文章编号 1004-924X(2017)08-2076-07

遗传算法在离轴四反光学系统设计中的应用

徐奉刚[1,2],黄 玮[1*]

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所 应用光学国家重点实验室,吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学,北京 100049)

摘要:现有的光学设计软件多依赖初始结构的选取,故提出了一种基于遗传算法的四反射光学系统初始结构求解方法,以获取像质良好和特定布局的初始结构。根据初级像差理论,对同轴四反光学系统进行像差分析,建立了由带权重的初级像差系数和结构布局约束条件所组成的目标函数;通过引入遗传算法对目标函数进行优化求解,获得了像质良好、特定布局的同轴四反初始结构。最后,基于该初始结构设计了一款长焦距(1 200 mm)、大视场(20°×4°)、大相对孔径(*F*/4)的离轴四反光学系统。该系统结构布局紧凑,各个视场的调制传递函数在 50 lp/mm 处均大于 0.52。与传统设计方法相比,提出的设计方法不需要给定初始条件,可以为四反射光学系统提供像质良好和特定结构布局的初始结构,在反射式光学系统设计中具有广泛的应用前景。

关 键 词:光学设计;离轴四反光学系统;遗传算法;矩形视场
中图分类号:TH703 **文献标识码**:A **doi**:10.3788/OPE.20172508.2076

Application of genetic algorithm in the design of off-axis four-mirror optical system

XU Feng-gang[1,2], HUANG Wei[1*]

(1. *State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun* 130033, *China*;
2. *University of Chinese Academy of Sciences, Beijing* 100049, *China*)
* *Corresponding author, E-mail: huangw@ciomp.ac.cn*

Abstract: As existing optical design software depends on the selection of an initial structure, a solving method of initial structure for four-mirror optical systems based on genetic algorithm was proposed to obtain the initial structure with good image quality and special structural configuration. The aberration of a coaxial four-mirror optical system was analyzed according to primary aberration theory. The objective function composed of primary aberration coefficient with weight and constraint conditions of structural configuration was established. Then, optimization solution was implemented for the objective function by introducing genetic algorithm and the coaxial four-mirror initial structure with good image quality and special structural configuration was obtained. Finally, an off-axis four-mirror optical system with a long focus of 1 200 mm, a large visual field of 20°×4° and a large relative aperture of

收稿日期:2016-09-12;**修订日期**:2016-11-16.
基金项目:国家 863 高技术研究发展计划资助项目(No. 2015AA7031001C)

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

F/4 was designed based on the initial structure. Structural configuration of the system is compact. Modulation transfer functions of all fields are more than 0.52 in the position of 50 lp/mm. As compared with traditional methods, the design method based on genetic algorithm does not need given initial conditions. It provides the initial structure with good image quality and special structural configuration for four-mirror optical systems and has extensive application prospects in reflective optical system design.

Key words: optical design; off-axis four-mirrors system; genetic algorithm; rectangular field

1　引　言

长焦距、大视场、大相对孔径、小型化和轻量化的光学系统已经成为空间光学发展的必然趋势。由于反射式光学系统具有无色差、光路可折叠、易于轻量化、可实现大口径以及对温度和气压变化不敏感等优势[1-3]，故而在设计上述光学系统时比折射式和折反式光学系统受到了更多关注。其中，四反射光学系统设计自由度多，像差平衡和校正能力强，成像质量好，系统结构紧凑，更易于实现大视场大相对孔径。

目前主流的光学设计软件（如 Code V 和 ZEMAX 等）均采用阻尼最小二乘法作为优化算法。该算法是一种局部优化算法，在优化过程中很容易陷入局部最小值，最终的设计结果往往是离初始点非常近的局部最优解而不是全局最优解。由此可知，现有的光学设计软件严重依赖于初始结构的选取。因此，选择一个合理的初始结构是光学系统设计非常重要的一步。现有的离轴四反光学系统初始结构的获取方法主要有两种：一种是根据初级像差理论，通过解方程获得同轴四反光学系统的初始结构[4]；另一种是先设计有中间像的三反光学系统，然后在中间像面处加场镜，构成四反光学系统的初始结构[5]。这两种方法都需要给定足够的初始条件才能求解且不能对结构布局进行约束。针对以上问题，本文提出了一种基于遗传算法的同轴四反初始结构求解方法。遗传算法是基于“适者生存”的一种高度并行、随机和自适应的全局优化算法，已在光学系统设计中得到广泛应用，例如衍射光学元件的优化设计[6]，自适应光学系统中变形镜的优化控制[7]，波前编码系统的优化设计[8]，超大视场光学系统优化设计[9]及同轴三反初始结构求解[10]等。

根据初级像差理论，本文推导了同轴四反光学系统的初级像差表达式，建立了以遮拦比、放大率和二次曲面常数为变量的目标函数；然后通过遗传算法优化目标函数求解了同轴四反初始结构。在优化过程中同时对像差和结构布局进行约束，最终获得了像质良好和特定结构布局的初始结构。最后，以此初始结构为基础，通过设定合理的离轴量，设计了一个长焦距大视场大相对孔径且结构紧凑的离轴四反光学系统。

2　设计原理

2.1　像差分析及目标函数

如图 1 所示，光线经过主镜（M_1）、次镜（M_2）、三镜（M_3）和四镜（M_4）的反射到达像面。其中 d_1、d_2、d_3 和 d_4 分别为主镜到次镜，次镜到三镜，三镜到四镜和四镜到像面的距离；f'_1 为主镜的焦距；l_2 和 l'_2，l_3 和 l'_3，l_4 和 l'_4 分别为次镜、三镜、四镜的物距和像距；h_1、h_2、h_3 和 h_4 分别为第一近轴光线在主镜、次镜、三镜和四镜的投射高度。主镜、次镜、三镜和四镜的曲率半径分别为 r_1、r_2、r_3 和 r_4，二次曲面常数分别为 k_1、k_2、k_3 和 k_4。

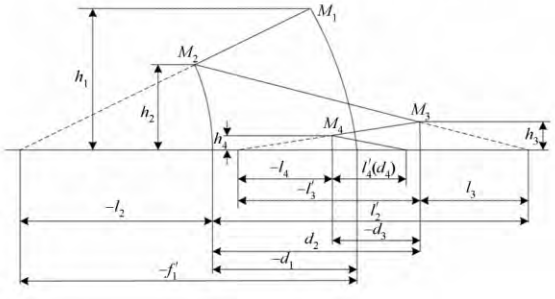


图 1　同轴四反光学系统初始结构

Fig. 1　Layout of coaxial four-mirror optical system

次镜对主镜、三镜对次镜和四镜对三镜的遮拦比分别为 α_1、α_2 和 α_3，次镜、三镜和四镜的放大率分别为 β_1、β_2 和 β_3，它们的定义如下：

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

$$\begin{cases}\alpha_1=\dfrac{l_2}{f'_1}\approx\dfrac{h_2}{h_1},\alpha_2=\dfrac{l_3}{l'_2}\approx\dfrac{h_3}{h_2},\alpha_3=\dfrac{l_4}{l'_3}\approx\dfrac{h_4}{h_3}\\ \beta_1=\dfrac{l'_2}{l_2}\approx\dfrac{u_2}{u'_2},\beta_2=\dfrac{l'_3}{l_3}\approx\dfrac{u_3}{u'_3},\beta_3=\dfrac{l'_4}{l_4}\approx\dfrac{u_4}{u'_4}\end{cases}. \tag{1}$$

根据近轴光线追迹方程以及公式(1)定义的遮拦比和放大率，可推得半径 r_1、r_2、r_3、r_4，距离 d_1、d_2、d_3、d_4 的表达式分别为：

$$\begin{cases}r_1=\dfrac{2}{\beta_1\beta_2\beta_3}f',r_2=\dfrac{2\alpha_1}{(1+\beta_1)\beta_2\beta_3}f'\\ r_3=\dfrac{2\alpha_1\alpha_2}{(1+\beta_2)\beta_3}f',r_4=\dfrac{2\alpha_1\alpha_2\alpha_3}{1+\beta_3}f'\\ d_1=\dfrac{1-\alpha_1}{\beta_1\beta_2\beta_3}f',d_2=\dfrac{\alpha_1(1-\alpha_2)}{\beta_2\beta_3}f'\\ d_3=\dfrac{\alpha_1\alpha_2(1-\alpha_3)}{\beta_3}f',d_4=\alpha_1\alpha_2\alpha_3f'\end{cases}, \tag{2}$$

其中，f' 为四反射光学系统的焦距。

由初级像差系数表达式[11]可得，光学系统的初级像差系数 S_{I}、S_{II}、S_{III}、S_{IV} 和 S_{V} 是关于 α_i、β_i $(i=1,2,3)$ 及 k_j $(j=1,2,3,4)$ 的非常复杂的函数，限于篇幅，这里只给出其隐性表达式：

$$\begin{cases}S_{\mathrm{I}}=S_{\mathrm{I}}(\alpha_i,\beta_i,k_j)\\ S_{\mathrm{II}}=S_{\mathrm{II}}(\alpha_i,\beta_i,k_j)\\ S_{\mathrm{III}}=S_{\mathrm{III}}(\alpha_i,\beta_i,k_j)\\ S_{\mathrm{IV}}=S_{\mathrm{IV}}(\alpha_i,\beta_i,k_j)\\ S_{\mathrm{V}}=S_{\mathrm{V}}(\alpha_i,\beta_i,k_j)\end{cases}. \tag{3}$$

基于以上像差分析，目标函数可以表示为

$$\begin{aligned}F=F(w_i,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2,\beta_3,k_1,k_2,k_3,k_4)=\\ w_1|S_{\mathrm{I}}|+w_2|S_{\mathrm{II}}|+w_3|S_{\mathrm{III}}|+w_4|S_{\mathrm{IV}}|+\\ w_5|S_{\mathrm{V}}|+w_6|C|,\end{aligned} \tag{4}$$

其中，w_i $(i=1,2,\cdots,6)$ 是相应项的权重；C 是系统结构布局施加的约束条件，如小型化、一体化、像方远心等。由公式(4)可知，目标函数 F 是光学系统像差的综合反映，其值越小表示光学系统的成像质量越好。因此，通过建立目标函数可将求解四反射光学系统初始结构的参数问题转化为目标函数 F 的最优化问题。本文用遗传算法对目标函数进行优化，即用遗传算法求解同轴四反初始结构的参数。

2.2　通过遗传算法求解同轴四反初始结构

遗传算法是受 Darwin 的进化论和 Mendel 的遗传学说启发而提出的，是一种高度并行、随机和自适应的全局优化算法，其编码技术和遗传操作比较简单，非常适用于高维度非线性的优化问题。

用遗传算法优化公式(4)所表示的目标函数，

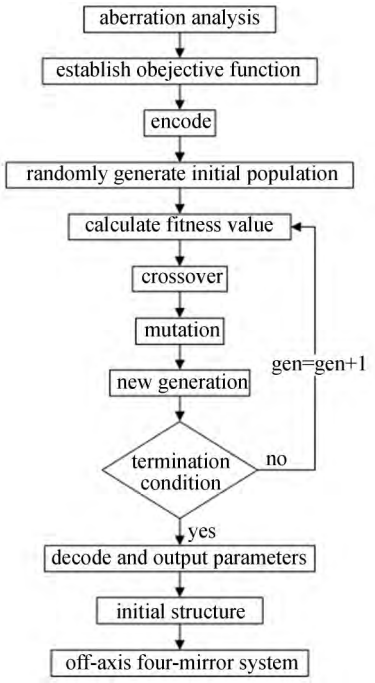


图 2　设计流程

Fig. 2　Flow chart of design process

具体过程如下，整个过程的设计流程如图 2 所示。

第 1 步：编码和初始种群。编码是遗传算法的基础，编码机制对算法的性能和效率有重要的影响。采用二进制编码对目标函数进行优化求解。首先，将参数 α_1、α_2、α_3、β_1、β_2、β_3、k_1、k_2、k_3、k_4 进行编码，由 10 个参数组成的编码串即为一个染色体，染色体即目标函数的解；其次，随机产生多个染色体组成遗传算法的初始种群。

第 2 步：计算适应度值。适应度值可以用来评价个体的优劣。文中选取适应度函数 $f=F^{-1}$ (F 为目标函数)，即目标函数的值越小，个体的适应度值越大，个体被选择的概率越大。

第 3 步：交叉。交叉是指两个配对的染色体以一定的概率(交叉概率)相互交换部分基因形成新个体的运算，是遗传算法获得优良个体的重要手段。在二进制编码中，交叉包括单点交叉、两点交叉和多点交叉等。

第 4 步：变异。变异是以一定的概率(变异概率)改变参与变异的染色体的某些基因形成新个体的运算。位的变异即位的反转：0 变成 1 或 1 变成 0，变异是遗传算法跳出局部极小值的重要手段。

第 5 步：终止条件。终止条件通常有设定最大进化代数或者判断最佳优化值是否连续若干代

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

没有明显变化等。若不满足终止条件，则返回第 2 步。直至满足终止条件，执行第 6 步。

第 6 步：解码并输出初始结构参数。

通过遗传算法计算出初始结构的 10 个参数后，便可以根据公式(2)计算同轴四反光学系统各反射镜的半径和间距，由此便可得到二次曲面同轴四反初始结构，经过离轴处理和进一步的迭代优化便可以得到离轴四反光学系统。

3　设计实例与性能分析

基于前文所述方法，设计一个长焦距大视场大相对孔径的离轴四反光学系统。其主要技术指标如表 1 所示。

表 1　离轴四反光学系统技术指标

Tab. 1　Specification of off-axis four-mirror optical system

Parameter	Specification
Effective focal length/mm	1 200
Entrance pupil diameter/mm	300
Field of view/(°)	20×4
F-number	4
Wavelength/nm	486.1～656.3
MTF(all fields)/(p·mm^{-1})	>0.5@50l

通过 matlab 编程实现遗传算法用于求解同轴四反初始结构。遗传算法的主要工作参数为：种群数 $n=50$，交叉概率 $p_c=0.9$，变异概率 $p_m=0.02$，最大进化代数 $N=500$。

为了使系统结构紧凑，在目标函数中加入约束条件 $|d_1|=|d_2|=|d_3|=0.9|d_4|$，目标函数由带权重的初级像差系数和结构布局约束条件组成：

$$F=F(w_i,\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2,\beta_3,k_1,k_2,k_3,k_4)=w_1|S_{\mathrm{I}}|+w_2|S_{\mathrm{II}}|+w_3|S_{\mathrm{III}}|+w_4|S_{\mathrm{IV}}|+w_5|S_{\mathrm{V}}|+w_6|d_1+d_2|+w_7|d_2+d_3|+w_8|d_3+0.9d_4|. \tag{5}$$

表 2　参数范围

Tab. 2　Parameter range

Parameter	Range
α_1	[0,1]
α_2	[0,1]
α_3	[1,2]
β_1	[−5,0]
β_2	[0,3]
β_3	[0,1]
k_1	[−5,5]
k_2	[−5,5]
k_3	[−5,5]
k_4	[−5,5]

为了获得合理的同轴四反初始结构，初始结构参数需要满足一定的边界条件，如表 2 所示。

根据公式(5)定义的目标函数和表 2 中的参数范围，通过遗传算法求解同轴四反初始结构的参数。图 3 为目标函数 F 的收敛曲线。从图中可以看出，F 值逐渐减小，目标函数是收敛的。通过改变权重，得到了多组初始结构参数，取收敛后 F 值最小的 5 组数据，如表 3 所示。

表 3　初始结构参数

Tab. 3　Parameters of initial structures

No.	α_1	α_2	α_3	β_1	β_2	β_3	k_1	k_2	k_3	k_4	Weights
1	0.56	0.67	1.27	−3.00	2.80	0.21	−0.08	2.08	0.21	0.29	[21 111 555]
2	0.52	0.72	1.37	−3.24	1.33	0.28	−0.53	0.70	1.78	0.27	[12 111 555]
3	0.53	0.81	1.28	−4.53	1.13	0.33	−0.56	−0.23	0.45	0.24	[11 211 555]
4	0.51	0.80	1.48	−4.84	0.53	0.47	−0.55	1.14	−0.77	0.21	[11 121 555]
5	0.50	0.58	1.43	−2.35	1.67	0.33	−0.47	1.28	0.64	0.26	[11 112 555]

在表 3 中，α_1 越小，表示次镜对主镜的遮拦比越小；α_2 越小，表示三镜对次镜的遮拦比越小，故选用第 5 组数据作为初始结构的参数。该初始结构布局紧凑，如图 4 所示。图 5 为该初始结构的调制传递函数(Modulation Transfer Function，MTF)曲线，从图中可以看出，该初始结构的 MTF 接近衍射极限，成像质量良好。

为了增大光学系统的视场，避免中心遮拦，将光阑置于次镜，对同轴四反初始结构进行视场离轴，用 XY 多项式自由曲面逐步代替二次曲面，通

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

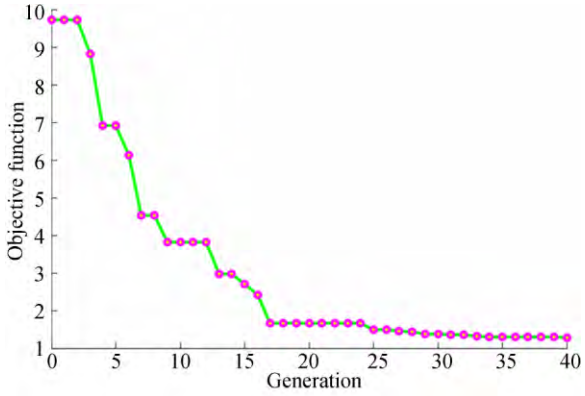


图 3　目标函数的收敛曲线

Fig. 3　Convergence curve of objective function

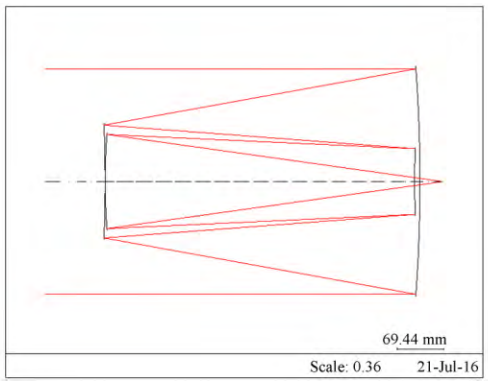


图 4　初始结构的布局

Fig. 4　Layout of initial structure

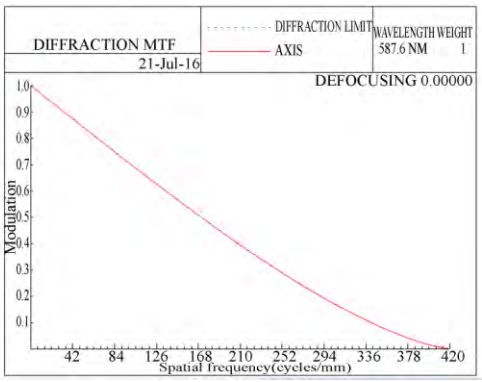


图 5　初始结构的调制传递函数

Fig. 5　MTF of initial structure

过反复的迭代优化，最终得到弧矢方向视场为 −10°～10°，子午方向视场为 7°～11°的离轴四反光学系统。该系统的镜头参数如表 4 所示，结构布局如图 6 所示，显示该系统结构紧凑，布局合理。

表 4　离轴四反光学系统的镜头参数

Tab. 4　Prescription data for off-axis four-mirror optical system

Surface	Surface type	Radius	Thickness
1	*XY* Polynomial	−7 936.88	−800.49
2(Stop)	*XY* Polynomial	−11 509.96	700.00
3	*XY* Polynomial	1 187.72	−851.35
4	*XY* Polynomial	1 712.57	1 000.00

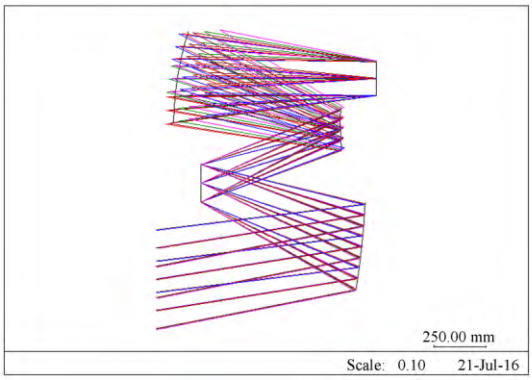
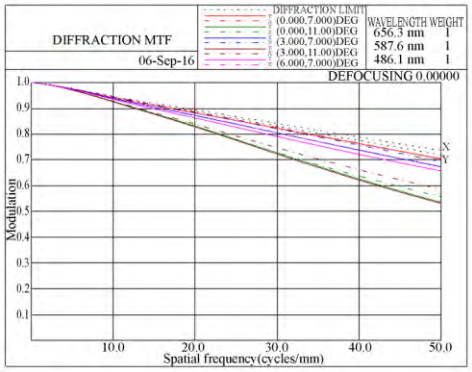


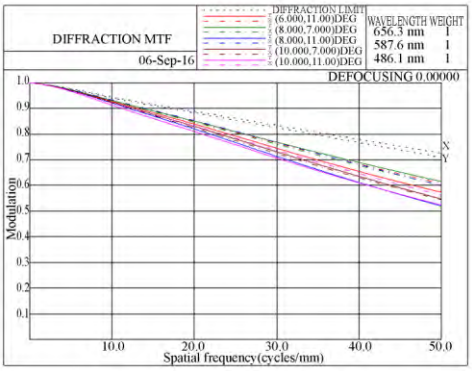
图 6　离轴四反光学系统的结构图

Fig. 6　Layout of off-axis four-mirror optical system



(a)**中心视场**

(a)Central fields



(b)**边缘视场**

(b)Edge fields

图 7　离轴四反光学系统的调制传递函数

Fig. 7　MTFs of off-axis four-mirror optical system

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

调制传递函数是光学系统成像质量的综合评价指标。该系统的调制传递函数曲线如图 7(a)和(b)所示。各视场的调制传递函数在 50 lp/mm 处均大于 0.52，表明该离轴四反光学系统的成像质量良好。

4　结　论

本文基于同轴四反光学系统的像差分析，建立了由带权重的初级像差系数和结构布局约束条件所组成的目标函数，引入了遗传算法对目标函数进行优化求解，实现了同时对像差和结构布局进行约束。然后，通过改变权重获得了多组的同轴四反初始结构。选择遮拦比最小的同轴四反系统为设计起点，实现了长焦距(1 200 mm)、大视场(20°×4°)、大相对孔径(F/4)的离轴四反光学系统设计。该系统结构紧凑，布局合理，各个视场的调制传递函数在 50 lp/mm 处均大于 0.52，成像质量良好。结果表明：基于遗传算法的设计方法可以为四反射光学系统提供很好的设计起点。

参考文献：

[1] **薛栋林，郑立功，张峰. 基于光学自由曲面的离轴三反光学系统**[J]. **光学 精密工程**，2011，19(12)：2813-1820.
XUE D L，ZHENG L G，ZHANG F. Off-axis three-mirror system based on freeform mirror[J]. *Opt. Precision Eng.*，2011，19(12)：2813-1820. (in Chinese)

[2] **赵文才. 改进的离轴三反光学系统的设计**[J]. **光学 精密工程**，2011，19(12)：2837-2843.
ZHAO W C. Design of improved off-axial TMA optical systems[J]. *Opt. Precision Eng.*，2011，19(12)：2837-2843. (in Chinese)

[3] LI X L，XU M，REN X D，*et al*.. An optical design of off-axis four-mirror-anastigmatic telescope for remote sensing[J]. *Journal of the Optical Society of Korea*，2012，16(3)：243-246.

[4] **刘军，刘伟奇，康玉思，等. 大视场离轴四反射镜光学系统设计**[J]. **光学学报**，2013，33(10)：1022002.
LIU J，LIU W Q，KANG Y S，*et al*.. Optical design of off-axis four-mirror optical system with wide field of view[J]. *Acta Optica Sinica*，2013，33(10)：1022002. (in Chinese)

[5] **丁学专，王欣，兰卫华，等. 离轴四反射镜光学系统设计**[J]. **红外与激光工程**，2008，37(2)：319-321.
DING X ZH，WANG X，LAN W H，*et al*.. Design of four-mirror reflective anastigmat optic system[J]. *Infrared and Laser Engineering*，2008，37(2)：319-321. (in Chinese)

[6] ZHOU G Y，CHEN Y X，WANG Z G，*et al*.. Genetic local search algorithm for optimization design of diffractive optical elements[J]. *Applied Optics*，1999，38(20)：4281-4290.

[7] **杨平，许冰，姜文汉，等. 遗传算法在自适应光学系统中的应用**[J]. **光学学报**，2007，27(9)：1628-1632.
YANG P，XU B，JIANG W H，*et al*.. Study of a genetic algorithm used in an adaptive optical system [J]. *Acta Optica Sinica*，2007，27(9)：1628-1632. (in Chinese)

[8] YAN F，ZHANG X J. Optimization of an off-axis three-mirror anastigmatic system with wavefront coding technology based on MTF invariance[J]. *Optics Express*，2009，17(19)：16809-16819.

[9] **常欢，吕丽军，刘鑫，等. 混入逃逸函数的遗传算法优化超大视场光学系统**[J]. **光学仪器**，2013，35(4)：27-33.
CHANG H，LV L J，LIU X，*et al*.. Application of the genetic algorithm mixed with escape function to

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

optimization of the ultra-wide-angle optical systems [J]. *Optical Instruments*, 2013, 35(4): 27-33. (in Chinese)

[10] LIU J, HUANG W, FAN H J. A novel method for finding the initial structure parameters of optical systems via a genetic algorithm [J]. *Optics Communications*, 2016, 361: 28-35.

[11] 潘君骅. 光学非球面的设计、加工与检验[M]. 苏州: 苏州大学出版社, 2004: 12-13.
PAN J H. *The Design, Manufacture and Test of the Aspherical Optical Surfaces* [M]. Suzhou: Soochow University Press, 2004: 12-13. (in Chinese)

作者简介:

徐奉刚(1989—),男,山东日照人,博士研究生,2012 年于哈尔滨工业大学获得学士学位,主要从事光学设计方面的研究。E-mail: fenggangxu@163.com

导师简介:

黄　玮(1965—),男,吉林长春人,研究员,博士生导师,主要从事光学设计方面的研究。E-mail: huangw@ciomp.ac.cn

(本栏目编辑:曹　金)

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net