

# 近距离激光外差探测光学极限位移分辨率<sup>\*</sup>

晏春回<sup>1)2)</sup> 王挺峰<sup>1)†</sup> 张合勇<sup>1)</sup> 吕韬<sup>1)2)</sup> 吴世松<sup>1)2)</sup>

1)(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 激光与物质相互作用国家重点实验室, 长春 130033)

2)(中国科学院大学, 北京 100049)

(2017年6月23日收到; 2017年8月8日收到修改稿)

通过统计理论和维纳-辛钦定理推导出激光外差探测系统光电流的功率谱函数, 分析了光电流谱线分布与激光光源线宽、中频信号频率以及信号光相对本振光传输延迟时间的关系, 修正了相关文献中光电流功率谱的理论公式. 根据信号与噪声理论建立了激光线宽引起的相位噪声的一维概率分布模型, 并据此得到了基于激光波长、探测距离以及激光线宽的极限位移分辨率的数学模型. 对光电流的功率谱和外差光学极限位移分辨率进行了相关的数值仿真, 结果表明延迟时间与相干时间的关系决定光电流谱线分布的情况. 当激光波长为 532 nm, 激光线宽在 1 kHz, 探测距离为 100 m 时, 光学极限位移分辨率为 0.266 nm, 相关文献中的实验数据与理论推导结果相符合.

**关键词:** 激光多普勒测振, 激光应用, 激光

**PACS:** 42.79.Qx, 42.62.-b, 42.55.-f

**DOI:** 10.7498/aps.66.234208

## 1 引言

激光外差探测技术具有高精度、非接触以及抗干扰等优点, 同时较直接探测具有更好的灵敏度和信噪比, 因而广泛用于微弱振动信号的检测. 国内外相关研究主要应用在微振动目标检测和速度测量、转动目标频谱识别及振动目标探测成像等领域. Kingston<sup>[1]</sup>对相干探测技术做了详细的论述. 相干探测技术典型系统有麻省理工学院林肯实验室研制的 Firepond 雷达系统<sup>[2]</sup>和美国空军实验室牵头开发的 HI-CLASS 系统<sup>[3]</sup>.

外差探测即本振光(也叫参考光)与信号光经过分光棱镜在探测器表面进行混频, 对混频后所得中频信号进行分析、处理, 进而实现微弱信号光的检测. 外差探测中由于光信号的频率极高, 目前所使用的光电探测器无法对光波频率进行直接探测.

外差探测系统中以外调制的方式(一般使用声光调制器)将光频移频到几十兆赫兹, 利用光相干叠加原理, 将两个频率不同的相干光叠加使得高频光波信号转换为中频包络信号, 从而实现多普勒频移的测量, 进而得到微振动目标物的振动特性(振幅、相位、频率).

近距离激光外差探测系统光学极限位移分辨率不仅取决于探测器的性能, 也受到系统中其他部分如激光器、光学器件性能以及信号光和本振光的匹配情况等的影响. 但是, 探测器、激光器、光学器件的影响是主要的、直接的, 其他影响因素可以转化为探测器的信噪比和噪声<sup>[4]</sup>. 因此, 一般情况下讨论外差系统的位移分辨率时, 只考虑前者就足以说明问题. 当进行远距离的外差探测实验时, 则需要另外考虑大气湍流的影响.

国内外外差探测相关的研究已经进行了很多年<sup>[5-8]</sup>, 但一直没有见到外差系统光学极限位移分

<sup>\*</sup> 中国科学院前沿科学重点研究计划(批准号: QYZDB-SSW-SLH014)和国家自然科学基金青年科学基金(批准号: 61205143)资助的课题.

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: [tingfeng\\_w@sina.com](mailto:tingfeng_w@sina.com)

分辨率的理论分析. 本文分析了激光线宽、相干时间、探测距离对外差探测的影响, 修正了相关文献中光电流谱线分布的理论公式<sup>[9]</sup>, 建立了基于激光波长、探测距离、激光线宽的外差光学极限位移分辨率的数学模型, 并得到由激光线宽引起的相位噪声的一维概率分布模型, 进行了相关的数值仿真. 当外差探测系统参数均为典型值时, 外差探测光学极限位移分辨率  $s_n = 0.266$  nm. 与相关文献中的实验数据相符合<sup>[10]</sup>, 可以为后续研究和实际应用提供理论支持, 同时为外差探测系统激光器的选型、探测距离的极限提供定量的理论参考.

## 2 理论分析

### 2.1 激光线宽与光电流谱线分布

外差探测中考虑一准单色光源, 其电磁场扰动的复数形式为

$$E(t) = E_0 \exp\{i[\omega_0 t - \varphi(t)]\}, \quad (1)$$

式中  $E_0$  为电磁场振幅,  $\omega_0$  为电磁场平均频率,  $\varphi(t)$  为电磁场相位随机扰动. 在近距离外差探测中, 不考虑大气湍流和目标调制所产生的随机相位, 回波光场和本振光场分别为:

$$\begin{aligned} E_s(t) &= \alpha E_0 \exp\{i[\omega_0(t - \tau_d) - \omega_s t - \varphi(t - \tau_d)]\}, \\ E_o(t) &= E_0 \exp\{i[\omega_0 t - \varphi(t)]\}, \end{aligned} \quad (2)$$

式中  $\alpha$  为回波光与本振光的光场振幅之比;  $\tau_d$  为信号光相对本振光的传输延迟时间;  $\omega_s$  为外差探测中信号光与本振光之间的频率差, 即外差探测最终所要获取的中频信号;  $\varphi(t - \tau_d)$  为回波光经过延迟  $\tau_d$  后的随机相位抖动. 只要  $\omega_s = 2\pi f_s$  小于光电探测器的截止响应频率  $f_c$ , 那么探测器就有相应的光电流输出.

根据光电探测器的平方律特性<sup>[11]</sup>, 其输出光电流为

$$\begin{aligned} i(t) &= \beta(E_s + E_o)(E_s + E_o)^* \\ &= \beta E_0^2 + \alpha^2 \beta E_0^2 + \alpha \beta E_0^2 \exp\{i[-\omega_0 \tau_d - \omega_s t - \varphi(t - \tau_d) + \varphi(t)]\} \\ &\quad + \alpha \beta E_0^2 \exp\{-i[-\omega_0 \tau_d - \omega_s t - \varphi(t - \tau_d) + \varphi(t)]\}, \end{aligned} \quad (3)$$

(3) 式中参数  $\beta$  为探测器的光电转换参数, 此处假定探测器的量子效率是均匀的. 为了后续分析的方

便, 取  $\beta = 1$ , 并将 (3) 式做些处理, 记

$$e(t) = \frac{i(t)}{E_0^2}. \quad (4)$$

代入 (3) 式中的结果, 得

$$\begin{aligned} e(t) &= A + \alpha \exp\{i[-\omega_0 \tau_d - \omega_s t - \varphi(t - \tau_d) + \varphi(t)]\} + \alpha \exp\{-i[-\omega_0 \tau_d - \omega_s t - \varphi(t - \tau_d) + \varphi(t)]\}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $A = 1 + \alpha^2$ .

由维纳-辛钦定理可知, 自相关函数与对应的功率谱密度构成傅里叶变换对<sup>[12]</sup>. 因此可以通过光电流的自相关函数获得光电流信号的功率谱, 光电流的自相关函数  $G(\tau)$  为

$$G(\tau) = \langle e(t) e^*(t + \tau) \rangle, \quad (6)$$

上式中  $\langle \dots \rangle$  表示时间平均, 代入 (5) 式并做整理可得

$$\begin{aligned} G(\tau) &= A^2 + \alpha^2 \exp(i\omega_s \tau) \langle \exp\{i[\varphi(t + \tau - \tau_d) - \varphi(t + \tau) - \varphi(t - \tau_d) + \varphi(t)]\} \rangle \\ &\quad + \alpha^2 \exp(-i\omega_s \tau) \langle \exp\{i[\varphi(t - \tau_d) - \varphi(t) - \varphi(t + \tau - \tau_d) + \varphi(t + \tau)]\} \rangle. \end{aligned} \quad (7)$$

探测器的平方律特性使探测器输出信号包含中频信号和直流信号两部分, 并且中频信号中存在随机相位部分, 随机相位的存在会造成光电流频谱的展宽. 记

$$\Delta\varphi(t, \tau) = \varphi(t + \tau) - \varphi(t). \quad (8)$$

信号及噪声理论认为, 信号源的随机相位跳动是一个平稳随机过程, 其服从零均值高斯分布, 通过理论分析可得关系式<sup>[13]</sup>

$$\langle \exp[\pm i\Delta\varphi(t, \tau)] \rangle = \exp\left[-\frac{1}{2}\langle \Delta\varphi^2(t, \tau) \rangle\right], \quad (9)$$

其中<sup>[14]</sup>

$$\langle \Delta\varphi^2(t, \tau) \rangle = \Delta\omega|\tau|, \quad (10)$$

式中  $\langle \Delta\varphi^2(t, \tau) \rangle$  是随机相位方差的时间平均;  $\Delta\omega$  是 Lorentzian 型激光谱的半高全谱线宽,  $\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu$  对应的相干时间为  $\tau_c = 2\pi/\Delta\omega$ . 随机信号的自相关函数具有偶函数的特性, 所得结果要满足这一特性, 下面根据  $\tau$  和  $\tau_d$  的关系进行讨论.

1) 当  $\tau \geq \tau_d$

记

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \varphi(t + \tau) - \varphi(t + \tau - \tau_d), \\ \varphi_2 &= \varphi(t) - \varphi(t - \tau_d).\end{aligned}\quad (11)$$

在  $\tau \geq \tau_d$  的条件下,  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  相互独立 (因为没有时间上的重叠), 具体如图 1 所示.

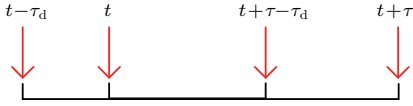


图 1 随机相位的时间关系

Fig. 1. The timeline of random phases.

根据 (9), (10) 式中的结果及 (11) 式, 对 (8) 式进行整理可得

$$G(\tau) = A^2 + 2\alpha^2 \cos(\omega_s \tau) \times \exp(-\Delta\omega|\tau_d|), \quad \tau \geq 0. \quad (12)$$

2) 当  $\tau < \tau_d$

记

$$\begin{aligned}\varphi_1 &= \varphi(t + \tau) - \varphi(t), \\ \varphi_2 &= \varphi(t + \tau - \tau_d) - \varphi(t - \tau_d).\end{aligned}\quad (13)$$

在  $\tau < \tau_d$  的条件下,  $\varphi_1$  和  $\varphi_2$  没有时间上的重叠, 因此相互独立, 具体如图 2 所示.

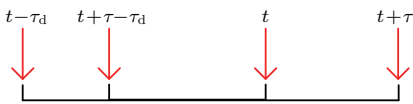


图 2 随机相位的时间关系

Fig. 2. The timeline of random phases.

根据 (9), (10) 式中的结果及 (13) 式对 (8) 式进行整理可得

$$G(\tau) = A^2 + 2\alpha^2 \cos(\omega_s \tau) \exp(-\Delta\omega|\tau|), \quad \tau \geq 0. \quad (14)$$

同理可推出当  $\tau < 0$  时,

$$G(\tau) = \begin{cases} A^2 + 2\alpha^2 \cos(\omega_s \tau) \exp(-\Delta\omega|\tau|), & -\tau_d < \tau < 0 \\ A^2 + 2\alpha^2 \cos(\omega_s \tau) \exp(-\Delta\omega|\tau_d|), & \tau \leq -\tau_d \end{cases} \quad (\tau_d > 0). \quad (15)$$

综合可得光电流的自相关函数为

$$G(\tau) = \begin{cases} A^2 + 2\alpha^2 \cos(\omega_s \tau) \exp(-\Delta\omega|\tau_d|), & \tau \geq \tau_d \\ A^2 + 2\alpha^2 \cos(\omega_s \tau) \exp(-\Delta\omega|\tau|), & -\tau_d < \tau < \tau_d \\ A^2 + 2\alpha^2 \cos(\omega_s \tau) \exp(-\Delta\omega|\tau_d|), & \tau \leq -\tau_d \end{cases} \quad (\tau_d > 0). \quad (16)$$

通过分析可以看出 (16) 式中的自相关函数为偶函数, 现根据维纳-辛钦定理<sup>[12]</sup>, 计算自相关函数  $G(\tau)$  的功率谱, 考虑到所得结果的真实物理意义, 舍弃负频率成分得

$$\begin{aligned}G(\omega) &= 2\pi A^2 \delta(\omega) + 2\alpha^2 \times \frac{e^{-\Delta\omega\tau_d}}{(\omega_s - \omega)^2 + (\Delta\omega)^2} \\ &\times [-\Delta\omega \cos(\omega_s - \omega)\tau_d \\ &+ (\omega_s - \omega) \sin(\omega_s - \omega)\tau_d] \\ &+ \frac{2\alpha^2 \Delta\omega}{(\omega_s - \omega)^2 + (\Delta\omega)^2} + 2\alpha^2 e^{-\Delta\omega\tau_d} \\ &\times \left[ \pi \delta(\omega - \omega_s) - \frac{\sin(\omega - \omega_s)\tau_d}{(\omega - \omega_s)} \right], \quad (17)\end{aligned}$$

(17) 式中含有激光光源线宽  $\Delta\omega$ 、中频频率  $\omega_s$ 、回波光相对本振光的传输延时  $\tau_d = 2d/c$ ,  $d$  为外差探测距离. 与相关文献中的研究相比<sup>[9]</sup>, (17) 式光电流的功率谱函数多出一项, 当延迟时间  $\tau_d \ll \tau_c$  或延迟时间  $\tau_d$  与相干时间  $\tau_c$  相近时, 即进行近距离外差探测实验时, 光电流的谱线分布在整个频域范围内出现多个频率峰值, 中频信号谱线分布接近高斯型, 仿真中有具体说明; 当延迟时间  $\tau_d \gg \tau_c$  时, 即进行远距离外差探测时, 光电流的谱线分布呈现洛伦兹线型, 且线宽越小越接近洛伦兹线型, 与文献中的结论一致.

## 2.2 外差系统光学极限位移分辨率

目前外差探测装置中为了有效抑制本振光强度噪声多用平衡探测器, 平衡探测器输出光电流为<sup>[15]</sup>

$$I(t) = 2K \sqrt{P_s(t) P_{LO}(t)} \times \sin[\omega_s t + \varphi(t + \tau_d) - \varphi(t)], \quad (18)$$

其中  $K$  为转换参数 ( $K = \eta q / (h\nu)$ ),  $\eta$  是量子效率,  $q$  是一个电子的电荷量,  $h$  为普朗克常量,  $\nu$  为光的

频率,  $P_s$  是信号光功率,  $P_{LO}$  是本振功率 (参考光功率),  $\omega_s$  是中频信号的角频率, 其中

$$\omega_s t = \frac{4\pi s(t)}{\lambda} + 2\pi f_{AOM} t. \quad (19)$$

应用正交解调算法对  $I(t)$  分别与正弦载波和余弦载波相乘, 并利用低通滤波器滤掉高频噪声, 得到两路正交信号:

$$\begin{aligned} I_1(t) &= [I(t) \times \sin(2\pi f_{AOM} t)] \cdot h_{LPF} \\ &= K \sqrt{P_s(t) P_{LO}(t)} \\ &\quad \times \cos\left(\frac{4\pi s(t)}{\lambda} + \varphi(t + \tau_d) - \varphi(t)\right), \\ I_2(t) &= [I(t) \times \cos(2\pi f_{AOM} t)] \cdot h_{LPF} \\ &= K \sqrt{P_s(t) P_{LO}(t)} \\ &\quad \times \sin\left(\frac{4\pi s(t)}{\lambda} + \varphi(t + \tau_d) - \varphi(t)\right). \end{aligned} \quad (20)$$

经过反正切算法即可得到含有相位噪声的目标物振动信号:

$$\varphi = \frac{4\pi s(t)}{\lambda} + \varphi(t + \tau_d) - \varphi(t), \quad (21)$$

$s(t)$  为需要求得的解调输出结果, 激光频率的抖动可以转化为相位噪声, 相位噪声  $\Delta\varphi(t)$  服从零均值高斯分布, 即均值  $\mu = 0$

$$\Delta\varphi \sim N(\mu, \sigma^2). \quad (22)$$

考虑到激光器发射高斯型激光谱线, 则相位噪声的方差<sup>[16]</sup>

$$\sigma^2 = \langle [\varphi(t + \tau_d) - \varphi(t)]^2 \rangle = (2\pi\Delta\omega)^2 \tau_d^2, \quad (23)$$

其中  $\tau_d$  为信号光和本振光之间的延迟时间,  $\tau_d = 2d/c$ ,  $d$  为探测距离,  $\Delta\omega$  为高斯型激光谱的半高全谱线宽, 则相位噪声的一维概率分布模型:

$$\begin{aligned} f(\Delta\phi) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{(\Delta\phi - \mu)^2}{2\sigma^2}\right]} \\ &= \frac{1}{2\pi\tau_d\Delta\omega\sqrt{2\pi}} e^{\left[-\frac{(\Delta\phi)^2}{2 \times (2\pi\tau_d\Delta\omega)^2}\right]}. \end{aligned} \quad (24)$$

高斯分布服从“ $3\sigma$  准则”, 即  $\Delta\varphi$  分布在  $(-\sigma, +\sigma)$  区间的概率为 68.27%, 分布在  $(-2\sigma, +2\sigma)$  区间的概率为 95.45%, 分布在  $(-3\sigma, +3\sigma)$  区间的概率为 99.74%. 可以认为  $\Delta\varphi$  的取值几乎全部集中在  $(-3\sigma, +3\sigma)$  区间内, 超出这个范围的概率不超过 0.3%.

可以认为输出解调结果最差的情况如下:

$$\varphi = \varphi_s \pm 3\sigma = \frac{4\pi s(t)}{\lambda} \pm \frac{12\pi d}{c} \Delta\omega. \quad (25)$$

在近距离激光外差探测系统中, 不考虑大气湍流的影响, 其光学极限位移分辨率与信噪比直接相关, 探测器的信噪比如下<sup>[17]</sup>:

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= \frac{P_s}{P_n} = \frac{\bar{i}_s^2}{\bar{i}_{sh}^2 + \bar{i}_{th}^2} \\ &= \frac{2K^2\epsilon^2 P_s P_{LO}}{2K \cdot q \cdot B(P_s + P_{LO}) + \frac{4k \cdot T \cdot B}{R}}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中光电流信号的功率  $\bar{i}_s^2 = 2K^2\epsilon^2 P_s P_{LO}$ , 光电流的直流项产生的散粒噪声  $\bar{i}_{sh}^2 = 2K \cdot q \cdot B(P_s + P_{LO})$ , 探测器产生的热噪声  $\bar{i}_{th}^2 = 4k \cdot T \cdot B/R$ ,  $\epsilon$  为探测器光电转换效率因子,  $B$  为探测器带宽,  $k$  为玻尔兹曼常量,  $T$  为绝对温度,  $R$  为探测器负载阻抗.

由于本振功率的存在, 散粒噪声远大于热噪声

$$\begin{aligned} \text{SNR} &= \frac{\bar{i}_s^2}{\bar{i}_{sh}^2} = \frac{\eta\epsilon^2 P_s P_{LO}}{h \cdot \nu \cdot B(P_s + P_{LO})} \\ &\approx \frac{\eta\epsilon^2 P_s}{h \cdot \nu \cdot B}, \quad (P_{LO} \gg P_s). \end{aligned} \quad (27)$$

峰值为  $U_n$  的噪声信号所造成的最大相位偏差<sup>[17]</sup>:

$$\Delta\varphi_n = \frac{U_n}{U_c} = \sqrt{\frac{2P_n}{P_c}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{\text{CNR}}}, \quad (28)$$

其中  $U_c$  为载波信号幅值,  $P_n$  为噪声有效功率,  $P_c$  为载波信号功率, CNR 为外差系统的载噪比. 载噪比定义为探测器输出信号的交流成分与散粒噪声的比值

$$\begin{aligned} \text{CNR} &= \frac{P_{AC}}{\bar{i}_{sh}^2} = \frac{4K^2 P_s P_{LO}}{2KqB(P_s + P_{LO})} \\ &= \frac{2\eta P_s}{h\nu B}. \end{aligned} \quad (29)$$

所以外差探测系统信噪比与载噪比之间的关系如下:

$$\text{CNR} = \frac{2}{\epsilon^2} \text{SNR}. \quad (30)$$

由 (28) 和 (30) 式可得

$$\varphi_n = \frac{\epsilon}{\sqrt{\text{SNR}}}. \quad (31)$$

相位与目标物振动位移之间的关系  $\Delta\varphi = 4\pi\Delta s/\lambda$ , 将  $\text{SNR} = 1$ <sup>[18]</sup> 时可以解调出的目标物振动幅度认为是外差探测系统的极限位移分辨率, 近距离外差探测系统的光学极限位移分辨率如下:

$$s_n = \frac{\epsilon\lambda\Delta\varphi_n}{4\pi} = \frac{N\epsilon\lambda\sigma}{4\pi}, \quad (32)$$

$N$  取 1 时外差探测系统可以精确探测目标物振动的概率为 68.27%,  $N$  取 2 时的概率为 95.45%,  $N$  取



3 时的概率为 99.74%. 若想长期稳定地对目标物的微振动进行探测, 则  $N$  取 3, 即

$$s_n = \frac{3\varepsilon\lambda\sigma}{4\pi} = \frac{3\varepsilon\lambda d}{c}\Delta\omega, \quad (33)$$

(33) 式是本文理论分析的核心公式, 据此讨论近距离激光外差探测光学极限位移分辨率. 由 (33) 式可知, 外差探测光学极限位移分辨率与探测器光电转换效率、激光波长、探测距离以及激光线宽成线性相关. 探测器转换效率越高、激光波长越长、探测距离越大、激光线宽越宽, 外差系统可探测到的光学极限位移越大, 光电流谱线分布的仿真结果也与理论分析相符合.

### 3 数值仿真

激光线宽、相干时间、探测距离对外差探测的影响可以根据 (17) 式讨论, 进行数值仿真时所用激光光源波长  $\lambda = 532 \text{ nm}$ . 延迟时间与相干时间的大小关系决定了光电流谱线分布的情况. 图 3 中可以明显看出探测器输出信号的中频频率位置所对应的尖峰, 即公式中所对应的带有狄克拉函数成分的项.

#### 1) 延迟时间大于相干时间

仿真中设激光线宽分别为 1, 10, 100 kHz, 延迟时间  $\tau_d = 100\tau_c$  ( $\tau_c$  为相干时间). 信号光与本振光的振幅之比  $\alpha = 0.1$ , 声光调制器的频率  $\omega_s = 40 \text{ MHz}$ , 激光平均波长  $\lambda = 532 \text{ nm}$ . 将上述数值代入 (17) 式中可得图 3 所示不同激光线宽的光电流谱线分布, 中心频率为 40 MHz 的中频信号

由于相位噪声的影响而变宽, 且线宽越小, 光电流谱线的半高全宽 (FWHM) 越小, 中频信号的检测越容易. 从 (33) 式中也能看出, 激光线宽越小, 外差探测系统可探测的最小位移越小. 考虑到系统受环境噪声及系统本身噪声影响, 线宽达到一定宽度, 中频信号可能检测不准确.

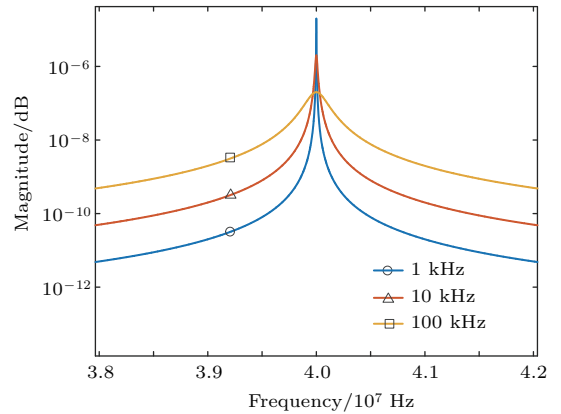


图 3 (网刊彩色) 不同激光线宽的光电流谱线分布  
Fig. 3. (color online) Photocurrent frequency spectral line distribution of different laser width.

假定激光线宽一定 ( $\Delta\omega = 100 \text{ kHz}$ ), 探测距离分别为 2, 10, 20 km,  $\alpha = 0.1$ , 中频频率  $\omega_s = 40 \text{ MHz}$ , 代入 (19) 式中可得光电流谱线分布如图 4 所示. 观察图 4 可知, 探测距离越大, 光电流谱线线型接近洛伦兹线型, 且光电流谱线的半高全宽与探测距离无确定关系, 即延迟时间  $\tau_d$  大于相干时间  $\tau_c$  时外差探测系统的探测距离对探测器输出信号的功率谱分布情况影响不大.

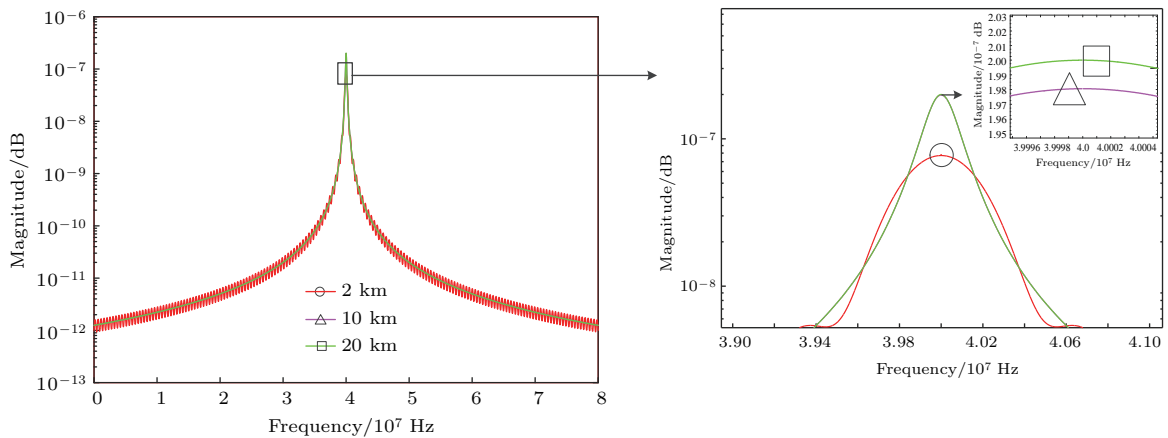


图 4 (网刊彩色) 不同探测距离下光电流谱线分布

Fig. 4. (color online) The photocurrent frequency spectral line distribution of different detection distance.

## 2) 延迟时间小于相干时间

当延迟时间小于相干时间时, 仿真参数激光线宽分别为 1, 10, 100 kHz, 探测距离  $d = 100$  m, 两路光的振幅之比  $\alpha = 0.1$ , 声光调制器的频率  $\omega_s = 40$  MHz, 激光平均波长  $\lambda = 532$  nm. 将上述仿真参数代入 (17) 式中, 可得图 5 不同激光线宽的光电流谱线分布. 可见当探测距离相同时, 激光线宽只影响光电流谱线分布的幅值大小, 对光电流谱线的半高全宽的影响不大. 但由于本底噪声的存在, 激光线宽越小, 中频信号与本底噪声的幅频差值越大, 即中频信号的提取越容易.

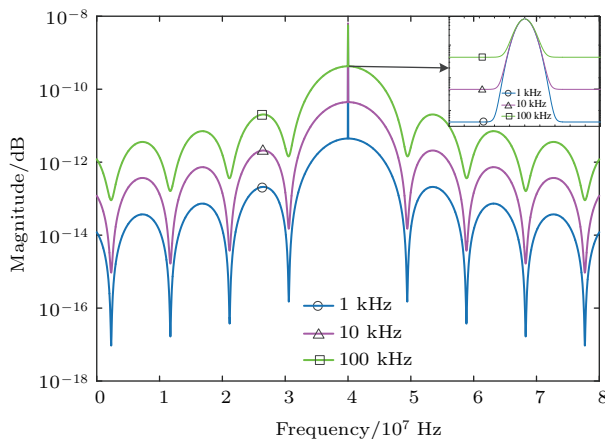


图5 (网刊彩色) 不同激光线宽的光电流谱线分布

Fig. 5. (color online) Photocurrent frequency spectral line distribution of different laser width.

若仿真参数激光线宽  $\Delta\omega = 10$  kHz 保持不变, 探测距离分别为 10, 100, 1000 m, 两路光的振幅之比  $\alpha = 0.1$ , 声光调制器的频率  $\omega_s = 40$  MHz, 将上述参数代入 (19) 式中, 可得图 6 不同探测距离下光电流谱线分布. 可见探测距离越小, 光电流信号的频谱越精细, 即中频信号的检测越容易. 由 (33) 式也可以看出探测距离越小, 可以探测到的光学极限位移分辨率越小.

近距离下激光外差探测光学极限位移分辨率如 (33) 式所示, 假设激光平均波长  $\lambda = 532$  nm, 探测器光电转换效率因子  $\varepsilon = 0.5$ , 激光线宽  $\Delta\omega =$  分别为 1, 10, 100 kHz, 探测距离最大到 200 m, 仿真结果如图 7 所示. 可知当激光线宽在 1 kHz, 探测距离为典型值 100 m 时, 光学极限位移分辨率  $s_n$  为 0.266 nm.

综上所述, 外差探测系统中探测器输出信号的功率谱分布与激光线宽、探测距离、延迟时间有直接联系. 当延迟时间  $\tau_d$  大于相干时间  $\tau_c$  时, 激光线

宽越小, 探测距离越大光电流的谱线分布越接近洛伦兹型, 光电流谱线的半高全宽只取决于激光线宽. 当延迟时间  $\tau_d$  小于相干时间  $\tau_c$  时, 激光线宽越小, 中频信号的提取越容易. 同时由光学极限位移分辨率仿真结果可知, 激光线宽越小, 探测距离越小, 外差系统的极限位移分辨率越小, 与理论推导结论相符合. 对于激光外差探测技术, 激光光源的选择对实际探测结果存在很大影响, 具体表现在测量结果的精准度上. 根据以上结果, 针对位移分辨率要求不同的外差系统, 可以参考理论推导公式选择合适的激光光源, 这对于工程应用和节省经费开支是很有意义的.

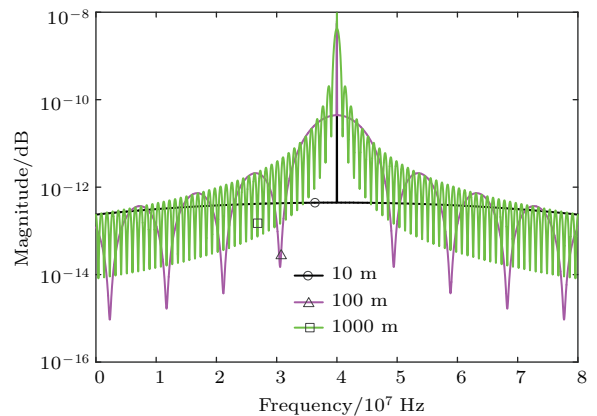


图6 (网刊彩色) 不同探测距离下光电流谱线分布

Fig. 6. (color online) Photocurrent frequency spectral line distribution of different detection distance.

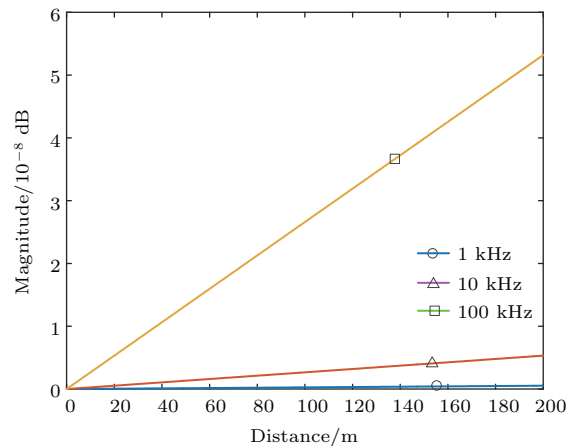


图7 不同激光线宽下极限位移分辨率随探测距离的变化

Fig. 7. Limited displacement resolution varies with the detection distance under different laser linewidth.

## 4 结 论

通过理论推导得到了激光外差探测系统探测器输出信号的功率谱函数, 修正了相关文献中的功

率谱函数公式, 获得了近距离外差探测系统光学极限位移分辨率的理论公式, 并进行了数值仿真. 数值仿真结果表明, 不管延迟时间  $\tau_d$  和相干时间  $\tau_c$  处于哪种关系, 激光光源的线宽越小, 中频信号的提取越容易, 即外差系统可探测的光学极限位移越小; 当延迟时间  $\tau_d$  小于相干时间  $\tau_c$  时, 探测距离越小, 外差系统的极限位移分辨率越小, 这与光学极限位移的理论推导公式相符合. 当外差探测系统参数均为典型值时, 即探测器光电转换效率因子  $\varepsilon = 0.5$ , 激光波长  $\lambda = 532$  nm, 探测距离为 100 m, 激光线宽  $\Delta\omega = 1$  kHz, 此时外差探测光学极限位移分辨率为 0.266 nm. 在工程应用中, 数值分析的结果可以为不同需求的外差探测系统提供理论支持, 尤其是外差探测系统极限位移分辨率对激光波长、激光线宽以及探测距离的要求.

## 参考文献

- [1] Kingston R 1977 *Opt. News* **3** 27
- [2] Swanson E A, Carter G M 1989 *Appl. Opt.* **28** 3918
- [3] Mosley D E, Matson C L, Czyzak S R 1998 *Aerospace Defense Sensing and Controls* **3380** 243
- [4] Nan J D, Pi M J, Fan L M 1989 *Acta Opt. Sin.* **10** 714 (in Chinese) [南京达, 皮名嘉, 樊立明, 李洪滨 1989 光学学报 **10** 714]
- [5] Pu L L, Zhou Y, Sun J F, Shen B L, Lu W 2011 *Acta Opt. Sin.* **31** 260 (in Chinese) [濮莉莉, 周煜, 孙剑锋, 沈宝良, 鲁伟 2011 光学学报 **31** 260]
- [6] Shintaro H, Yuki K, Ryosuke N, Norio H, Tadao N 2015 *Opt. Express* **23** 26689
- [7] Luo Y, Feng G Y, Liu J, Zhou C Y, Zhou S H 2014 *Chin. J. Lasers* **41** 1108001 (in Chinese) [罗韵, 冯国英, 刘建, 周晟阳, 周寿桓 2014 中国激光 **41** 1108001]
- [8] Luo H J, Yuan X H 2013 *Chin. J. Lasers* **40** 173 (in Chinese) [罗韩君, 元秀华 2013 中国激光 **40** 173]
- [9] Li C Q, Wang T F, Zhang H Y, Xie J J, Liu L S, Guo J 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 084206 (in Chinese) [李成强, 王挺峰, 张合勇, 谢京江, 刘立生, 郭劲 2016 物理学报 **65** 084206]
- [10] Shang J H, Zhao S G, He Y, Chen W B, Jia N 2011 *Chin. Opt. Lett.* **9** 081201
- [11] An Y Y, Liu J F, Li Q H 2007 *Optoelectronic Technology* (2nd Ed.) (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) p167 (in Chinese) [安毓英, 刘继芳, 李庆辉 2007 光电子技术 (第二版) (北京: 电子工业出版社) 第 167 页]
- [12] Wang Y D, Wang J 2011 *Fundamentals of Random Signal Analysis* (3rd Ed.) (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) (in Chinese) [王永德, 王军 2011 随机信号分析基础 (第三版) (北京: 电子工业出版社)]
- [13] Rowe H E 1965 *Signal and Noise in Communication Systems* (Princeton, NJ: van Nostrand)
- [14] Gallion P B, Debarge G 1984 *IEEE J. Quantum Electron.* **20** 343
- [15] Yves P, Michel P, Michel M, Michel T 2009 *Opt. Express* **17** 3659
- [16] Siegman A E, Benedetto D, Manes K R 1967 *IEEE J. Quantum Electron.* **3** 180
- [17] Wolfgang Osten 2007 *Optical Inspection of Microsystems* (1st Ed.) (New York: CRC Press) p246
- [18] Dandridge A, Tveten A B 1982 *Opt. Lett.* **7** 279

# Short-range optical limited displacement resolution in laser heterodyne detection system<sup>\*</sup>

Yan Chun-Hui<sup>1)2)</sup> Wang Ting-Feng<sup>1)†</sup> Zhang He-Yong<sup>1)</sup> Lü Tao<sup>1)2)</sup> Wu Shi-Song<sup>1)2)</sup>

1) (State Key Laboratory of Laser Interaction with Matter, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

2) (University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

( Received 23 June 2017; revised manuscript received 8 August 2017 )

## Abstract

Photocurrent power spectral density function of laser heterodyne detection is obtained by the statistical theory and Wiener-Khinchin theorem. For a short-range distance heterodyne system without considering atmospheric turbulence, we observe the relations between the photocurrent spectral line distribution and the laser linewidth, the intermediate-frequency signal, and the propagation delay time of signal light relative to local oscillator light. Theoretical formula of photocurrent power spectrum in relevant papers is revised to eliminate the effect of laser linewidth. Onedimensional probability distribution model of phase noise caused by laser linewidth is built based on the signal and noise theory. Accordingly we establish a mathematical model of limit detection accuracy based on laser wavelength, detection distance, and laser linewidth, which indicates the minimum detectable amplitude of heterodyne system. According to the numerical results, we find that the distribution of photocurrent spectral line intensities is greatly dependent on the relation between delay time and coherent time. And the minimum resolvable displacement increases with the detection distance and laser linewidth increasing. When the optical limited displacement resolution is 0.266 nm with a laser wavelength of 532 nm, a laser linewidth is 1 kHz, and a detection distance is 100 m. Experimental data in relevant papers agree well with the theoretical derivations. Our findings show that the research of displacement resolution might provide a quantitative reference for the theoretical research and engineering application of short-range heterodyne resolution.

**Keywords:** laser Doppler velocimeters, laser applications, lasers

**PACS:** 42.79.Qx, 42.62.-b, 42.55.-f

**DOI:** 10.7498/aps.66.234208

<sup>\*</sup> Project supported by the Key Research Program of Frontier Science, Chinese Academy of Sciences (Grant No. QYZDB-SSW-SLH014) and the Yong Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61205143).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [tingfeng\\_w@sina.com](mailto:tingfeng_w@sina.com)