文章编号 1004-924X(2017)01-0084-09

# 复合滑模控制在精密 PMLSM 激光切割运动平台的应用

张 博<sup>1</sup>,韩雪峰<sup>2</sup>,齐 蓉<sup>1\*</sup>,张 弛<sup>2</sup>

(1. 西北工业大学 自动化学院,陕西 西安 710129;2. 中国科学院长春光学精密机械研究所,吉林 长春 130033)

摘要:针对永磁直线同步电机激光切割运动平台的位置伺服控制低抖振、高精度、强鲁棒的要求,在传统双幂次滑模趋近 律的基础上,提出一种变边界层的双幂次滑模趋近律带滑模扰动观测器的复合趋近律滑摸控制方法。变边界层方法是 对控制系统的控制精度要求和降低抖振的权衡,而所提出的方法又继承了传统双幂次滑模趋近律方法的有限时间收敛 特性。为了降低控制系统设计的保守性,设计了一种基于超螺旋算法的滑模扰动观测器对系统的未知扰动进行估计,并 在此算法中添加一个幂指数,通过仿真实验证明了提高幂指数的数值可加快未知扰动的估计值的收敛速度。结合 Lyapunov 稳定性理论,证明了闭环系统的稳定性。最后,搭建了用于激光切割的永磁直线同步电机平移试验台对所提 出的控制器进行测试。实验结果表明:本文所提出的控制器的位置跟踪误差不超过 1 μm,且误差波动较小,能够满足伺 服控制系统的要求。

关 键 词:永磁直线同步电机;复合滑模控制;滑模扰动观测器;位置伺服;变边界层 中图分类号:TP273 文献标识码:A doi:10.3788/OPE.20172501.0084

# Application of composite sliding mode control on motion platform of PMLSM precision laser cutting

ZHANG Bo<sup>1</sup>, HAN Xue-feng<sup>2</sup>, QI Rong<sup>1\*</sup>, ZHANG Chi<sup>2</sup>

 (1. School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710129, China;
 2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)
 \* Corresponding author, E-mail: lhqr@nwpu.edu.cn

**Abstract**: A composite sliding mode control method, which was based on the traditional double power sliding mode reaching law method, was adopted for the requirements of low chattering, high-performance and strong robustness on the motion platform of permanent magnet linear synchronous motor precision laser cutting. A variable boundary layer of double power reaching law with sliding mode disturbance observer has been proposed in this paper. The method of variable boundary layer is a trade-off between control precision and chattering reduction, and it inherits the finite time

基金项目:国家自然科学基金资助项目(No. 51407143);高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(No. 20136102120049);陕西省自然科学基础研究计划资助项目(No. 2014JQ7264);陕西省微特电机及驱动技术重点实验室开放基金资助项目(No. 2013SSJ10022);中央高校基本科研业务费专项资金资助项目 (No. 3102014JCQ01066)

收稿日期:2016-08-20;修订日期:2016-09-27.

convergence properties of the double power sliding mode reaching law. In order to reduce the conservatism of the system design, a sliding mode disturbance observer based on super-twisting algorithm was used to estimate the unknown disturbance on the system. A power exponent was added in this algorithm and the simulation experiments verified that increasing the value of the power exponent can accelerate the convergence rate of the unknown disturbance estimations. The stability of the closed-loop system was proved by the Lyapunov stability theory. Finally, a laser cutting translation test stage based on PMLSM was built. The experimental results showed that the proposed control method could satisfy the requirements of the system.

Key words: permanent magnet linear synchronous motor; composite sliding mode control; sliding mode disturbance observer; position servo; variable boundary layer

## 1 引 言

永磁直线同步电机 (Permanent Magnet Linear Synchronous Motor, PMLSM) 具有结构 简单,定位精确、动态响应快速、推力密度大、热损 耗低等优点,在超精密加工机床、超高速激光切 割、光学瞄准设备等高精度数控伺服驱动平台中 获得了广泛应用[1-2]。传统伺服机构由旋转电机、 齿轮箱、链条、丝杠等构成,与之相比,PMSLM 可 直接驱动负载做直线运动,无需中间环节,不存在 啮合齿隙,适用于高精密场合[3]。然而,这种直线 伺服系统不含齿轮、滚珠丝杠等辅助机械机构,系 统柔性较差,其运动特性对参数时变、摩擦力、边 端力及外部干扰等不确定因素较为敏感。另外, PMLSM 本身具有高阶、非线性、强耦合特性等, 实现高精度伺服控制难度较大。现有控制方法包 括继电控制<sup>[4]</sup>、迭代学习控制<sup>[5]</sup>、模糊控制<sup>[6]</sup>以及 与智能算法相结合的控制<sup>[7]</sup>等。

高为炳<sup>[8]</sup>提出的趋近律滑模控制可以改善系 统趋近过程的动态品质且在一定程度上可以降低 抖振,成为滑模控制领域的一个焦点并取得了一 定的成果。然而,传统的趋近律滑模存在抖振现 象、收敛速度慢及动态响应不平滑等问题,梅红 等<sup>[9]</sup>提出双幂次趋近律滑模方法,将系统状态到 达滑模面的过程分为2个阶段,通过双幂次项系 数的合理选择,加快了系统状态到达滑模面的速 度。张合新等<sup>[10]</sup>从理论上证明了双幂次滑模趋 近律具有二阶滑模特性,并证明了系统状态及其 导数能够快速收敛到平衡零点的邻域内。李慧洁 等<sup>[11]</sup>在双幂次滑模趋近律的基础上,提出一种特 定双幂次趋近律的滑模控制方法,并证明了双幂 次趋近律具有全局快速的固定时间收敛特性,且 收敛时间存在与滑模初值无关的上界。同时文献 [10-11]也指出当系统存在有界集总扰动时,双幂 次趋近律不再具有有限时间收敛特性,可以设计 滑模扰动观测器在线估计扰动,在控制输出中补 偿,以保证双幂次趋近律的特性。

本文在基于双幂次滑模趋近律控制方法的基础上,提出了带滑模扰动观测器的变边界层双幂 次滑模趋近律的复合趋近律滑模方法。与传统的 双幂次滑模趋近律和固定边界层的滑模趋近律方 法相比,采用变边界层滑模控制能够权衡 PMLSM 位置伺服控制系统的高精度和低抖振的 要求。考虑到系统的不确定性对控制系统的影响 较大,而精确计算和实时测量波动力等未知扰动 较为困难,为了补偿扰动项对系统的影响,设计基 于超螺旋算法的滑模扰动观测器以降低控制设计 的保守性、进一步削弱抖振的振幅、提高位置伺服 的精度。最后,通过搭建激光切割 PMLSM 平移 台,验证了该控制方法的有效性。

#### 2 永磁直线同步电机的数学模型

PMLSM 是一种单边面装式平板结构的电 机。假设磁路不饱和,永磁体的磁导率为 $\mu_0$ (真 空磁导率),磁滞和涡流损耗不计,空间磁势和磁 链呈对称正弦分布,采用  $i_d=0$ 的磁场定向控制 (Field Oriented Control, FOC)。简化的 PMLSM 模型为<sup>[12]</sup>:

$$\begin{cases} u_{d} = R_{s}i_{d} + Lpi_{d} + p\varphi_{m} - \frac{\pi}{\tau}\nu Li_{q} \\ u_{q} = R_{s}i_{q} + Lpi_{q} + \frac{\pi}{\tau}\nu (Li_{d} + \varphi_{m}), \quad (1) \\ F_{e} = \frac{3\pi n_{p}}{2\tau}i_{q}^{*} = k_{f}i_{q}^{*} \end{cases}$$

式中: $u_d$ 和 $u_q$ 分别为d轴和q轴电压; $R_s$ 为绕组

电阻; $i_a$ 和 $i_q$ 为d轴和q轴电流;L为绕组电感; p为微分算子; $\varphi_m$ 为永磁体产生的磁链; $\nu$ 为动子 的运动速度; $F_e$ 为永磁体磁场和绕组电流的磁场 相互作用产生的电磁推力; $n_p$ 为电机的极对数;  $i_a^*$ 为q轴电流给定信号; $k_i$ 表示推力系数。

PMLSM 的动力学方程为:

 $F_e = Mv + Bv + f_{load} + f_{\Delta} + f(v)$ , (2) 式中:M为折算到动子上的总质量;B为黏滞系数;  $f_{load}$ 为负载力; $f_{\Delta}$ 为未知扰动力,由 PMLSM 本身 所受边端力及齿槽力叠加而成;f(v)为运动过程中 所受的摩擦力,是由库仑摩擦、静摩擦和黏滞摩擦 叠加而成。由于摩擦力的精确数学模型难以得到, 采用 Stribeck 摩擦模型对 f(v)进行估计<sup>[13]</sup>:

 $f(v) = [f_c + (f_s - f_c)e^{-(v/v_s)^2}]sgn(v), (3)$ 式中: $v_s$ 为 Stribeck 速度。如图 1 所示。



图 1 Stribeck 摩擦模型 Fig. 1 Stribeck friction model

定义 x 为 PMLSM 动子运动位移,则由式  $(1) \sim (3)$ 可得,PMLSM 的运动方程为:

 $M\ddot{x} = k_{\rm f} i_{\rm q}^{\star} - Bv - f_{\rm load} - f_{\Delta} - f(v). \qquad (4)$ 

在 PMLSM 位置伺服三闭环控制系统中,由 于电流环包括逆变器内,考虑到电流环动态特性 与电磁力的输出相关,是衡量直线电机伺服性能 的关键指标。而电磁时间常数比机械时间常数小 得多,且电流环的带宽高于速度环和位置环,在矢 量控制方法中,速度和电流间的耦合不需考虑,通 过磁场定向就可以实现交、直轴之间的静态耦合。 因此,可将电流环简化为比例系数为1的比例环 节,复合滑模控制器是将位置调节器与速度调节 器合二为一<sup>[14]</sup>。

实际运行过程中的电机,绕组温度的变化会 引起电机电磁特性的改变(如电阻、电感等参数会 有较大的变化);而系统外部负载的扰动也会带来 PMLSM 系统的动态特性的变化。因此,可将由 外部负载  $f_{load}$ 和系统受到的不确定性力  $f_{\Delta}$ 所引 起的扰动称为系统的未知扰动,用 d表示,即 d=

$$-rac{f_{\mathrm{load}}}{M}-rac{f_{\Delta}}{M}\circ$$

定义状态变量  $X = [x_1, x_2]^T = [x, \nu]^T$ ,由式 (4)可得系统的状态方程为:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1} = x_{2} \\ \dot{x}_{2} = \frac{k_{f}}{M} \dot{i}_{q}^{*} - \frac{B}{M} x_{2} - \frac{f_{\text{load}}}{M} - \frac{f_{\Delta}}{M} - \frac{f(v)}{M} = \frac{k_{f}}{M} u - \frac{B}{M} x_{2} - \frac{f(v)}{M} + d, \end{cases}$$
(5)  
$$y = x_{1}$$

式中:u 为控制器的控制律: $u = i_q^*$ ;y 为系统的输 出变量,为位置信号;同时,设  $x_d$  为给定的位置参 考信号,并给出如下假设:

假设1:x<sub>d</sub> 具有2阶连续可微且有界。

假设 2:系统中未知扰动 d 满足 Lipschitz 条件,且一阶可导有界: $|d| \leq \epsilon$ ,  $\|\dot{d}\| \leq \rho, \epsilon, \rho > 0$ 。

3 控制器设计

#### 3.1 双幂次滑模趋近律方法及其特性

双幂次滑模趋近律<sup>[9]</sup>是以滑模变量 s=1为 界限,将系统状态从任意初始位置到达滑模面的 过程分为 2 个阶段,通过双幂次函数分别加快 2 个阶段的趋近速度,实现了滑模变量的速率调节, 具有二阶滑模的特性,可较大程度降低抖振<sup>[15]</sup>。 双幂次滑模趋近律为:

 $s = -\alpha |s|^{a_1} \operatorname{sgn}(s) - \beta |s|^{a_2} \operatorname{sgn}(s),$  (6) 式中: $\alpha > 0, \beta > 0, a_1 > 1, 0 < a_2 < 1;$ 由幂函数的性 质可知:当系统状态变量  $|s| \ge 1$  时, $s \approx -\alpha |s|^{a_1}$  $\operatorname{sgn}(s);$  而 当 系 统 状 态 变 量 |s| < 1 时, $s \approx -\beta |s|^{a_2} \operatorname{sgn}(s);$ 因此,对参数的合理设计可显著 加快系统靠近平衡点阶段的收敛速度;且存在与 状态初值  $s_0$  无关的上界  $T_{\max}$ ,使得 s 及 s 收敛到 零, $T_{\max}$ 表示为<sup>[11]</sup>:

$$T_{\max} = \frac{1}{\alpha(a_1 - 1)} + \frac{1}{\beta(1 - a_2)}.$$
 (7)

86

 $u_{\rm eq}$ 

由此可知:该方法即具有传统趋近律滑模的 特性,又具有起始阶段收敛速度快的优点。

传统双幂次滑模趋近律的方法如下:

设位置跟踪误差为  $e = x_1 - x_1$ ,并取滑模

$$u = -\frac{M}{k_t} \Big[ \left( k - \frac{B}{M} \right) \dot{x} - \frac{f(v)}{M} - k \dot{x}_d - \dot{x}_d \Big]$$
  
由滑模控制可知,式(9)中的控制律  $u$  只有在  
假设 1 条件下有意义。控制律  $u$  由等效控制律  
 $u_{eq}$ 和切换控制律  $u_s$ 组成。等效控制用以控制系  
统的确定部分,主要将系统状态保持在滑模面上;  
而切换控制主要是通过高频切换迫使系统状态到  
达滑模面并在滑模面上的运动稳定,以实现对外  
部负载扰动和未知性扰动的鲁棒控制<sup>[16]</sup>。因此,  
式(9)的前 4 项为等效控制律,后 2 项则为切换控  
制律。然而,直接使用式(9)的控制律,由于符号

式( 制御 函数和未知扰动的存在,控制律会较易出现抖振, 削弱抖振的方法有两种:一种是采用饱和函数代 替式(9)中的符号函数,另一种则是考虑使切换增 益超过不确定性的未知扰动。将这两种削弱抖振 的方法相结合,较好的实现了降低抖振的目的。 面为:

$$s = ke + e.$$
 (8)

对式(8)两边求导,并将式(5)和式(6)代入, 可得双幂次滑模趋近律的控制律为:

$$-\ddot{x}_{d} + d + \alpha |s|^{a_{1}} \operatorname{sgn}(s) + \beta |s|^{a_{2}} \operatorname{sgn}(s) \Big].$$
(9)

当采用固定边界层方法时,难以同时满足提高控 制精度与削弱抖振的要求,而变边界层法则是对 控制精度与抖振的权衡。

3.2 变边界层双幂次滑模趋近律控制律设计

设误差精度为  $\sigma(\sigma \ge 0)$ 。则变边界层 Φ 可表 示为[17].

$$\Phi = \Phi_1 \chi(e) + \Phi_2 (1 - \chi(e)), \qquad (10)$$

式中: $\Phi_1 > \Phi_2 > 0$ ; $\gamma(e)$ 为误差函数:当 $|e| > \sigma$ 时,  $\gamma(e) = 1, \Phi = \Phi_1; \exists |e| \leq \sigma \forall, \gamma(e) = 0, \Phi = \Phi_2.$ 

定义饱和函数为:

$$\operatorname{sat}\left(\frac{s}{\Phi}\right) = \begin{cases} s/\Phi, |s| \leq \Phi\\ \operatorname{sign}(s), |s| > \Phi \end{cases}$$
(11)

联立式(9)~(11),推出变边界层双幂次滑模 控制律为:

界,对稳态误差界的分析可由定理1给出。

够分别在有限时间内收敛到如下邻域[11]:

定理1:对于一种存在不确定扰动的系统:  $\dot{s} = -\alpha |s|^{a_1} \operatorname{sgn}(s) - \beta |s|^{a_2} \operatorname{sgn}(s) + d.$  (13) 由假设条件 2 可知:系统(6)的状态 s 和 s 能

$$u = -\frac{M}{k_f} \bigg[ \left( k - \frac{B}{M} \right) \dot{x} - \frac{f(v)}{M} - k \dot{x}_d \bigg] - \ddot{x}_d + d + \alpha \bigg| s \bigg|^{a_1} sat \bigg[ \frac{s}{\Phi_1 \chi(e) + \Phi_2 (1 - \chi(e))} \bigg] + \beta \bigg| s \bigg|^{a_2} sat \bigg[ \frac{s}{\Phi_1 \chi(e) + \Phi_2 (1 - \chi(e))} \bigg] \bigg\}.$$

$$(12)$$

#### 滑模扰动观测器的设计 4

4.1 扰动观测器设计存在的问题

对式(12)中的未知扰动 d 进行估计的前提 是系统误差必须有界,即系统必须存在稳态误差

$$| \leq \min[(\epsilon/\alpha)^{1/a_1}, (\epsilon/\beta)^{1/a_2}]$$

$$\left| \dot{s} \right| \leq \min\{\varepsilon, \alpha(\varepsilon/\beta)^{a_1/a_2}\} + \varepsilon + \min\{\varepsilon, \beta(\varepsilon/\alpha)^{a_2/a_1}\}$$

(14)

由式(12)可知,边界层是受控制器的输出精 度控制的。因而,通过合理地设计  $\Phi_1$  和  $\Phi_2$  的参 数,可同时满足控制系统对提高精度与降低抖振 的要求。然而,在实际中, $\Phi_1$ 和  $\Phi_2$ 的参数的选择 较为困难,主要是由于未知扰动项 d 的存在,文 献[10-11]指出:当系统存在的未知扰动有界时, 双幂次趋近律不再具有有限时间收敛特性,仅能 使跟踪误差收敛到误差的稳定界内。因而,对 PMLSM 系统未知扰动的在线估计,能够消除未 知扰动对 PMLSM 控制系统的影响,以达到理想 的补偿效果<sup>[18]</sup>。但由于模型拟合误差的存在,未

知扰动项瞬时变化,因此如何处理未知扰动项是 对未知扰动补偿设计的首要问题,滑模控制具有 较强的鲁棒性,其切换增益大于不确定项。但精 确计算和测量 PMLSM 的波动力、外部扰动等未 知扰动较为困难,可采用自适应估计扰动上界的 方法确定不确定切换项的增益,这必然会导致控 制设计的保守性,使系统产生较大抖振。为了降 低扰动项对系统的影响,设计了一种基于超螺旋 算法的滑模扰动观测器以降低控制切换项增益。 进一步降低抖振幅度、提高控制精度。在分析超 螺旋算法的基础上,引入参数,提出引入幂指数 l 的超螺旋算法的滑模扰动观测器的设计,能够提 高滑模扰动观测器的调节的灵活性和收敛速度。 4.2 滑模扰动观测器的设计

对存在不确定扰动的式(5)系统,定义辅助滑 模变量 s<sub>1</sub>为:

$$s_{1} = x_{2} - \int \left(\frac{k_{f}}{M}u - \frac{B}{M}x_{2} - \frac{f_{\Delta}}{M} + \mu\right) d\tau.$$
 (15)  
对式(15)微分并联立式(5),有:  
 $\dot{s}_{1} = d - \mu.$  (16)  
 $\mu$  采用如下的超螺旋算法设计:

$$\mu = \eta_1 |s_1|^{1/2+l} \operatorname{sgn}(s_1) + \int_0^l \eta_2 s_1^{2l} \operatorname{sgn}(s_1) d\tau,$$
(17)

式中: $l \in N$ 。

联立式(16)和(17),可得:

$$\begin{cases} \dot{s}_1 = -\eta_1 \left| s_1 \right|^{1/2+l} \operatorname{sgn}(s_1) + \kappa \\ \dot{\kappa} = -\eta_2 s_1^{2l} \operatorname{sgn}(s_1) + \dot{d} \end{cases}$$
(18)

定理 2: 令式(17) 中 l=1,并假设复合扰动 d全局有界且 $|d| \leq \delta |s_1|^{3/2}$ ,如果  $\eta_1$  和  $\eta_2$  满足<sup>[19]</sup>:

$$\eta_1 > 2\delta, \eta_2 > \frac{\eta_1 \delta^2}{8(\eta_1 - 2\delta)},$$
 (19)

则滑模变量  $s_1$  在有限时间  $t(s_{10})$ 内收敛到 0,且收 观测器的调节更加灵活  $u = -M/k_{\rm f} \{ [(k-B/M)\dot{x} - f(v)/M - k\dot{x}_{\rm d} - \ddot{x}_{\rm d} +$ 



图 3 变边界层双幂次趋近律 PMLSM 位置伺服控制 系统

Fig. 3 Position servo control system of PMLSM with Variable boundary layer of double exponential reaching law

综上,变边界层的双幂次滑模趋近律具有二 阶滑模特性、全局有限时间收敛特性并具有稳态 误差界;基于超螺旋算法所设计的滑模扰动观测 器能够对系统扰动量快速准确的估计。本文将应 敛时间  $t(s_{10})$ 满足:

$$t(s_{10}) \leq 2V^{1/2}(s_{10})\lambda_{\max}(\chi) / [\lambda_{\min}^{1/2}(\chi)\lambda_{\min}(\overline{\Theta})],$$
(20)

式中:
$$s_{10}$$
为状态变量  $s_1$  的初始值; $\chi$ 、 $\overline{O}$  为:

$$\chi = \begin{bmatrix} 0.5 \eta_{1}^{-} + \eta_{2} & -0.5 \eta_{1} \\ -0.5 \eta_{1} & 1 \end{bmatrix}, \quad (21)$$
$$\overline{\Theta} = \begin{bmatrix} \eta_{1}^{2} + 2\eta_{2} - \delta \left(\frac{3\eta_{2}}{\eta_{1}} + \frac{3}{2} \eta_{1}\right) & -\frac{3}{2} \eta_{1} + \frac{1}{2} \delta \\ -\frac{3}{2} \eta_{1} + \frac{1}{2} \delta & \frac{3}{2} \end{bmatrix}. \quad (22)$$

定理 2 表明,在有限时间  $t(s_{10})$ 后,状态变量  $s_1$ 和及速度  $s_1$  能够收敛到原点, $s_1 = s_1 = 0$ 。因此,在有限时间后,式(12)中的 d 可由式(17)的  $\mu$ 估计,即未知扰动的估计值  $\hat{d} = \mu$ 。而  $\mu$  是由  $\eta_1$ 、  $\eta_2$  和 l 决定的,由式(18)可知,在选定  $\eta_1$ 、 $\eta_2$  后, 适当调整 l 的大小,可改变滑模变量  $s_1$  的趋近速 度,适当增加幂指数 l 值,可使得对未知扰动的估 计收敛速度得到提高,可进一步减小系统的保守 性。因此,这种算法在实际应用中,使得滑模扰动 观测器的调节更加灵活。系统的控制律为:

 $\alpha |s|^{a_{1}} \operatorname{sat}(s/(\Phi_{1}\chi(e) + \Phi_{2}(1-\chi(e)))) + \beta |s|^{a_{2}} \operatorname{sat}(s/(\Phi_{1}\chi(e) + \Phi_{2}(1-\chi(e)))) + \hat{d} \}.$ (23)  $\begin{array}{c} \\ \underline{f_{2}}^{l_{n}} \\ \underline{f_{n}}^{l_{n}} \\ \underline{f_{n}}^{l$ 

4.3 闭环系统稳定性分析

引理 1:若连续径向无界函数  $V(x): R^n \rightarrow R_+$   $\bigcup \{0\}$  满足以下条件:(1)V(0)=0,原点是全局有 限时间收敛平衡点;(2)存在  $0 < \mu < 1, \vartheta > 0, r_\mu >$  $0, r_\vartheta > 0$  使下式成立<sup>[20]</sup>:

$$\dot{V} \leqslant \begin{cases} -r_{\mu}V^{1-\mu}, V \leqslant 1\\ -r_{\vartheta}V^{1+\vartheta}, V \geqslant 1 \end{cases}.$$
(24)

则原点是全局有限时间  $T (T \leq T_{max} = (\mu \gamma_{\mu})^{-1} + (\partial \gamma_{\sigma})^{-1})$ 收敛的稳定点。其中, $T_{max}$ 为最大收敛时间。

定理 3:对于式(5)的控制系统,采用式(23) 的控制律,若满足假设条件 1 和 2,选择合适的滑 模面(式(6))和位置控制器(式(23))参数:k、α、β、 Φ<sub>1</sub>、Φ<sub>2</sub>,则滑模面有限时间内可达,位置跟踪误差
 随后在有限时间内收敛为 0。

取 Lyapunov 函数:

$$V_1 = s^2$$
. (25)

对式(25)微分并将式(5)、式(12)代入式 (23),可推出:

$$\dot{v}_{1} = -\alpha |s|^{a_{1}+1} - \beta |s|^{a_{2}+1} \leq -2\alpha V_{1}^{(a_{1}+1)/2} - 2\beta V_{1}^{(a_{2}+1)/2} \leq -2\alpha V_{1}^{(a_{1}+1)/2} - 2\beta V_{1}^{(a_{1}-1)/2} + 2\beta V_{1}^{(a_{1}-1)/2} \leq -2\alpha V_{1}^{(a_{1}-1)/2} + V_{1} \leq 1 -2\alpha V_{1}^{(a_{1}-1)/2} + V_{1} > 1.$$
(27)

由  $\alpha > 0, \beta > 0, a_1 > 1, 0 < a_2 < 1$  及引理 1 可 知,系统在有限时间内到达滑模面,在有限时间 后,系统收敛到 0,并且有限时间存在上界  $T_{max}$ :

$$T_{\max} = \frac{1}{\alpha(a_1 - 1)} + \frac{1}{\beta(1 - a_2)}.$$
 (28)

由双幂次滑模趋近律的终端滑模性质可知, 系统的滑模面在有限时间内可达,位置跟踪误差 随后在有限时间内收敛为 0。

#### 5 实验结果及分析

#### 5.1 实验平台介绍

为了验证复合趋近律滑模控制方法的性能, 搭建了用于激光切割的 PMLSM 平移台。包括 实验电机、光栅尺、控制器、驱动器和光纤激光切 割头等,如图 4 所示。



图 4 激光切割平移实验台 Fig. 4 Laser cutting translation test bench

实验电机采用自主研发的 PMLSM,主要的 参数如下:电机有效运行行程 L=680 mm,定子 绕组的电阻  $R_s=0.95 \Omega$ ,定子绕组的电感  $L_d=$  $L_q=6.837 \text{ mH}$ ,永磁体磁链  $\varphi_m=0.034 \text{ Wb}$ ,永 磁体极对数  $n_p=6$ ,永磁体极距  $\tau=16 \text{ mm}$ ,电机 (27) 的推力系数  $k_f = 60.2$  N/A,电机动子的额定质量 M = 6.5 kg,电机的额定电流  $I_N = 10$  A,电机运行 时的黏滞系数 B = 12 N·s/m,额定推力  $F_N = 560$  N;激光切割头选用国产普雷斯特公司的 D12-H 型光纤精细切割头;光栅尺选用 RENISHAW 公司的 RGH22B05L00 光栅尺;实验中设计了以 TI 公司的 32 位浮点 DSP 芯片 TMS320F28335 为控制算法实现单元,它具有 150 MHz 的高速处理能力、6 路为 TI 特有的高精 度 PWM 输出。PMLSM 的驱动电路采用三菱公 司的 PS21867 智能功率模块,直流母线为 270 V, 6 路 IGBT 的开关频率为 20 kHz。

 $\dot{V}_1 = 2s\dot{s} =$ 

 $-2s[\alpha|s|^{a_1}\operatorname{sat}(s/\Phi)+\beta|s|^{a_2}\operatorname{sat}(s/\Phi)]+2s\widetilde{d}$ ,

式中: $\tilde{d} = d - \hat{d}$ ;考虑到滑模面 s 有限时间可达,

而在有限时间  $t(s_{10})$ 后,未知扰动 d 可估。即在

有限时间  $t(s_{10})$ 后, $s\tilde{d} \rightarrow 0$ ;则有:

#### 5.2 实验测试

PMLSM 在运行中受到的摩擦力建立在 Stribeck 摩擦模型的基础上,采用文献<sup>[21-22]</sup>的方 法进行测算,参数如下: $f_c=10$  N, $f_s=5$  N, $\dot{x}_s\approx4$ m/s;除了外部负载扰动外的其他系统未知扰动 则由于较难准确测量,所以采用本文提出的滑模 观测器进行估计。

激光切割实验平台在起动时,PMLSM上的 外部负载会对系统位置伺服控制的影响,设定在 0.5 s 时突加 500 N 的负载。系统的位置期望信 号为  $x_d = 0.3 + 0.3 \sin(4\pi \cdot t)$ ,其信号频率为 2 Hz。为了验证所提的方法对于系统抖振的作 用,在位置伺服系统的控制器设计中,分别应用 PI 控制器、传统双幂次滑模趋近律器、固定边界 层双幂次滑模趋近律器和所提出的方法对 4 种控 制器的输出交轴电流信号进行实验测试。

传统的 PI 控制方法如图 5 所示,其控制器参数为:P=300,I=0.05;3 种双幂次趋近律控制方法如图 3 所示,控制器的参数为:k=15, $\alpha=800$ ,  $\beta=12$ , $a_1=2.4$ , $a_2=0.8$ ,定边界层  $\phi=0.05$ ,变边界层  $\phi_1=4$ , $\phi_2=0.05$ ,控制精度  $\sigma=0.01$  mm。

(26)



90



Fig. 5 Diagram of position servo control system with the proportional-integral controller

测试的 4 种控制器输出是由 DS1102 示波器 进行观测的,而示波器的测试值为电压量,故可选 用 50 m $\Omega$  的采样电阻将测的电压值转化为交轴 电流  $i_q^*$  的值;各控制器的输出电压测试结果如图  $6(a) \sim 6(d)$ 所示:



(c)**定边界层的双幂次滑模趋近律控制器** (c)Double exponential reaching law with stationary boundary layer controller

t/s





从图  $6(a) \sim (d)$ 可以看出:控制器的输出电 压的平均值为 500 mV,即按照采样电阻 50 mΩ 计算,各控制器的输出的交轴电流  $i_q^*$  均约为 10 A。而从输出结果比较可知,采用传统的 PI 控制器输出电流出现震荡;而采用双幂次趋近律 的滑模控制器的输出电流不会出现震荡现象。这 说明采用双幂次趋近律的滑膜控制器能在一定程 度上降低系统的抖振。比较图  $6(b) \sim (d)$ ,也可 以看出,采取本文所提出的方法抖振最小。因此, 可以说明本文提出的方法对于降低抖振具有明显 地效果。

为了验证所提方法的位置跟踪精度,分别应 用传统的 PI 控制器和变边界层的双幂次趋近律 控制器对所加的位置期望信号进行跟踪测试。测 试的位置跟踪结果与位置期望信号 *x*<sub>d</sub> 做误差分 析,其位置跟踪的误差结果如图 7 所示。





由图 7 的位置误差跟踪曲线的实验结果可以 看出:应用传统的 PI 控制器跟踪给定位置误差超 过 1.5 μm,而应用本文所提出的控制器的位置跟 踪误差不超过 1 μm,因而,所提出方法较传统的 PI 控制器的跟踪精度高。同时,从图 7 也可以看 出:当 0.5 s 时外加负载时,传统的 PI 控制的位 置跟踪误差有较大的波动,而采用本文所提的控 制器,位置误差跟踪波动较小。因此,该方法具有 较强的鲁棒性。

### 6 结 论

PMLSM 激光切割运动平台位置伺服系统对 抖振、精度和鲁棒性都有较高要求,本文通过分析 常规双幂次滑模趋近律方法的特性,提出了变边 界层的双幂次滑模趋近律控制方法,算法本身是 对控制精度和降低抖振的一种权衡,较一般边界 层方法,采用变边界层的方法使控制器的设计更

#### 参考文献:

- [1] 张刚,刘品宽,张波,等. 直线电机精密运动平台轨 迹跟踪控制器设计[J].光学精密工程,2013,21
  (2):371-379.
  ZHANG G,LIU P K,ZHANG B, *et al.*. Design of trajectory tracking controller for precision positioning table driven by linear motor [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013,21(2):371-379. (in Chinese)
  [2] 王雷,王龙,唐学军,等.数字驱动系统死区效应的
- 双刷新补偿[J]. 光学精密工程, 2012, 20(12): 2712-2719. WANG L, WANG L, TANG X J, *et al.*. Double updating dead-time compensation for digital drive system [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(12): 2712-2719. (in Chinese)
- [3] TOUNZI A, HENNERON T, MENACH Y L, et al.. 3-D approaches to determine the end winding inductances of a permanent-magnet linear synchronous motor [J]. IEEE Transactions on Magnetics. 2004,40(2): 758-761.
- [4] CHEN S L, TAN K K, HUANG S, et al.. Modeling and compensation of ripples and friction in permanent-magnet linear motor using a hysteretic relay
   [J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2010,15(4): 586-594.

加灵活;针对所期望的位置跟踪信号,与传统的 PI 控制器、一般的双幂次滑模趋近律控制器和固 定边界层的双幂次滑模趋近律相比,所设计的控 制器的抖振较低。为了降低滑模控制方法设计的 保守性,对 PMLSM 位置控制系统存在的未知扰 动进行估计,采用基于超螺旋算法设计了滑模扰 动观测器,并通过引入幂指数 / 并改变 / 值的大 小,使滑模扰动观测器的对未知扰动的估计收敛 速度得到改善。通过滑模观测器的仿真实验,与 常规的超螺旋算法相比,所设计的滑模扰动观测 器对系统未知扰动的滤波效果较好,算法的抖动 较低,未知扰动估计的收敛速度更快。比较传统 的 PI 控制器的 PMLSM 位置伺服控制,采用本 文提出的控制策略对位置跟踪精度较高,通过分 析对所搭建的 PMLSM 激光切割运动平台的实 验结果,进一步验证了所提出的控制方法位置跟 踪精度高、控制器输出抖振低、系统的鲁棒性强。

- [5] ZHANG M, YIN W. Research on iterative learning control of PMLSM [C]. MACE, 2010: 5613-5616.
- [6] WANG J, LI D. Application of fuzzy PID control in PMLSM servo drive system [C]. ICMA, 2015: 6-10.
- [7] EL-SOUSY F F M. Intelligent mixed  $H_2/H^{\infty}$  adaptive tracking control system design using self-organizing recurrent fuzzy-wavelet-neural-network for uncertain two-axis motion control system [J]. Applied Soft Computer, 2016,41: 22-50.
- [8] 高为炳.变结构控制的理论及设计方法[M].北京: 科学出版社,1996.
   GAO W B. Variable Structure Control Theory And Design Method [M]. Beijing: Science Press, 1996. (in Chinese)
- [9] 梅红,王勇.快速收敛的机器人滑模变结构控制[J].
  信息与控制,2009,38(5):552-557.
  MEI H, WANG Y. Fast convergent sliding mode variable structure control of robot [J]. Information & Control,2009,38(5):552-557. (in Chinese)
- [10] 张合新,范金锁.一种新型滑模控制双幂次趋近律
  [J].控制与决策,2013,28(2):289-293.
  ZHANG H X, FAN J S. A new double power reaching law for sliding mode control [J]. Control & Decision,2013,28(2):289-293. (in Chinese)
- [11] 李慧洁,蔡远利.基于双幂次趋近律的滑模控制方 法[J].控制与决策,2016,31(3):498-502.

LI H J, CAI Y L. Sliding mode control with double power reaching law [J]. *Control and Decision*, 2016,31(3):498-502. (in Chinese)

- [12] PANAH P G, ATAEI M, MIRZAEIAN B, et al.. A robust adaptive sliding mode control for PMLSM with variable velocity profile over wide range [J]. Research Journal of Applied Sciences Engineering & Technology, 2015,10(9): 997-1006.
- [13] WEI L S, CHEN Q G, LU H C, et al.. Sliding mode control of PMLSM for high speeding gringding machine [J]. Advanced Materials Research, 2012, 462: 701-706.
- [14] 郭亚军. 自适应反演滑模控制在火箭炮交流伺服 系统中的应用[J]. 兵工学报, 2011, 32(4): 493-497.
  GUO Y J. Application of adaptive backstepping sliding mode control in alternative current servo system of rocket gun [J]. Acta Armamentarii,
- 2011, 32(4): 493-497. (in Chinese) [15] 李鹏,马建军,郑志强.采用幂次趋近律的滑模控 制稳态误差界[J].控制理论与应用,2011,28(5): 619-624.

LI P, MA J J, ZHENG ZH Q. Sliding mode control approach based on nonlinear integrator [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(5): 619-624. (in Chinese)

[16] 常雪剑,刘凌,崔荣鑫.永磁同步电机非奇异快速 终端可变边界层滑模控制[J].西安交通大学学报, 2015,49(6):53-59.

CHANG X J, LIU L, CUI R X. A nonsigular fast terminal sliding mode controller with varying boundary layer for PMSM [J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2015,41(6); 54-59. (in Chinese)

#### 作者简介:



张 博(1981-),男,陕西西安人,博士 研究生,讲师,2003 年、2006 年于西安 科技大学分别获得学士、硕士学位,主 要从事伺服运动控制方面的研究。 E-mail: paul8899@126.com

- [17] CHEN H M, RENN J C, SU J P. Sliding mode control with varying boundary layers for an electro-hydraulic position servo system [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2005,26(1-2): 117-123.
- [18] 常雪剑,彭博,刘凌,等.新型非奇异终端滑模观测器的永磁同步电机无传感器控制[J].西安交通大 学学报,2016,50(1):85-91.
  CHANG X J, PENG B, LIU L, et al.. A novel nonsingular terminal sliding mode observer for sensorless control of permanent magnet synchronous motor [J]. Journal of Xi'An Jiaotong University, 2016,50(1):85-91. (in Chinese)
- [19] H R, JIANG Z B, KANG N. Sliding mode disturbance observer-based fractional second-order nonsingular terminal sliding mode control for pmsm position regulation system [J]. Mathematical Problems in Engineering, 2015, 2015; 1-14.
- [20] POLYAKOV A, FRIDMAN L. Stability notions and Lyapunov functions for sliding mode control systems[J]. Journal of the Franklin Institute, 2014, 351(4): 1831-1865.
- [21] KABZINSKI J. Adaptive servo control with polynomial approximation of stribeck curve [J]. Przeglad Elektrotechniczny, 2014.
- [22] 韩邦成,马纪军,李海涛.谐波减速器的非线性摩擦建模及补偿[J].光学精密工程,2011,19(5): 1095-1103.
  HAN B CH, MA J J, LI H T. Modeling and compensation of nonlinear friction in harmonic

1095-1103. (in Chinese)

driver [J]. Opt. Precision Eng., 2011, 19(5):

#### 导师简介:



齐 蓉(1962-),女,陕西西安人,博 士,教授,博士生导师。1990年、2005 年于西北工业大学分别获得硕士、博士 学位,主要从事控制系统故障诊断与容 错设计,运动控制技术,智能检测技术, 电力电子与电力传动,电力系统综合自 动化,控制系统可靠性分析与设计,控 制理论与应用。E-mail: lhqr@nwpu. edu, cn