文章编号 1004-924X(2017)03-0720-09

螺栓连接悬臂梁超谐响应特性试验研究

李耀彬^{1,2*},于化东¹,王强龙²,宋 阳²,伞晓刚²,刘震宇²

- (1. 长春理工大学 机电工程学院, 吉林 长春 130022;
- 2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春 130033)

摘要:针对光电设备中广泛采用的螺栓连接形式,采用单螺栓连接悬臂梁模型,对螺栓连接引起的结构振动特性的改变进行实验。利用激振器和振动信号采集设备,结合快速傅立叶分析方法指出螺栓连接模型在一定条件下有超谐共振响应现象。模型的谐振频率随着扭矩的增大呈先增大后减小的现象。结构在相同扭矩下,第一阶谐振频率随着激励幅值的增大而减小,结构呈渐软非线性。给定 1/2 和 1/3 倍谐振频率下的正弦激励,系统能量随着激励幅值的增大而趋向于固有频率处。结构在低预紧扭矩下,非线性项中二次项对结构响应起主要作用;在较高预紧下,非线性项中三次非线性项对结构响应起主要作用。该实验结果对开展后续连接结构的非线性振动特性的研究有一定的理论和指导意义。

关键词:非线性振动;谐共振;螺栓

中图分类号:TH113.1 文献标识码:A doi:10.3788/OPE.20172503.0720

Super-harmonic resonance experiment about bolt connected cantilever beam

LI Yao-bin^{1,2*}, YU Hua-dong¹, WANG Qiang-long², SONG Yang², SAN Xiao-gang², LIU Zhen-yu²

(1. Changchun University of Science and Technology,
College of Mechanical and Electric Enginerring, Changchun 130022, China;
2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and
Physics Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)
*Corresponding author, E-mail:liyaobing_ciomp@163.com

Abstract: A single bolt connection cantilever model is used to analyze the difference of vibrational property due to bolt-joint which is widely used in optoelectronic devices. The phenomenon of super-harmonic resonance due to bolt joint connection is verified using the shaker experiment combined with the signal acquisition equipment. In the case that the torque incerease, the resonance frequency of the model increase first and then decrease. The first resonance frequency decrease when the excitation amplitude decrease and the nonlinear structure characteristic is soft nonlinear. The energy inclined to the natural frequency when the excitation amplitude become large while the system excited under the sinusoidal 1/2 and 1/3 times the resonant frequency. When the system is under low pretension, quadratic nonlinear terms in the structural response plays the major role; while at higher pretension, cubic nonlinear term in nonlinear terms of the structural response plays the major role. The results

收稿日期:2016-11-10;修订日期:2016-12-08.

基金项目:自然科学基金面上资助项目(No. 51275504);吉林省科技发展基金资助项目(No. 20140519007JH)

about research has some theoretical and guidance about subsequent nonlinear vibration characteristic

Key words: nonlinear vibration; harmonic response; bolt joint

1 引言

复杂结构通常由螺栓、铆接、焊接或者胶合的方式连接形成总体结构。多数光电测量设备支撑部分的连接主要以螺栓连接为主^[1]。在不同激励量级载荷下,结构连接界面动态响应特性不同;较小激励载荷下的滑动(Slipping)和较大激励载荷下接触界面之间拍击(Slapping)的存在^[2],会使结构螺栓连接部位局部刚度和阻尼发生较大变化^[3]。许多结构中,连接部位的结构阻尼占系统阻尼90%以上^[4];结构在动态响应特性中的能量损失多在螺栓连接处。因此,螺栓连接是引起结构非线性动态响应特性和模态参数复杂性的主要原因之一^[5],螺栓连接结构是典型的非线性系统^[6-9]。

非线性系统存在迟滞、分叉、谐波响应等和线性系统不同的动态响应特性[10-11]。Abdelhafez利用多尺度方法对二次以及3次非线性系统在多频激励载荷下的谐振响应进行了分析[12],非线性恢复力作展开后各项对结构动态响应特性均存在影响。Zhou 等人利用 IHBM 方法车辆结构进行了分析,指出谐振峰值随着激励量级的减少而降低,激励频率和激励幅值的变化使得系统运动呈周期、准周期和混沌状态[13]。Gaul 以及Ibrahim^[14]分析螺栓连接搭接梁模型在不同载荷下的迟滞循环现象(Hysteresis Loop),激励载荷增加,结构呈刚度渐软特性。崔^[15]进行了悬臂梁模型受迫振动试验,激励频率为自振频率的整分数倍时结构谐波分量较为明显。

螺栓引入的非线性改变结构动态响应特性。 因此,对系统的非线性项的辨识和振动模式受结构参数影响的特性进行准确的分析有助于在设计阶段得到准确的系统建模[16]。较常用的方法是借助 Iwan^[17]模型利用弹簧和阻尼单元来表征停滞与 滑动 现象(Stick-slip Phenomenon)。

Hassan^[18]给出了据实验构造的 Iwan 解析模型, 结构非线性项和位移呈三次关系。另外一种是利 用 Force-State Mapping[19-21]方法,通过构造恢复 力和运动状态的方程,绘制恢复力关于位移、速度 的三维曲线图从而判断非线性项对系统状态的影 响。有限元方法(FEM)在结构设计中对结构动 态响应特性的识别和分析较为准确,但连接部位 的非线性特性和随外载荷时变的边界条件对仿真 结果准确性影响较大[1]。受螺栓连接部位非线性 恢复力以及阻尼的影响,非线性项对结构动态响 应的调节作用影响结构稳定性;敏感参数的微小 变化可能使得结构的运动状态从周期运动变化到 准周期状态乃至混沌状态[14]。工程实践中,光电 测控设备的水平调平结构引入较强的结构非线 性,使得非伺服频段的激励带来的谐振噪音响应 影响结构稳定性,从而影响光学系统的跟踪稳定 性和跟踪精度;部分外载荷激励条件下结构甚至 出现失稳现象[22-28]。

本文针对连接结构设计了单悬臂梁实验模型,利用激振器和加速度数据采集平台,针对二次和三次非线性谐振特性和响应峰值能量分布进行分析,并对预紧扭矩、外载荷激励幅值以及激振器激励频率的改变对结构响应特性的影响进行分析。

2 非线性系统的表征和谐振响应

包含简化阻尼项和三次非线性回复力项,简谐激励载荷作用下的系统运动方程可以表示为[12.29]:

$$\ddot{x}(t) + \mu \dot{x}(t) + \omega^2 x(t) + k_2 x^2(t) + k_3 x^3(t) = \Gamma \cos(omega * t).$$
 (1)

当 μ =0.001, ω =4, k_2 =2, k_3 =0.25, Γ =6, omega= ω /3 时,系统的响应如图 1 所示。

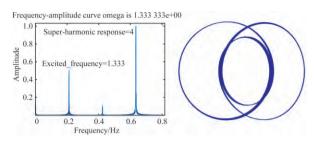


图 1 频域分析结果和相空间曲线

Fig. 1 Frequency analysis of response calculated by numerical result phase space

当 μ =0.001, ω =4, k_2 =0.2, k_3 =0.25, Γ =6, $omega=\omega/3$ 时,系统的响应如图 2 所示。

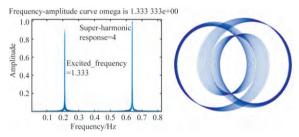


图 2 频域分析结果和相空间曲线

Fig. 2 Frequency analysis of response calculated by numerical result and phase space

当 μ =0.001, ω =4, k_2 =0.2, k_3 =0.6, Γ =6, omega= ω /3 时,系统的响应如图 3 所示。

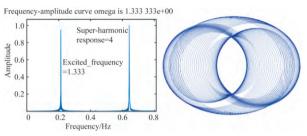


图 3 频域分析结果和相空间曲线

Fig. 3 Frequency analysis of response calculated by numerical result phase space

二次阻尼项系数增大时,系统在 $omega = \omega/3$ 频率激励下,从频率分析结果可以看出,响应项中阻尼项的影响也增大。对比图 2 和图 3 的相空间曲线可以看出,其余条件不变的情况下尽管频域响应相同,响应形式也大大不同。

根据以上分析可以看出,当外激励频率 $\Omega \approx \omega_0/n$ 时 (n) 为非 1 的正整数; ω_0 为系统固有频率),系统响应响应中包含自由振动谐波响应解和强迫振动激励响应解 $^{[30]}$ 。

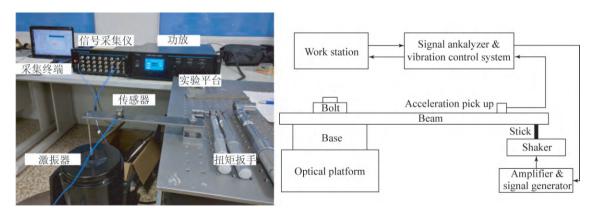


图 4 测量装置

Fig. 4 Measuring equipment of cantilever beam

3 单悬臂梁板的谐振实验现象验证

3.1 实验系统组成

测量系统由实验器件、加速度传感器、振动功率放大器、数据采集和控制系统、激振器组成,如图 4

所示。数据采集控制系统为 YMC 9232 Dynamic Data Acquistion System,加速度传感器为三轴加速度传感器,Z 方向灵敏度为 5.18 mV/m/s^2 。功率放大器采用 YMC-LA-500 型号线性功率放大器,满功率频率范围为 $20\sim5 \text{ kHz}$ 。激振器采用 YMC 公司 MS-200 系列激振器,最大振幅 10 mm,

激励频率范围 $DC-0\sim4~000~Hz$ 。实验器件由 M10~00 的外六角螺栓(DIN 933-1987)将 210 $mm\times40~mm\times5~mm$ 的单悬臂梁板和固定底座(三维尺寸为90 $mm\times40~mm\times24~mm$)连接,底座利用 4~0~00 的内六角螺栓全螺纹螺栓固定于光学平台上。利用 M5~00 的双头螺纹杆连接悬臂梁板和激

振器。利用聚四氟乙烯填充双头螺纹杆、激振器以及双头螺纹杆和悬臂螺纹孔之间的缝隙,上下各用两个 M5 的六角螺母实现限位防松。预紧扭矩利用扭矩扳手实现, $0\sim1$ N·M 扭矩利用测试扭矩板扳手, $1\sim5$ N·M 扭矩、 $5\sim30$ N·M 扭矩利用预置式扭矩扳手实现。材料为 45 号钢。

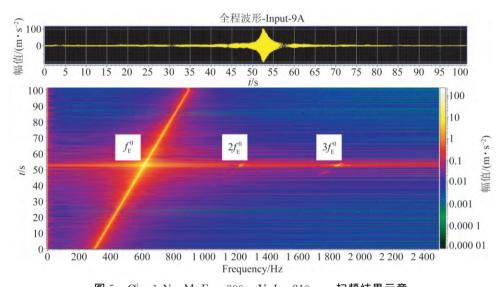


图 5 $Q^0 = 1 \text{ N} \cdot \text{M}, F_E = 300 \text{ mV}, L = 210 \text{ mm}$ 扫频结果示意 Fig. 5 $Q^0 = 1 \text{ N} \cdot \text{M}, F_E = 300 \text{ mV}, L = 210 \text{ mm}$ Result about sweeping

表 1 $F_{\rm E} = 300 \, {
m mV}$, $L = 210 \, {
m mm}$ 长度下不同扭矩下的第一阶加速度谐振频率

Tab. 1 The first-order acceleration resonance frequency under different torques of $F_{\rm E} = 300~{\rm mV}$, $L = 210~{\rm mm}$

$Q^{\circ}/\mathrm{N}\cdot\mathrm{M}$	0.1	0.2	1	5	10	15	20	25	30
$f_{ m E}^{\scriptscriptstyle 0}/{ m Hz}$	600.60	602.00	617.70	630.05	634.80	642.10	642.10	638.40	634.76
$H(f_{\rm E}^0)/({ m m}\cdot { m s}^{-2})$	116.00	105.34	96.13	90.53	110.44	116.80	110.40	109.86	104.60

3.2 不同预紧扭矩下频率变化

扫频时间取 t=200 s;采样频率 f_s =10 000 Hz。 利用振动分析平台 YMC9800 软件对采集的传感器 Z方向加速度信息数据进行幅频特性分析,分析方法选用快速傅立叶分析方法(FFT)。分析块长 N=8 K;谱线数为 M=3 200。窗函数选取平顶窗以便降低幅值分析误差;对所有扫频数据进行快速傅立叶分析时,平均方法采用峰值保持方法。频率分辨率为 $f_s/(2.56NM)$ =1.22 Hz。前置放大器增益保持不变。图 5 所示为 Q^0 =1 N·M 下的扫频分析彩图;彩图颜色深浅代表幅值大小。扫频

起始频率 $f_{\text{begin}} = 300 \text{ Hz}$;终止频率 $f_{\text{end}} = 900 \text{ Hz}$ 下的分析结果。结构在 $f_{\text{E}}^{\circ} = 617.70 \text{ Hz}$ 谐振,谐振峰值 $H_{\text{a}}(f_{\text{E}}^{\circ}) = 96.13 \text{ m/s}^{2}$;扫频至 f_{E}° 时振幅最大,同时在 $2f_{\text{E}}^{\circ}$ 和 $3f_{\text{E}}^{\circ}$ 处响应较为明显。调整预紧扭矩 Q° ,表 1 所示为在不同的预紧扭矩下,激振器激励电压幅值 $F_{\text{E}} = 300 \text{ mV}$ 时悬臂梁测试系统第一阶加速度谐振频率的分布。 $Q^{\circ} \leqslant 15 \text{ N} \cdot \text{M}$ 时,激励电压幅值 F_{E} 不变,响应频率 f_{E}° 随预紧扭矩 Q° 增大而增大; $Q^{\circ} \geqslant 15 \text{ N} \cdot \text{M}$, f_{E}° 随预紧扭矩 Q° 增大而减小。 $H(f_{\text{E}}^{\circ})$ 呈现相似特征。

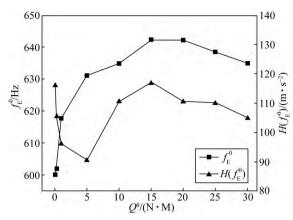


图 6 $F_{\rm E}$ = 300 mV, L = 210 mm 下 $f_{\rm E}^{\rm o}$ 和 $H(f_{\rm E}^{\rm o})$ 随 $Q^{\rm o}$ 变 化曲线关系

Fig. 6 Curve about $f_{\rm E}^{\rm o}$ and $H(f_{\rm E}^{\rm o})$ under different of $Q^{\rm o}$ of $F_{\rm E}\!=\!300$ mV, $L\!=\!210$ mm

表 2 不同载荷量级下扫频第一阶共振频率变化

Fig. 2 The first-order acceleration resonance frequency under different load magnitude

$Q^0/(N \cdot M)$	$F_{ m E}/{ m mV}$	$f_{ m E}^{\scriptscriptstyle 0}/{ m Hz}$	$H(f_{\mathrm{E}}^{0})/(\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2})$
10	100	639.6	39.1
	300	634.8	110.4
	600	634.8	204.6
20	100	642.1	38.3
	300	642.1	110.4
	600	628.4	213.9
15	100	642.1	38.74
	300	642.1	116.8
	600	638.43	220.23
30	100	637.2	40.1
	300	634.8	104.6
	600	634.8	204.1

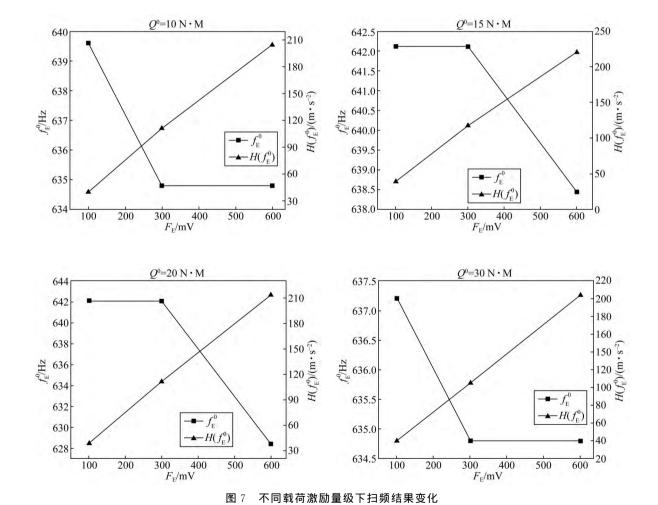


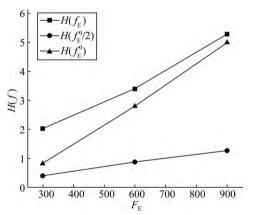
Fig. 7 Sweep results under different magnitude

3.3 相同扭矩不同激励外载荷下的响应分析

FFT 参数和 1.2 节中相同。预紧扭矩 Q° 分别取 10,15,20,30 N·M。激励电压幅值 F_E 相对应选取 100,300,600 mV。扫频参数保持不变。表 2 所示为不同激励量级下扫频的第一阶加速度谐振频率和响应幅值的分布。从图 7 可以看出,激励电压 F_E 从 100 mV 增大到 600 mV 时,响应幅值 $H(f_E^\circ)$ 线性增大。梁结构的变形没有收到大变形因素的影响,即实验结果中非线性解并非由大变形引起。 Q° 从 $10\sim30$ N·M 变化过程中,扫频激励电压幅值 F_E 增大,响应频率 f_E° 减小。螺栓连接悬臂梁呈现非线性渐软特性。

3.4 螺栓连接结构的超谐响应实验

从 3.2 节可知, $Q^{\circ}=5$ N·M, $f_{\rm E}^{\circ}=630.05$ Hz。 激振器输出频率取 $f_{\rm E}=f_{\rm E}^{\circ}/3=210.00$ Hz, $f_{\rm E}^{\circ}/3$ 正弦频率激励下, 预紧扭矩为 $Q^{\circ}=5$ N·M, 激励 电压幅值分别取 300,600,900 mV 时。 $H(f_{\rm E}^{\circ})$ 、 $H(f_{\rm E}^{\circ}/2)$ 、 $H(f_{\rm E})$ 处响应幅值列表如表 3 所示。



(a)响应幅值 H(f)随 F_E 变化曲线

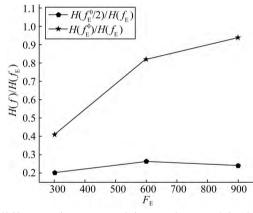
(a) Curve about amplitude H(f)- $F_{\rm E}$

表 3 实验不同激励电压量级幅值响应

Tab. 3 Accleration response under different level of voltage excitation

幅值/(m • s ⁻²)	$F_{\rm E}$ = 300 mV	$F_{\rm E} = 600 \mathrm{mV}$	$F_{\rm E}$ = 900 mV
$H(f_{\rm E})$	2.03	3.41	5.30
$H(f_{ m E}^{\scriptscriptstyle 0}/2)$	0.41	0.88	1.27
$H(f_{ m E}^{\scriptscriptstyle 0})$	0.83	2.80	5.00
$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}}/2)/H(f_{\mathrm{E}})$	0.20	0.26	0.24
$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}})/H(f_{\mathrm{E}})$	0.41	0.82	0.94

图 9(a)中, $H(f_E^0/2)$ 以及 $H(f_E^0)$ 随激励外载荷 F_E 增大而增大,曲线斜率不同。图 9(b)中, $H(f_E^0)/H(f_E)$ 随 F_E 增大而增大, $H(f_E^0/2)/H(f_E)$ 则基本保持不变。激振器实验结果表明,悬臂梁系统在 $Q^0=5$ N·M 时,系统非线性主要以 3 次为主。



(b) 响应幅值比 $H(f)/H(f_E)f=f_E^0/2$, $f=f_E^0$; $f_E=f_E^0/3$ 随 F_E 变化曲线 (b) Compared with the amplitude of the response curve

$$\mathbf{g} \quad \mathbf{Q}^0 = 5 \,\mathbf{N} \cdot \mathbf{M}$$

Fig. 9 $Q^0 = 5 \text{N} \cdot \text{M}$

3.5 不同扭矩下谐波分量幅值变化

预紧扭矩 Q° 从 $0.6\sim25$ N·M,激振器输出 频率 f_E 选取各扭矩下第一阶加速度谐振频率 f_E° 的 1/3 施加于实验系统: $f_E=f_E^\circ/3$ 。 快速傅立叶分析窗函数选取平顶窗函数分析。激励幅值电压均取 $F_E=300$ mV。 $H(f_E^\circ)$ 、 $H(f_E^\circ/2)$ 、 $H(f_E)$ 处响应幅值列表如表 4 所示。不同扭矩下正弦激励

幅值比曲线 $H(f_{\rm E}^{\circ})/H(f_{\rm E})$ 如图 10 所示。 $Q^{\circ}=5$ N·M,外载荷幅值的改变对谐波分量幅值大小影响最大, $Q^{\circ} \ge 15$ N·M 时,系统非线性项对结构的响应影响可忽略。 $Q^{\circ} \le 5$ N·M 时,二次非线性项对结构响应影响较大,因此在外载荷激励频率为 $f_{\rm E}=f_{\rm E}^{\circ}/3$ 下,在 $H(f_{\rm E}^{\circ})$ 处因非线性项引起的自由振动解幅值很小。

表 4 $f_{\rm E} = f_{\rm E}^{\rm o}/3$ 不同载荷处响应幅值汇总

Tab. 4 Accleration response under different loads $f_E = f_E^0/3$

$F_{ m E}$	$Q^0/(N \cdot M)$	0.6	1	5	10	15	20	25
$F_{\rm E}$ = 300 mV	$H(f_{\rm E})$	2.76	2.57	2.03	1.61	3.05	3.03	3.09
	$H(f_{ m E}^{\scriptscriptstyle 0}/2)$	0.08	0.06	0.41	0.24	0.03	0.03	0.03
	$H(f_{ m E}^{\scriptscriptstyle 0})$	0.02	0.03	0.84	0.29	0.08	0.12	0.13
	$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}})/H(f_{\mathrm{E}})$	0.01	0.01	0.41	0.18	0.03	0.04	0.04
$F_{\rm E}\!=\!600~{ m mV}$	$H(f_{\rm E})$	5.62	5.16	3.41	3.50	6.01	6.01	6.18
	$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}}/2)$	0.30	0.23	0.88	0.62	0.07	0.06	0.03
	$H(f_{ m E}^{\scriptscriptstyle 0})$	0.12	0.21	2.70	1.23	0.32	0.45	0.38
	$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}})/H(f_{\mathrm{E}})$	0.02	0.04	0.79	0.35	0.05	0.07	0.06
$F_{\rm E}\!=\!900~{ m mV}$	$H(f_{\rm E})$	8.45	7.81	5.31	5.76	9.05	9.05	9.27
	$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}}/2)$	0.65	0.47	1.28	0.98	0.03	0.03	0.05
	$H(f_{ m E}^{\scriptscriptstyle 0})$	0.11	0.72	5.03	2.49	0.65	0.52	0.45
	$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}})/H(f_{\mathrm{E}})$	0.01	0.09	0.94	0.43	0.07	0.06	0.04

表 5 $f_{\rm E} = f_{\rm E}^{\rm o}/2$ 不同载荷处响应幅值汇总

Tab. 5 Accleration response under different loads $f_{\rm E} = f_{\rm E}^{\rm o}/2$

$F_{ m E}$	$Q^0/(N \cdot M)$	0.2	1	5	10	20
$F_{\rm E}$ = 300 mV	$H(f_{\rm E})$	0.46	2.80	2.75	2.75	2.68
	$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}})$	0.30	0.02	0.08	0.04	0.06
	$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}})/H(f_{\mathrm{E}})$	0.65	0.007 1	0.029 1	0.014 5	0.022 4
$F_{\rm E}\!=\!600~{ m mV}$	$H(f_{\rm E})$	1.01	5.58	5.48	5.49	5.35
	$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}})$	0.77	0.08	0.30	0.14	0.30
	$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}})/H(f_{\mathrm{E}})$	0.76	0.014 3	0.054 7	0.025 5	0.056 1
$F_{\rm E}\!=\!900~{ m mV}$	$H(f_{\mathrm{E}})$	1.70	8.37	8.23	8.23	8.02
	$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}})$	1.40	0.24	0.52	0.28	0.55
	$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}})/H(f_{\mathrm{E}})$	0.82	0.028 7	0.063 2	0.034 0	0.068 6

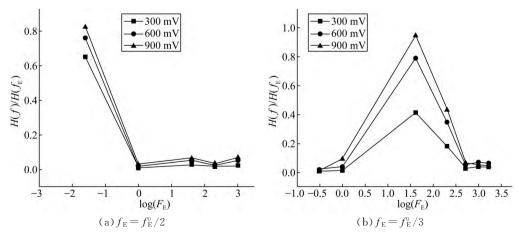


图 10 F_E = 300 mV, F_E = 600 mV, F_E = 900 mV, $H(f_E^0)/H(f_E)$ 变化曲线

Fig. 10 $F_{\rm E} = 300~{\rm mV}$, $F_{\rm E} = 600~{\rm mV}$, $F_{\rm E} = 900~{\rm mV}$, Ratio about $H(f_{\rm E}^{\rm o})$ and $H(f_{\rm E})$ under different excitation

4 结 论

本文从螺栓连接结构引入的振动非线性和振动参数复杂性出发,设计螺栓连接悬臂梁实验并利用激振器和数据采集平台对螺栓连接结构的非线性振动现象进行实验研究。获得如下结论:连接结构存在明显的非线性现象。对于固定的预紧扭矩,结构振动频率随激励载荷增大而减小,系统

参考文献:

- [1] ČELIČ D, BOLTEŽAR M. Identification of the dynamic properties of joints using frequency-response functions [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 317(1-2): 158-174.
- [2] IRANZAD M, AHMADIAN H. Identification of nonlinear bolted lap joint models [J]. *Computers & Structures*, 2012, 96-97;1-8.
- [3] SONG Y, HARTWIGSEN C J, MCFARLAND D M, et al.. Simulation of dynamics of beam structures with bolted joints using adjusted Iwan beam elements [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 273(1-2): 249-276.
- [4] BEARDS C. Damping in structural joints [J]. Shock and Vibration Information Center the Shock and Vibration Digest, 1982, 14(6): 9-11.
- [5] GAUL L, LENZ J. Nonlinear dynamics of structures assembled by bolted joints [J]. *Acta Mechanica*, 1997, 125(1-4): 169-181.
- [6] QIN Z, HAN Q, CHU F. Bolt loosening at rotating joint interface and its influence on rotor dynamics [J]. Engineering Failure Analysis, 2016, 59: 456-466.
- [7] ERITEN M, KURT M, LUO G, et al.. Nonlinear system identification of frictional effects in a beam with a bolted joint connection [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2013, 39 (1-2): 245-264.
- [8] ZHAO B, ZHAO Y, FENG J, et al.. Numerical and experimental investigation of the torsional stiffness of flexible disc couplings [J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2016, 114: 207-216.
- [9] KARIM Y, BLANZE C. Vibration reduction of a structure by design and control of a bolted joint [J]. Computers & Structures, 2014, 138: 73-85.

呈明显非线性振动。非线性超谐共振现象发生在结构谐振频率的整数和分数倍频激励下。在不同边界条件下,结构的超谐共振的响应形式也不同。弱预紧强非线性条件下,结构非线性项中二次项对结构响应形式影响较大;中等预紧扭矩下,三次项对结构响应影响较大。以谐振频率的分数倍激励时,结构的响应形式从周期运动改变成为准周期运动。且随激励载荷增大,响应能量以谐振频率为主。

- [10] 陈予恕,曹登庆,黄文虎.近代机械非线性动力学与优化设计技术的若干问题[J].机械工程学报,2007,(11):17-26.
 - CHEN Y SH, CAO D Q, HUANG W H. Issues on modern mechaincal nonlinear dynamics and optical design technology [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2007, (11): 17–26. (in Chinese)
- [11] HOU L, CHEN Y S, LU Z Y, et al.. Bifurcation analysis for 2:1 and 3:1 super-harmonic resonances of an aircraft cracked rotor system due to maneuver load [J]. Nonlinear Dynamics, 2015, 81(1-2): 531-547.
- [12] ABDELHAFEZ H M. Resonance of multiple frequency excitated systems with quadratic, cubic and quartic non-linearity [J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2002, 61(1): 17-34.
- [13] ZHOU S, SONG G, SUN M, et al.. Nonlinear dynamic analysis of a quarter vehicle system with external periodic excitation [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2016.
- [14] IBRAHIM R A, PETTIT C L. Uncertainties and dynamic problems of bolted joints and other fasteners [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 279(3-5): 857-936.
- [15] 崔秀英. 悬臂梁受迫振动的频谱分析[J]. 振动。测试与诊断, 1995(4): 31-34.

 CUI X Y. Spectrum analysis about cantilever by forced vibration [J]. Journal of Vibration Measurement & Diagnosis, 1995(4): 31-34. (in Chinese)
- [16] Nonlinear system identification in structural dynamics: current status and future directions [J].
- [17] IWAN W D. A distributed-element model for hysteresis and its steady-state dynamic response [J].

 Journal of Applied Mechanics, 1966, 33 (4):
 893-&.

- [18] AHMADIAN H, JALALI H. Identification of bolted lap joints parameters in assembled structures [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(2): 1041-1050.
- [19] CRAWLEY E F, ODONNELL K J. Force-state mapping identification of nonlinear joints [J]. Aiaa Journal, 1987, 25(7): 1003-1010.
- [20] CRAWLEY E F, AUBERT A C. Identification of nonlinear structural elements by force-state mapping [J]. *Aiaa Journal*, 1986, 24(1): 155-162.
- [21] JALALI H, AHMADIAN H, MOTTERSHEAD J E. Identification of nonlinear bolted lap-joint parameters by force-state mapping [J]. *International Journal of Solids and Structures*, 2007, 44 (25-26): 8087-8105.
- [22] LIU J, CHEN X, GAO J, et al.. Multiple-source multiple-harmonic active vibration control of variable section cylindrical structures: A numerical study [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016.
- [23] BLACHOWSKI B, GUTKOWSKI W. Effect of damaged circular flange-bolted connections on behaviour of tall towers, modelled by multilevel substructuring [J]. *Engineering Structures*, 2016, 111: 93-103.
- [24] ABID M, KHAN A, NASH D H, et al.. Optimized bolt tightening strategies for gasketed flanged pipe joints of different sizes [J]. International Journal of Pressure Vessels and Piping, 2016.
- [25] ZHU S, SHAO G, WANG Y, et al.. Mechanical

- behavior of the CFRP lattice core sandwich bolted splice joints [J]. *Composites Part B: Engineering*, 2016, 93: 265-272.
- [26] LIU J, OUYANG H, PENG J, et al.. Experimental and numerical studies of bolted joints subjected to axial excitation [J]. Wear, 2016, 346-347: 66-77.
- [27] 田士涛,吴清文,贺帅,等. 空间机械臂锁紧机构等效线性化分析及验证[J]. 光学 精密工程,2016,24(3):590-599.
 - TIAN SH T, WU Q W, HE SH. Linear analysis and practical tests of fixation mechanisms in space robotic arm [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24 (3): 590-599. (in Chinese)
- [28] 王强龙,伞晓刚,刘震宇. 螺栓连接条件下结构振动模态的时频分析方法[J]. 机械设计与制造,2016,7.
 - WANG Q L, SAN X G, LIU ZH Y. Model analysis of structure with bolt connections using the method of transient response and frequency transformation [J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2016, 7. (in Chinese)
- [29] WORDEN G R T. Nonlinearity in structural dynamics detection [J]. *Identification and Modelling*, 2001.
- [30] 陈树辉. 强非线性振动系统的定量分析方法[M]. 北京:科学出版社,2007.
 - CHEN SH H. Quantitative Analysis of Strongly Nonlinear Vibration System [M]. Beijing: Science Press, 2007. (in Chinese)

作者简介:



李耀彬(1969一),男,辽宁锦州人,研究员,硕士生导师,主要从事精密机械设计及检测、光电测量与控制方面的研究。E-mail;liyaobin7025@163.com

通讯作者:



于化东(1961一),男,吉林松原人,博士,教授,博士生导师,"863"计划专家委员会委员,"973"项目首席专家,1998年于日本千叶大学获得博士学位,主要从事精密超精密加工技术、微纳制造与检测技术方面的研究。E-mail:yuhd@cust.edu.cn

(本栏目编辑:马 健)