

## 小波变换实现的光电编码器精确实时测速

杜颖财<sup>1,2</sup>, 宋路<sup>1</sup>, 万秋华<sup>2</sup>, 杨守旺<sup>2</sup>

(1. 长春理工大学 电子信息工程学院, 吉林 长春 130022;  
2. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

**摘要:** 光电编码器作为速度反馈器件, 在工业、航空航天、军事等领域应用广泛。其速度检测的准确度和响应时间直接影响了整个控制系统的性能。为此, 研究了一种编码器测速信号小波变换算法, 该算法能够减弱噪声和干扰的对测速精度影响。将该算法应用于某航天编码器中, 改善了其控制系统的动态响应和稳态精度。具有算法简单、占用资源少、耗时短、算法通用等特点, 并且可以推广到其他编码器研制中。同时, 还设计了一中光电编码器速度检测系统, 能够实现对光电编码器测速精度的检测。实验表明: 该算法应用到编码器中, 将测速误差从 6.956 (")/ms 降低到 0.370 7 (")/ms。

**关键词:** 小波变换; 测速; 编码器; 检测

中图分类号: TP212 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201746.0517005

## Accurate real-time velocity measurement of photoelectric encoder based on wavelet transform

Du Yingcai<sup>1,2</sup>, Song Lu<sup>1</sup>, Wan Qiuhsa<sup>2</sup>, Yang Shouwang<sup>2</sup>

(1. Electronic Information Engineering College, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;  
2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

**Abstract:** As a velocity feedback device, photoelectrical encoder was widely used in industry, aerospace, military and other fields. The precision and response influenced the whole system performance immediately. This paper studied velocity information arithmetic by using wavelet which reduced interference and noises. This arithmetic had been applied in a space encoder, improved the dynamic response of control system, accuracy in steady-state. This arithmetic was simple, less resource, short time consuming and universal, can be extended to other encoder. Meanwhile, this paper designed velocity detection system, to achieve the detection of precision. The experiments shown that: the velocity error was reduced from 6.956 (")/ms to 0.370 7 (")/ms, by using this arithmetic.

**Key words:** wavelet transform; velocity measurement; encoder; detection

---

收稿日期: 2016-09-05; 修訂日期: 2016-10-03

基金项目: 国家自然科学基金(51605465)

作者简介: 杜颖财(1976-), 男, 博士生, 主要从事角度测量及光电信号处理技术方面的研究。Email: ycd@163.com

导师简介: 宋路(1952-), 女, 教授, 博士生导师, 主要从事光通信与信息处理技术方面的研究。Email: usong@126.com

## 0 引言

光电编码器在工业、航空航天、军事等诸多领域被大量采用，是高性能控制闭环系统中速度检测的重要反馈部件，其速度检测的准确性和响应时间直接影响了整个控制系统的性能。

针对编码器速度检测问题，学者开展研究。参考文献[1]介绍了 Hilbert–Huang 变换方法在编码器中的应用。解决了周围环境复杂时，编码器输出精码质量变差，导致的编码器精度下降，其测速精度等指标变差的问题。参考文献[2]介绍了编码器精码信号自动补偿装置，提高了编码器的精度。参考文献[3]引入卡尔曼观测器对电机平台进行框架角速率估计，能有效提高平台角速率估计精度。参考文献[4]介绍了 Fourier 级数的编码器角度校正算法，能够提高经纬仪的测角精度。参考文献[5]提出了编码器精码非均匀采样，利用离散 Fourier 变换算法分析重构精码并解析出波形参数。

小波变换<sup>[6–10]</sup>在图像处理、医学信号处理、地震预测、目标识别、视觉技术等领域广泛地应用。目前尚无小波变换在光电轴角编码器中的应用，可以在编码器速度信号输出端引入数字小波滤波器，期望提高信号质量，减弱噪声和干扰，提高编码器测速精度，改善控制系统的动态响应和稳态精度<sup>[11]</sup>。

## 1 21 位光电编码器

研制的 21 位光电编码器作为某航天伺服系统的速度反馈元件，与航天电机同轴安装，电性件研制时发现，编码器在伺服加电的情况下，编码器测速信息不能正确反映电机的转速，导致伺服系统稳速精度下降。为此，在初样研制中，一方面伺服电路设计中对电机地和编码器信号地再次隔离，对电机功放元件布局优化，减少串扰；另一方面提高编码器的细分精度，保证精码细分信号李沙育图形为标准圆，在精码信号差分输入端加滤波电容，同时增强编码器自身的抗干扰性，对编码器的测速信息进行滤波。为此开展了两方面的研究工作：一是编码器的速度信息滤波算法研究；二是编码器速度信息检测系统研究。搭建的光电编码器测速检测装置，模拟了航天伺服的运动状态，额外安装了 28 位基准编码器，可以

标定 21 位编码器的测速精度。检测装置转动时，得到速度曲线如图 1 所示。

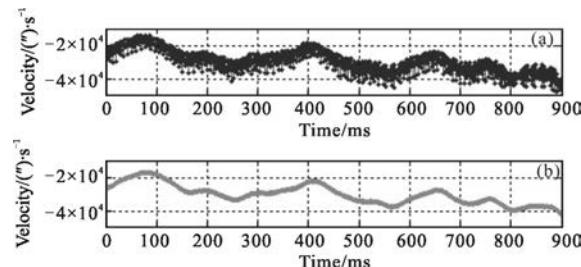


图 1 编码器速度曲线

Fig.1 Encoder velocity curve

令测速绝对误差  $\Delta V$  为  $\Delta V = V - V_{28}$  得到测速绝对误差如图 2 所示。以 28 位编码器速度值作为真值  $x_i$ ，每个测试点的真值与被测值之差  $\sigma_i$ ，其均方差值  $\sigma$  即为测速精度。经过计算  $\sigma$  为  $6.9565 (^{\circ})/\text{ms}$ 。

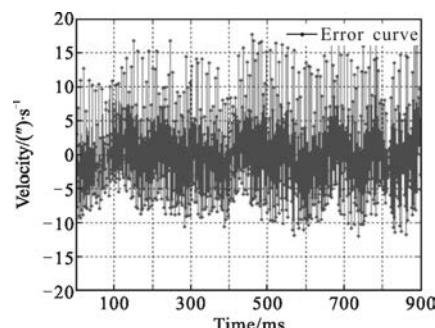


图 2 编码器测速绝对误差

Fig.2 Absolute error of encoder velocity

可见，编码器测速误差大，不能正确反映系统运动状态，导致伺服系统的动态响应和稳态精度达不到技术要求。可以利用小波变换对编码器的速度信息分解与重构，进行滤波处理，消除噪声和干扰，提高测速精度。

## 2 小波变换

### 2.1 db 小波变换

小波函数具有多样性，dbN 小波正则性好，它对编码器速度信息的重构平滑效果良好。编码器的测速信号处理可以选择 dbN 小波。dbN 小波是从  $\{h_k\}$  推导出来的离散正交小波。dbN 没有显式表达式 ( $N=1$  除外)，但  $\{h_k\}$  的传递函数的模平方有显式。

假设  $P(y) = \sum_{k=0}^{N-1} C_k^{N-1+k} y^k$ ，其中  $C_k^{N-1+k}$  为二项式的

系数，则有：

$$|m_0(\omega)|^2 = \left( \cos^2 \frac{\omega}{2} \right)^N P \left( \sin^2 \frac{\omega}{2} \right)$$

式中： $m_0(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{k=0}^{2N-1} h_k e^{-i\omega k}$ 。

dbN 小波的双尺度解析式为：

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k) \phi(2t-k) \quad (1)$$

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_{k=-\infty}^{\infty} g(k) \phi(2t-k) \quad (2)$$

由公式(1)、(2)可知，系数  $\{h(k)\}, \{g(k)\}$  的设计完成，dbN 小波的尺度函数与小波函数公式可被描述，若令： $H(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{h(k)}{\sqrt{2}} e^{-j\omega k}$ ,  $G(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{g(k)}{\sqrt{2}} e^{-j\omega k}$ ，

则把 dbN 小波的设计可以归结为  $H(\omega), G(\omega)$  的设计。构造 dbN 小波时滤波器  $H(\omega)$  与  $G(\omega)$  必须满足以下三个等式：

$$|H(\omega)|^2 + |H(\omega+\pi)|^2 = 1$$

$$|G(\omega)|^2 + |G(\omega+\pi)|^2 = 1$$

$$H(\omega)G^*(\omega) + H(\omega)G^*(\omega+\pi) = 0$$

求解可得：

$$g(k) = (-1)^{1-k} h^*(1-k), k \in Z$$

所以，要设计 dbN 小波，只需要设计滤波器  $H(\omega)$ ，dbN 小波其实是滤波器组。

编码器信号分析用 dbN 小波，采用 4 阶小波，经过计算求得滤波器组为：

$$h = [-0.0106 \ 0.0329 \ 0.0308 \ -0.1870 \ -0.0280]$$

$$0.6309 \ 0.7148 \ 0.2304]$$

$$g = [-0.2304 \ 0.7148 \ -0.6309 \ -0.0280]$$

$$0.1870 \ 0.0308 \ -0.0329 \ -0.0106]$$

## 2.2 编码器信号分解

编码器的处理器采用 C2000 系列 TMS320F28335，编程语言为 C++。db4 小波变换在 DSP 中采用 Mallat 算法实现。完成编码器速度信号的小波重构与分解。

$$\begin{bmatrix} c_j[0] \\ c_j[1] \\ \vdots \\ c_j\left[\frac{n}{2}-1\right] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h[0] & h[1] & h[2] & h[3] & h[4] & h[5] & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h[0] & h[1] & h[2] & h[3] & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ h[2] & h[3] & h[4] & h[5] & 0 & 0 & \cdots & h[0] & h[1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_{j-1}[0] \\ c_{j-1}[1] \\ \vdots \\ c_{j-1}[n-1] \end{bmatrix} \quad (11)$$

设  $f(t) \in L^2(R)$  为一纬输入信号，并假定已得到  $f(t)$  在  $2^{-j}$  分辨率下的粗糙象  $Af \in V_j, \{V_j\}_{j \in Z}$  构成  $L^2(R)$  的多分辨率分析，从而有  $V_j = V_{j+1} \oplus W_{j+1}$ ，即

$$Af = A_{j+1}f + D_{j+1}f$$

式中： $Af = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{j,k} \varphi_{j,k}(t)$ ,  $Df = \sum_{k=-\infty}^{\infty} D_{j,k} \psi_{j,k}(t)$ 。于是：

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{j,k} \phi_{j,k}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{j+1,k} \phi_{j+1,k}(t) + \sum_{k=-\infty}^{\infty} D_{j+1,k} \psi_{j+1,k}(t) \quad (3)$$

由尺度函数的双尺度方程可得：

$$\phi_{j+1,m}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(k-2m) \phi_{j,k}(t)$$

利用尺度函数的正交性，有：

$$\langle \phi_{j+1,m}, \phi_{j,k} \rangle = h(k-2m) \quad (4)$$

从小波函数的双尺度方程求出：

$$\langle \psi_{j+1,m}, \phi_{j,k} \rangle = g(k-2m) \quad (5)$$

由公式(3)、(4)和(5)立即可得：

$$C_{j+1,m} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{j,k} h^*(k-2m) \quad (6)$$

$$D_{j+1,m} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{j,k} g^*(k-2m) \quad (7)$$

$$C_{j,k} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} h(k-2m) C_{j+1,m} + \sum_{m=-\infty}^{\infty} g(k-2m) D_{j+1,m} \quad (8)$$

令  $H = [H_{m,k}]_{m,k=-\infty}^{\infty}$ ,  $G = [G_{m,k}]_{m,k=-\infty}^{\infty}$ ，其中  $H_{m,k} = h^*(k-2m)$ ,  $G_{m,k} = g^*(k-2m)$  则公式(6)、(7)和(8)可得：

$$\begin{cases} C_{j+1} = HC_j \\ D_{j+1} = GC_j \end{cases} \quad j=0, 1, \dots, J \quad (9)$$

$$C_j = H^* C_{j+1} + G^* D_{j+1}, \quad j=J, J-1, \dots, 1, 0 \quad (10)$$

式中： $H^*, G^*$  分别是  $H$  和  $G$  的共轭转置矩阵。其中公式(9)为一维分解算法，公式(10)为 Mallat 一维重构算法。

对于有限长度的输入数据序列： $C_n^0 = x_n, n=1, 2, \dots, M$ 。它的离散小波变换在 DSP 中通过如下的矩阵运算可以实现信号的分解。

$$c_{j+1}[n] = \sum_n h(n-2k) c_j[k], \quad d_{j+1}[n] = \sum_n g(n-2k) c_j[k]$$

矩阵形式如公式(11)、(12)所示：

$$\begin{bmatrix} d_j[0] \\ d_j[1] \\ \vdots \\ d_j\left[\frac{n}{2}-1\right] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g[0] & g[1] & g[2] & g[3] & g[4] & g[5] & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & g[0] & g[1] & g[2] & g[3] & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ g[2] & g[3] & g[4] & g[5] & 0 & 0 & \cdots & g[0] & g[1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d_{j-1}[0] \\ d_{j-1}[1] \\ \vdots \\ d_{j-1}[n-1] \end{bmatrix} \quad (12)$$

经过 db4 小波分解，得到编码器信号的各阶次细节部分和近似部分的系数，如图 3、4 所示。

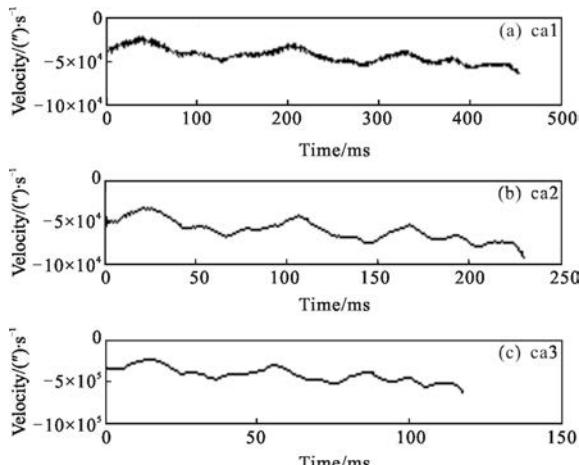


图 3 编码器信号小波分解近似部分

Fig.3 Wavelet decomposition approximation part of encoder signal

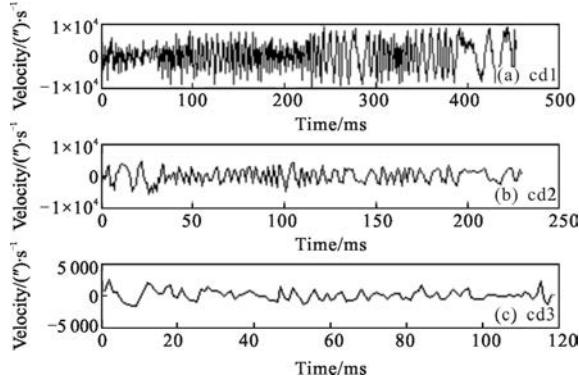


图 4 编码器信号小波分解细节部分

Fig.4 Wavelet decomposition details part of encoder signal

### 2.3 编码器信号重构

按照公式(11)、(12)对信号进行 3 次小波分解，图 4 中 cd3~cd1 分别为第三次、第二次和第一次分解后的细节部分，图 3 中 ca3~ca1 分别为第三次、第二次和第一次分解后的近似部分，由图 3 可以看出，信号的能量主要集中在 ca3 上近似部分，有效信号全部集中在大尺度下。可知尺度变大时，编码器噪声和信号所对应的系数是变小和增加。因此按照尺度从大到小的方向进行去噪滤波，可以很好的去除所有噪声的同时，很好的保留所有信号，尤其是信号的突变部分。

滤波方法<sup>[12]</sup>采用小波阈值滤波法，编码器信号经过小波变换后，认为由信号产生的小波系数含有信号的重要信息，其幅值比较大，数目较少，而噪声对应的小波系数幅值小。在不同尺度上选取不同的阈值，低于该阈值时小波系数为零，高于该阈值时小波系数不变，可以使信号中的噪声与干扰巨幅衰减。阈值采用如下表达式：

$$TH=\sigma\sqrt{2\ln(N)}$$

式中： $\sigma$  为噪声的标准方差； $N$  为编码器滤波信号的长度。经阈值函数对编码器小波分解系数进行处理后，按照下面公式(13)进行小波逆变换，得到滤波后的编码器重构信号如图 5 所示。

$$c_{j-1}[n]=\sum_n h^*(n-2k)c_j[k]+\sum_n g^*(n-2k)d_j[k] \quad (13)$$

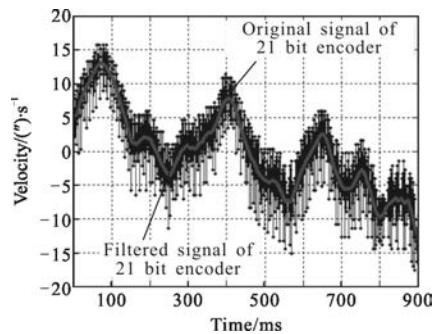


图 5 编码器重构信号与原始信号对比

Fig.5 Comparison of encoder reconstructed signal and original signal

## 3 实验与结果分析

### 3.1 编码器测速检测系统

光电编码器测速精度检测系统示意图如图 6 所示。

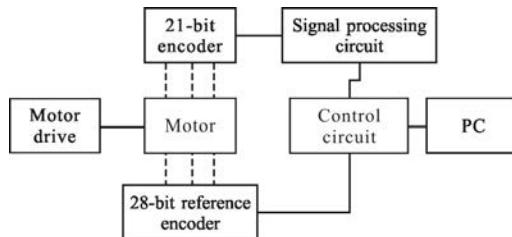


图 6 编码器测速检测系统示意图

Fig.6 Schematic diagram of encoder velocity detection system

28 位基准编码器作为速度检测基准, 是 Heidenhain 公司生产的绝对式编码器, 分辨力 0.005”, 精度为 0.02”, 技术指标远高于 21 位编码器, 因此可用作基准。

编码器速度检测系统<sup>[13-14]</sup>要求驱动马达可以稳定可靠工作, 选用日本三菱公司 HG-KN43J-S100 伺服电机。其参数如表 1 所示。

表 1 HG-KN43J-S100 参数

Tab.1 HG-KN43J-S100 parameters

No.	Items	Parameters
1	Rated output	400 W
2	Rated torque	1.3 N·m
3	Max torque	3.8 N·m
4	Rated speed	3 000 r/min(250 Hz)
5	Max speed	5 000 r/min
6	Rated current	2.6 A
7	Max current	7.8 A
8	Weight	1.5 kg
9	Inertia <i>J</i>	$0.375 \times 10^{-4} \text{kg} \cdot \text{m}^2$
10	Inertia ratio	15 t

电机驱动选用三菱通用 AC 伺服放大器 MR-JE-40A, 控制方式为正弦波 PWM 控制电流控制方式, 输入电压三相或单相 AC 200~240 V(50 Hz/60 Hz), 输出额定电压三相 AC 170 V, 输出额定电流 2.8 A, 与 HG-KN43J-S100 伺服电机匹配。控制模式为速度控制模式。设定伺服放大器参数 PC12(模拟速度指令最大转速)为 3 000, 参数 PA01(运行模式)为 1002 速度模式, 调节 CN1-2 和 CN1-28 输入电压值可实现速度的同比例变化。

DSP 与 PC 机的数据传输选择 STM32F107, 自带模块, 实现了在设备和主机之间大量数据的高速传输。本测试系统电机开环旋转, 在不同的转速下 DSP 主控板将 21 位编码器和 28 位的编码器速度值 1K 采样频率下同步采样, 速度数据经 USB 接口输出到电脑, 用于测速精度分析。以此评价小波变换的效果。

### 3.2 实验结果

令小波变换后测速绝对误差  $\Delta V$  为  $\Delta V = V_{21} - V_{28}$  得到小波变换后测速绝对误差如图 7 所示。以 28 位

编码器速度值作为真值  $x_i$ , 每个测试点的真值与被测值之差  $\sigma_i$ , 其均方差值  $\sigma$  即为测速精度。经过计算  $\sigma$  为 0.370 7(“)/ms。

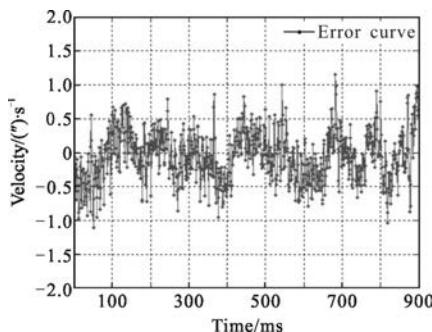


图 7 小波变换后编码器测速误差曲线

Fig.7 Velocity error curve of encoder after wavelet transform

可见, 经过小波变换后测速精度由 6.956 5(“)/ms 提高到 0.370 7(“)/ms。

## 4 结 论

设计的编码器测速信息小波变换方法, 是在编码器设计中的首次应用。搭建的编码器测速系统, 可以验证该算法的效果, 试验证明小波变换可以提高测速信号质量, 将 21 位绝对式编码器测速绝对误差由 6.956 5(“)/ms 提高到 0.370 7(“)/ms, 减弱了噪声和干扰, 可以改善控制系统的动态响应和稳态精度。软件算法由 C++ 语言编写, 在 DSP 中通过矩阵运算实现卷积运算和小波变换算法, 采用简洁的循环计算、算法简单、占用硬件资源少、耗时短、算法通用, 可以推广到其他型号编码器研制中。

## 参考文献:

- [1] Gao Xu, Wan Qiuhsa, Li Jinhuan, et al. Photoelectric shaft encoder error of moire fringe signal compensation [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(2): 647-653. (in Chinese)  
高旭, 万秋华, 李金环, 等. 光电轴角编码器莫尔条纹误差信号补偿[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(2): 647-653.
- [2] Gao Xu, Wan Qiuhsa, Lu Xinran, et al. Automatic compensation system for Moire fringe photoelectric signal[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(2): 172-177. (in Chinese)  
高旭, 万秋华, 卢新然, 等. 莫尔条纹光电信号自动补偿系

- 统[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(2): 172–177.
- [3] Zhang Yue, Chu Hairong. Line of sight angular rate estimation of semi-strapdown seeker electromechanical platform observer[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(12): 3794–3800. (in Chinese)  
张跃, 储海荣. 半捷联导引头机电平台观测器的角速率估计[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(12): 3794–3800.
- [4] Wang Xianjun. Correction of angle measuring errors for large telescopes[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(9): 2446–2451. (in Chinese)  
王显军. 大型望远镜测角系统误差的修正 [J]. 光学精密工程, 2015, 23(9): 2446–2451.
- [5] Zuo Yang, Long Kehui. Analysis and processing of moiré fringe signals based on non-uniform sampling[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(4): 1146–1150. (in Chinese)  
左洋, 龙科慧. 非均匀采样莫尔条纹信号的分析与处理 [J]. 光学精密工程, 2015, 23(4): 1146–1150.
- [6] Gao Xiangdong. Detection and classification of welded defects by magneto-optical imaging based on multi-scale wavlet [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(4): 930–935. (in Chinese)  
高向东. 焊接缺陷的磁光成像小波多尺度识别及分类[J]. 光学精密工程, 2016, 24(4): 930–935.
- [7] Gu Youlin, Ye Yingliu, Cao Guanghua, et al. Application of EMD and wavelet transform in low detectable targets detection[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(11): 3494–3499. (in Chinese)  
顾有林, 叶应流, 曹光华, 等. EMD 和小波变换在低可探测目标检测中的应用 [J]. 红外与激光工程, 2015, 44(11): 3494–3499.
- [8] Yang Tangwen, Chen Panfei, Han Jianda, et al. Wavelet transform analysis of optic fiber force sensing signals at puncture needle trip [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2015, 23(8): 2149–2157. (in Chinese)  
杨唐文, 陈盼飞, 韩建达, 等. 穿刺针尖光纤力传感信号的小波变换分析[J]. 光学精密工程, 2015, 23(8): 2149–2157.
- [9] Cui Shanshan, Li Qi. De-noising research on terahertz digital holography based on wavelet transform [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(6): 1836–1840. (in Chinese)  
崔珊珊, 李琦. 基于小波变换的太赫兹数字全息再现像去噪研究[J]. 红外与激光工程, 2015, 44(6): 1836–1840.
- [10] Gao Xiangdong, Li Guohua, Xiao Zhenlin, et al. Detection and classification of welded defects by magneto-optical imaging based on multi-scale wavelet [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(4): 930–936. (in Chinese)  
高向东, 李国华, 萧振林, 等. 焊接缺陷的磁光成像小波多尺度识别及分类 [J]. 光学精密工程, 2016, 24(4): 930–936.
- [11] Zhai Shaoxiong, Wang Changsheng, Tan Li, et al. Driving and controlling of high accuracy scanning servo-system in space [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2016, 24(5): 1104–1111. (in Chinese)  
翟少雄, 王长胜, 谭立, 等. 空间高精度扫描伺服系统的驱动控制[J]. 光学精密工程, 2016, 24(5): 1104–1111.
- [12] Xu Tingfa, Su Chang, Luo Xuan, et al. Underwater range-gated image denoising based on gradient and wavelet transform[J]. *Chinese Optics*, 2016, 9(3): 301–311. (in Chinese)  
许廷发, 苏畅, 罗璇, 等. 基于梯度和小波变换的水下距离选通图像去噪[J]. 中国光学, 2016, 9(3): 301–311.
- [13] Wang Yazhou, Wan Qiuhsa, Du Yingcai, et al. Velocity measurement method based on single Moiré fringe [J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(6): 1044–1050. (in Chinese)  
王亚洲, 万秋华, 杜颖财, 等. 光电编码器单莫尔条纹测速方法[J]. 中国光学, 2015, 8(6): 1044–1050.
- [14] Dong Jing, Wan Qiuhsa, Zhao Changhai, et al. Current situation and prospect of fault diagnosis for photoelectric encoder[J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(5): 755–767. (in Chinese)  
董静, 万秋华, 赵长海, 等. 光电编码器故障诊断技术研究现状与展望[J]. 中国光学, 2015, 8(5): 755–767.