
- [8] GECKELER R D, ARTEMIEV N A, BARBER S K, et al. Aperture alignment in autocollimator-based deflectometric profilometers [J]. Review of Scientific Instruments, 2016, 87(5):051906.
- [9] SIEWERT F,ZESCHKE T,ARNOLD T, et al. Linear chirped slope profile for spatial calibration in slope measuring deflectometry[J]. Review of Scientific Instruments, 2016, 87(5):051907.
- [10] QIAN J, SULLIVAN J, ERDMANN M, et al. Performance of the APS optical slope measuring system [J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2013,710:48-51.
- [11] QIAN SH N, GECKELER R D, JUST A, et al. Approaching sub-50 nanoradian measurements by reducing the saw-tooth deviation of the autocollimator in the Nano-Optic-Measuring Machine [J]. Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment, 2015, 785:206-212.
- [12] ALCOCK S G, NISTEA L, SAWHNEY K. Nano-metrology: the art of measuring X-ray mirrors with slope errors <100 mrad[J]. Review of Scientific Instruments, 2016, 87(5):051902.</p>
- [13] MALLIK P C V, ZHAO CH Y, BURGE J H. Measurement of a 2-meter flat using a pentaprism scanning system [J]. Optical Engineering, 2007, 46(2):023602.

- [14] YELLOWHAIR J, BURGE J H. Analysis of a scanning pentaprism system for measurements of large flat mirrors [J]. Applied Optics, 2007, 46(35):8466-8474.
- [15] QI E H, HU H X, HU H F, et al. The application of pentaprism scanning technology on the manufacturing of M3MP[J]. Proceedings of SPIE, 2016, 9682:96821A.
- [16] 袁理,张晓辉,韩冰,等. 五棱镜转动时出射光角度的变化[J]. 中国光学,2015,8(6):1035-1043.
   YUAN L,ZHANG X H,HAN B, et al.. Changes of output light's angles with pentaprism rotation[J]. Chinese Optics, 2015,8(6):1035-1043. (in Chinese)
- [17] 朱硕.大口径光学平面镜面形检测技术研究[D].北京:中国科学院大学,2014.
   ZHU SH. Study on technology for large optic flat mirror testing[D]. Beijing:University of Chinese Academy of Sciences, 2014. (in Chinese)
- [18] GECKELER R D. Optimal use of pentaprisms in highly accurate deflectometric scanning[J]. Measurement Science and Technology, 2007, 18(1):115-125.
- [19] 费业泰.误差理论与数据处理[M]. 6版.北京:机械工业出版社,2010. FEIYT. Error Theory and Data Processing [M]. 6th ed. Beijing: China Machine Press, 2010. (in Chinese)
- [20] 赖丽萍,梁德娟,庄其仁.聚合物光栅生物传感器光信号检测滤波电路[J].光学与光电技术,2013,11(1):56-59.
   LAILP,LIANGDJ,ZHUANGQR. Filter circuits used for optical signal detection in the polymer grating biosensors
   [J]. Optics & Optoelectronic Technology,2013,11(1):56-59. (in Chinese)
- [21] 孟浩玉,王彦,汪诚伟,等.基于锁相放大原理的微弱光信号检测系统设计[J].光学与光电技术,2014,12(6):88-91.

MENG H Y, WANG Y, WANG CH W, et al. Design of the weak fluorescence signal detection system based on the principle of lock-in amplifier[J]. Optics & Optoelectronic Technology, 2014, 12(6):88-91. (in Chinese)

#### 作者简介:



袁 理(1983—),男,四川泸州人,硕
士,副研究员,2006年、2008年于天津大
学分别获得学士、硕士学位,主要从事
光学检测技术方面的研究。E-mail:
yuanli83130@163.com



张晓辉(1967—),女,吉林长春人,硕 士,研究员,1991年于中国科学院长春 光学精密机械与物理研究所获得硕士 学位,主要从事光学检测、像质评价技 术等方面的研究。E-mail:xhz861@outlook.com