基于多体系统理论的光电望远镜误差建模分析

王文攀,赵勇志,曹玉岩,王志臣,王富国

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春 130033)

摘 要:大型光电望远镜在空间目标探测和天文观测中发挥的作用越来越大,它的探测能力、指向精度是影响其发展的主要因素。首先分析了影响望远镜指向精度的各个误差,然后根据多体系统理论,构造望远镜拓扑结构,在此基础上建立其空间误差指向模型。根据得到的指向误差模型,分析研究了三轴误差对方位测角误差和俯仰测角误差的影响。区别于传统球谐方法,该误差指向模型更全面的综合了各项误差,对进一步的误差分配和误差补偿具有一定的指导意义。

关键词:光电望远镜; 多体系统理论; 指向误差

中图分类号:TH701 **文献标志码**:A **DOI**:10.3788/IRLA201645.0817001

Error modeling and analysis of photo-electricity telescope based on multi-system theory

Wang Wenpan, Zhao Yongzhi, Cao Yuyan, Wang Zhichen, Wang Fuguo

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

Abstract: Large photo-electricity telescope plays a more and more important role in exploring objects in the space and astronomy observation, its detectivity and pointing precision are the main factors that affecting its development. Firstly, detailed analysis on different errors affecting the pointing precision of the telescope was conducted in the paper; then topology of the telescope was constructed and the spatial error pointing model was established based on multi-system theory; finally the relation between three axis differences and angle measurement errors was researched. Compared with traditional spherical function, a comprehensive item of errors were contained in the model which provided reference for error distribution and error correction.

Key words: photo-electricity telescope; multi-system theory; pointing error

收稿日期:2015-12-05; **修订日期**:2016-01-15

作者简介:王文攀(1987-),男,研究实习员,硕士,主要从事精密光机结构设计与误差理论方面的研究。

Email:wangwenpan281@163.com

0 引 言

随着空间人造目标和深空探测技术的发展,光电望远镜成了空间目标探测、侦查、跟踪的重要装备,与传统经纬仪相比它的作用距离更远,指向精度更优。望远镜指向精度受到各轴静态误差和轴间动态误差的影响[1],主要包括系统误差和随机误差。传统的误差分析主要是球谐函数法[2]和结构函数法[3],前者通过球面三角学原理,除去高阶项并只在单一误差源影响而其他误差均忽略的情况下推导得出,但是各轴误差众多且存在耦合[4],这种方法不能全面完整的体现轴系误差对指向精度的影响;后者主要应用于反射镜特别是大口径光学镜面的面型评价中,对于系统的结构误差分析则显得乏力;对于随机误差,则根据经验,按照误差服从正态分布原则进行计算求解[5],也具有很大的局限性。为了更全面准确的描述轴系误差与指向精度之间的关系,文中详细分析望远镜存在的各个误差,采用多体系统理论,建立了望远镜的空间误差指向模型。这种模型的优点是不受空间时间以及望远镜转角的限制,统一了轴系动态误差和静态误差的耦合关系,为进一步的误差分配和误差补偿提供了依据。

1 多体系统理论介绍

多体系统是指将一个复杂的机构抽象成若干个相互联系的体[6],在理想状态和实际状态下,分别通过齐次特征矩阵变化,将静止的和运动的体间位置和姿态以及误差变化综合描述。对于任意一个多体系统,首先建立拓扑结构,然后计算其低序体阵列,从低阶到高阶依此推导各个体在惯性坐标系中的位置和姿态[7],最后通过各轴误差介入,求出整个系统的误差模型。

对于地平式光电望远镜,它由底座、方位轴、俯仰轴和光轴组成,如图 1 所示,设大地为参考坐标系 $o_0-x_0y_0z_0$,z 轴指向天顶,x 轴与左右轴头连线平行,指向望远镜左侧,y 轴根据笛卡尔右手法则可以确定。将望远镜各个组成部分依此抽象为体 1~体 4,如图2所示,每个体上相应的局部坐标系为,$o_i-x_iy_iz_i$,i=1,2,3,4 为了便于分析,设 $o_1-x_1y_1z_1$ 与 $o_0-x_0y_0z_0$ 重合,坐标原点位于底座与地面结合处中心位置。通过各个体间的齐次特征矩阵变换即可求出系统中任意点在参考坐标系中的位置。

设光电望远镜存在误差时的体间变化矩阵为 T_{ij},则 T_{ij} 表达式为:

$$T_{ij}=T_{ijp}T_{ijs}\Delta T_{ijp}\Delta T_{ijs} \tag{1}$$

式中:T_{ijp} 为体 i 相对体 j 理想静止变化特征矩阵;T_{ijs} 为体 i 相对体 j 理想运动变化特征矩阵;ΔT_{ijp} 为体 i 相对体 j 实际静止变化特征矩阵;ΔT_{ijs} 为体 i 相对体j 实际运动变化特征矩阵;p 表示静止状态,s 表示运动状态。

系统某点位于参考坐标系中实际位置为:

$$\begin{Bmatrix} p \\ 0 \end{Bmatrix}=\sum_{i=0,j=1}^{i=3,j=4} T_{ijp}T_{ijs}\Delta T_{ijp}\Delta T_{ijs} \tag{2}$$

去掉公式(2)中各误差项即可得到理想情况下系统某点位于参考坐标系实际位置:

$$\begin{Bmatrix} p \\ 0 \end{Bmatrix}=\sum_{i=0,j=1}^{i=3,j=4} T_{ijp}T_{ijs} \tag{3}$$

系统的综合误差 Δ 为:

$$\Delta=\left(\sum_{i=0,j=1}^{i=3,j=4} T_{ijp}T_{ijs}\Delta T_{ijp}\Delta T_{ijs}\right)-\left(\sum_{i=0,j=1}^{i=3,j=4} T_{ijp}T_{ijs}\right) \tag{4}$$

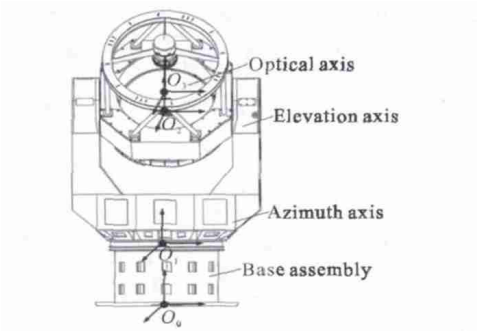


图 1 地平式光电望远镜

Fig. 1 Structure of ground photo-electricity telescope

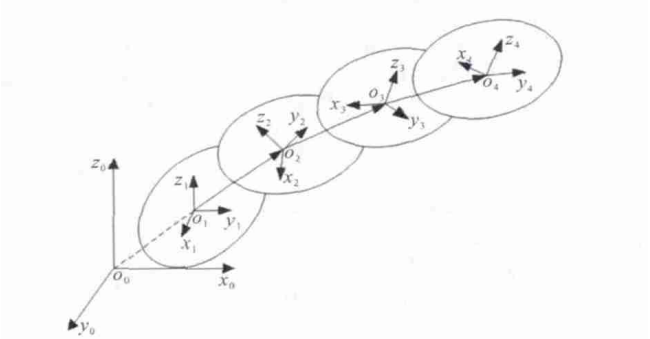


图 2 望远镜拓扑结构

Fig.2 Topology of the telescope

2 光电望远镜误差源分析

根据多体系统误差理论,任何一个运动都存在 6 个自由度方向的误差，分别为 3 个直线位移误差和3 个摆角误差[8],6 个误差共同作用影响精度。对于光电望远镜,除去光学镜面支撑误差和热变形误差,它的装调误差、三轴误差[9]、运动误差、编码器读数误差、零点漂移、大气蒙差等共同影响其指向精度。装调误差包括底座安装误差、编码器安装误差、俯仰轴头及四通安装误差等;三轴误差包括垂直轴倾斜误差、水平轴倾斜误差和视轴误差；运动误差是指轴系晃动误差,主要是由钢球直径差、轴承环不平度、四通轴孔端面不平行和四通轴孔不同轴引起的;编码器读数误差、零点漂移和大气蒙差作为非几何误差,这里不予以考虑。综上所述,影响望远镜指向精度的误差源都可以分解为各个方向的六自由度误差,因此文中主要从 6 个自由度误差出发推导望远镜指向模型。

3 望远镜指向误差模型推导

3.1 体间特征矩阵

误差模型推导的关键是求出各个相邻体之间的齐次特征矩阵，由于坐标系 $o_1-x_1y_1z_1$ 与 $o_0-x_0y_0z_0$ 重合，因此底座与参考坐标系之间不存在相对运动及误差,则体 o_0-o_1 的特征矩阵为:

$$T_{10}=I_{4\times4} \tag{5}$$

方位轴坐标系 $o_2-x_2y_2z_2$ 原点位于方位轴承中心,方向与坐标系 $o_0-x_0y_0z_0$ 相同。理想状态下将其转动方位角 A_m 并沿 z 轴平移 l_1 即可与坐标系 $o_1-x_1y_1z_1$ 重合,l_1 为转台高度,特征矩阵如下:

$$T_{21p}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&l_1\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{6}$$

$$T_{21s}=\begin{bmatrix}\cos A_m&-\sin A_m&0&0\\\sin A_m&\cos A_m&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{7}$$

考虑到方位轴系存在误差,实际坐标系应为 $o_2'-x_2'y_2'z_2'$,它经过如下变化:

$$\Delta T_{21p}=\begin{bmatrix}1&0&v_y&0\\0&1&-v_x&0\\-v_y&v_x&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\Delta T_{21s}=\begin{bmatrix}1&-\Delta\gamma_A&\Delta\beta_A&\Delta x_A\\\Delta\gamma_A&1&-\Delta\alpha_A&\Delta y_A\\-\Delta\beta_A&\Delta\alpha_A&1&\Delta z_A\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{9}$$

式中:v_x 与 v_y 为垂直轴倾斜误差;$\Delta\alpha,\Delta\beta,\Delta\gamma$ 为方位转角误差;$\Delta x,\Delta y,\Delta z$ 为平移误差。

由公式(6)~(7)可得体 o_2-o_1 的特征矩阵为:

$$T_{21}=T_{21p}T_{21s}\Delta T_{21p}\Delta T_{21s} \tag{10}$$

俯仰轴坐标系 $o_3-x_3y_3z_3$ 原点位于俯仰轴线与方位轴线相交处,z 轴指向正北,x 轴与左右轴头连线平行,指向望远镜左侧,y 轴根据右手笛卡尔法则确定。理想状态下将其转动俯仰角 E_m 并沿 z 轴平移 l_2 即可与坐标系 $o_2-x_2y_2z_2$ 重合,l_2 为俯仰轴中心到方位轴承中心的垂直距离,特征矩阵如下:

$$T_{21p}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&l_2\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{11}$$

$$T_{21s}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&\cos E_m&-\sin E_m&0\\0&\sin E_m&\cos E_m&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{12}$$

同理考虑到俯仰轴系存在误差，实际坐标系应为 $o_3'-x_3'y_3'z_3'$,它经过如下变换:

$$\Delta T_{32p}=\begin{bmatrix}1&-i_z&i_y&0\\i_z&1&0&0\\-i_y&0&1&0\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{13}$$

$$\Delta T_{32s}=\begin{bmatrix}1&-\Delta\gamma_E&\Delta\beta_E&\Delta x_E\\\Delta\gamma_E&1&-\Delta\alpha_E&\Delta y_E\\-\Delta\beta_E&\Delta\alpha_E&1&\Delta z_E\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{14}$$

式中:i_y 和 i_z 为水平轴误差;$\Delta\alpha,\Delta\beta,\Delta\gamma$ 为俯仰转角

误差；Δx，Δy，Δz 为平移误差。

由公式(11)~(14)可得体 o_3-o_2 的特征矩阵为：

$$T_{32}=T_{32p}\,T_{32s}\,\Delta T_{32p}\,\Delta T_{32s} \tag{15}$$

望远镜成像主要是通过主镜进行光子接收，其方向为视轴指向，因此在主镜中心处建立视轴坐标系 o_4-$x_4y_4z_4$，方向与坐标系 o_3-$x_3y_3z_3$ 相同。根据望远镜结构可知，主镜安装在四通上，四通与俯仰轴相连，故视轴轴系与俯仰轴系保持相对静止，不存在运动误差。理想状态下只要将其沿视轴方向平移即可与俯仰坐标系 o_3-$x_3y_3z_3$ 重合，特征矩阵如下：

$$T_{43p}=\begin{bmatrix}1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&l_3\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{16}$$

$$T_{43s}=I_{4\times4} \tag{17}$$

同理考虑到视轴轴系存在误差，实际坐标系应为 o_4'-$x_4'y_4'z_4'$，它经过如下变换：

$$\Delta T_{43p}=\begin{bmatrix}1&0&c_y&\Delta x_C\\0&1&-c_x&\Delta y_C\\-c_y&c_x&1&\Delta z_C\\0&0&0&1\end{bmatrix} \tag{18}$$

$$\Delta T_{43s}=I_{4\times4} \tag{19}$$

式中：c_x 与 c_y 为视轴误差；Δx，Δy，Δz 为平移误差。

由此可得体 o_4-o_3 的特征矩阵为：

$$T_{43}=T_{43p}\,I_{4\times4}\,\Delta T_{43p}\,I_{4\times4}=T_{43p}\,\Delta T_{43p} \tag{20}$$

3.2 综合误差模型

通过以上分析可知，共存在影响因子 26 项，其中误差因子 21 项：静态误差 6 项，晃动误差 15 项，如表 1 所示。

表 1 误差影响因子

Tab.1 Influence factors of the errors

	Static error	Dynamic error	Rotation angle	Size of telescope
Azimuth	v_x v_y	$\Delta\alpha_A\Delta\beta_A\Delta\gamma_A$ $\Delta x_A\Delta y_A\Delta z_A$	A_m	l_1
Elevation	i_y i_z	$\Delta\alpha_A\Delta\beta_A\Delta\gamma_A$ $\Delta x_E\Delta y_E\Delta z_E$	E_m	l_2
Optical	c_x c_y	$\Delta x_C\Delta y_C\Delta z_C$		l_3
Total		26		

将公式(5)~(20)代入公式(4)可得望远镜综合误差模型 Δ_{40} 为：

$$\Delta_{40}=T_{43}\,T_{32}\,T_{21}\,T_{10}-T_{43p}T_{32p}T_{32s}T_{21p}T_{21s}=(T_{43p}\Delta T_{43p})(T_{32p}T_{32s}\Delta T_{32p}\Delta T_{32s})(T_{21p}T_{21s}\,\Delta T_{21p}\Delta T_{21s})-T_{43p}T_{32p}T_{32s}T_{21p}T_{21s} \tag{21}$$

3.3 指向误差建模

根据上面描述，在惯性坐标系中进行望远镜指向误差建模，望远镜指向示意图如图 3 所示，p 为空间目标实际位置，对应的理想光轴指向用向量 r 表示，但是由于实际中存在误差，光轴指向会偏离理想位置，指向 p_4 点，实际指向用向量 r_4 表示，则指向误差 Δr 为：

$$\Delta r=r_4-r \tag{22}$$

代入公式(21)可得：

$$\Delta r=\Delta_{40}\,r_e=(T_{43}\,T_{32}\,T_{21}\,T_{10}-T_{43p}T_{32p}T_{32s}T_{21p}T_{21s})r_e \tag{23}$$

式中：r_e 代表视轴指向向量，取 $r_e=(0\ 0\ 1\ 0)^{-1}$。

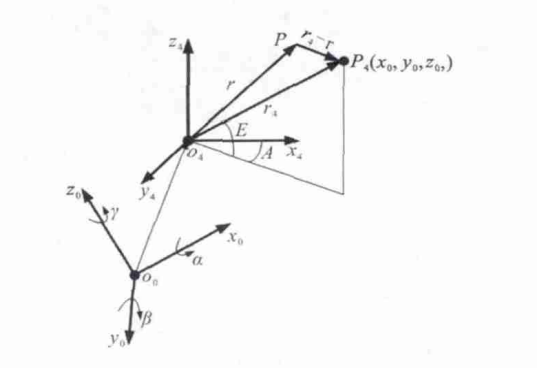


图 3 望远镜指向示意图

Fig.3 Pointing diagram of the telescope

4 指向精度分析

理论上应用该模型可以分析任何误差在任何位置下对指向精度的影响，也可以分析各个误差之间的耦合关系，但是由于误差项太多，公式复杂，实际中不可能将其一一列出，而且指向精度随着方位角和俯仰角的变化而变化，因此只能针对特定的误差进行精度分析。接下来利用上述模型分析三轴误差，原则是只在单一误差源影响下并设其它误差如晃动误差为零。

根据望远镜的工作模式可知，只要方位角和俯仰角确定了便可以得出其指向，因此只研究各项误差对方位角和俯仰角的影响规律。为了便于分析，设

光电望远镜方位角 A_m=[0,2π],俯仰角 E_m=[0,π/2],角度误差为 1″。

4.1 垂直轴倾斜误差

垂直轴误差根据其偏摆方向可分为 v_x 与 v_y,在假设其他误差为零的条件下,利用公式(23)可得方位测角误差 ΔA 和俯仰测角误差 ΔE 分别为:

$$\Delta_A=\cos(E_m)[\cos(A_m)v_y+\sin(A_m)v_x] \tag{24}$$

$$\Delta_E=-\sin(E_m)v_x \tag{25}$$

当垂直轴倾斜误差给定时,方位测角误差与方位轴转角和俯仰轴转角相关,而俯仰测角误差只与俯仰角相关,如图 4 所示。由图(a)可知 Δ_A 变化范围是[−1.4″,1.4″],随方位角周期性变化,随俯仰角增大而增大;Δ_E 变化范围是[0,1″],随俯仰角增大而减小,因此在高俯仰角时一般只考虑方位测角误差。

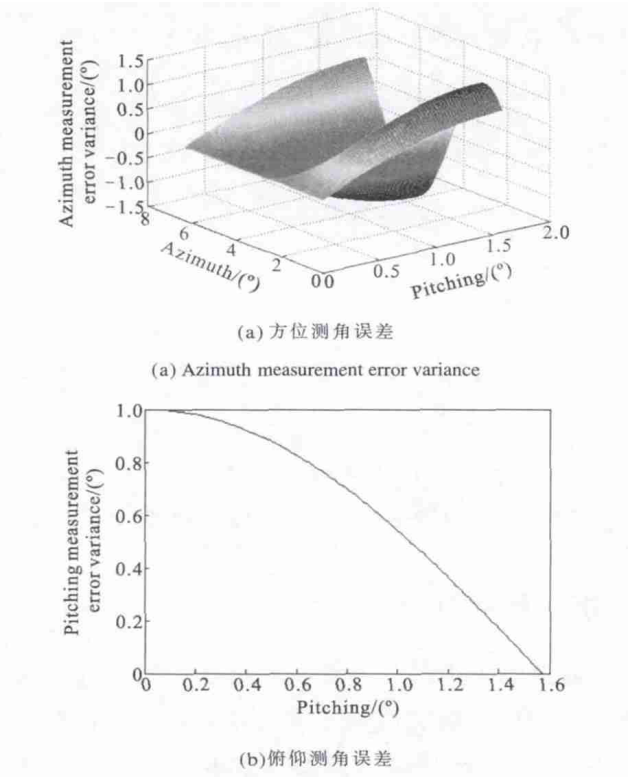


图 4 垂直轴倾斜误差对测角误差影响

Fig.4 Angle measurement errors affected by vertical axis deviation

4.2 视轴误差

同样的视轴误差包括 c_x 和 c_y,通过计算可得在视轴误差影响下,方位测角误差 Δ'_A 和俯仰测角误差 Δ'_E 分别为:

$$\nabla A=\cos(A_m)+\sin(A_m)\cos(E_m) \tag{26}$$

$$\Delta_E=\sin(E_m) \tag{27}$$

当视轴误差给定时,方位测角误差与方位轴转角和俯仰轴转角相关,而俯仰测角只与俯仰轴转角有关,如图 5 所示。由图 5(a)可知,Δ_A 变化范围是[−1.4″,1.4″],随方位角正弦变化,随俯仰角变化不大;Δ_E 变化范围是[0,1″],随俯仰角增大而增大。

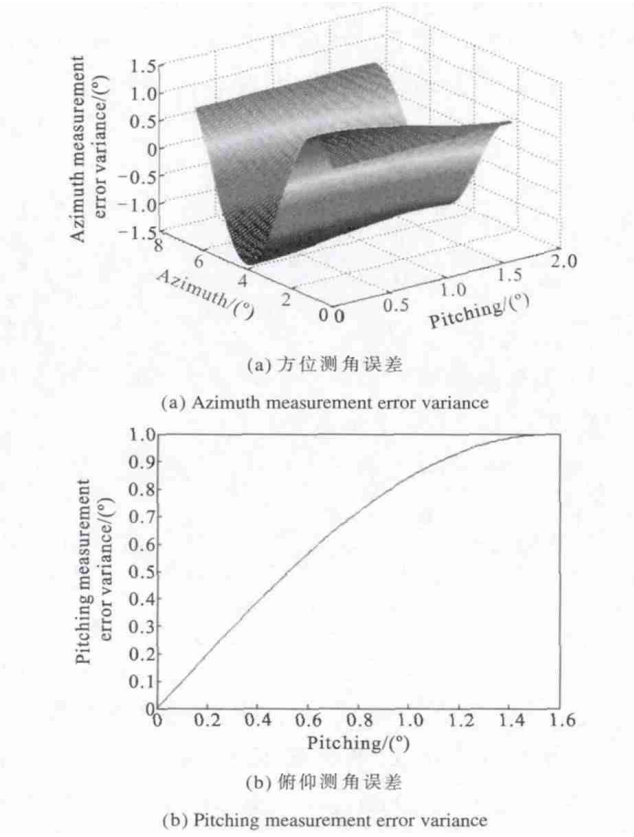


图 5 视轴误差对测角误差影响

Fig.5 Angle measurement errors affected by sighting axis deviation

同理可以得出水平轴倾斜误差对测角误差的影响,这里就不再赘述。

5 结 论

文中首先分析了光电望远镜误差源,探讨了各个几何误差的成因,然后根据多体系统理论建立了其空间指向模型,并分析了在单一误差源下垂直轴误差和视轴误差对测角误差的影响,得出了影响规律。该模型最大程度地综合了望远镜静止误差和动态误差,为进一步的误差标定和误差补偿提供依据,同时对望远镜设计和装调中误差分配也具有一定的指导意义。

参考文献：

[1] Li Yan, Fan Dapeng. Development of pointing error and sensitivity analysis of opto-electrical stabilization mechanism[J]. ***Joural of National University of Defense Technology***, 2008, 30(1): 104-109. (in Chinese)
李岩, 范大鹏. 光电稳定机构指向误差建模与敏感度分析[J]. **国防科技大学学报**, 2008, 30(1): 104-109.

[2] Li Zhenwei, Yang Wenbo, Zhang Nan. Static pointing error of level mounting optoelectronic telescope[J]. ***Chinese Optics***, 2015, 8(2): 263-269. (in Chinese)
李振伟, 杨文波, 张楠. 水平式光电望远镜静态指向误差的修正[J]. **中国光学**, 2015, 8(2): 263-269.

[3] Yang Fei, Liu Guojun, An Qichang. Error allocation of opto-mechanical system for large aperture telescope based on structure function[J]. ***Optics and Precsion Engineering***, 2015, 23(1): 117-121. (in Chinese)
杨飞, 刘国军, 安其昌. 基于结构函数的大口径望远镜光机系统误差分配 [J]. **光学 精密工程**, 2015, 23 (1): 117-121.

[4] Cui Kai, Liu Zhaohui, Li Zhiguo, et al. Calibrating tracing errors for space-used telescope by coordinate transfor [J]. ***Infrared and Laser Engineering***, 2014, 43(S): 151-156. (in Chinese)
崔凯, 刘朝晖, 李治国, 等. 坐标变换在空间望远镜误差标定中的应用[J]. **红外与激光工程**, 2014, 43(S): 151-156.

[5] Zhao Jinyu. Error analysis and correction technology for photoelectricity telescope [D]. Beijing: Graduate University of Chinese Academy of Sciences, 2005.
赵金宇. 光电望远镜误差分析及补偿技术[D]. **北京：中国科学院研究生院**, 2005.

[6] Zhang Dongxu, Yang Ping, Yang Feng, et al. Volumetric error modeling and compensation of precision measuring platform based on multi-system theory[J]. ***Acta Armamentarii***, 2014, 35(4): 501-508. (in Chinese)
张东旭, 杨平, 杨峰, 等. 基于多体系统理论的精密检测平台空间误差建模与补偿[J]. **兵工学报**, 2014, 35(4): 501-508.

[7] Zhang Enzhong, Zhao Ji, Ji Shijun, et al. Comprehensive error modeling and compensation for optical free-form surface polishing machine toll [J]. ***Optics and Precsion Engineering***, 2015, 23(6): 1587-1597. (in Chinese)
张恩忠, 赵继, 冀世军, 等. 光学自由曲面研抛机床的综合误差建模与补偿[J], **光学 精密工程**, 2015, 23(6): 1587-1597.

[8] Li Shengyi. Modeling Technology of The Precision and Ultr-precision Machine Tools [M]. Changsha: Publishing Company of National University of Defense Technology, 2007. (in Chinese)
李圣怡. 精密和超精密机床建模技术[M]. **长沙: 国防科技大学出版社**, 2007.

[9] Li Hui, Shen Xiangheng. New shafting error simulating method of photoelectric theodolite [J]. ***Infrared and Laser Engineering***, 2008, 37(2): 334-337. (in Chinese)
李慧, 沈湘衡. 光电经纬仪轴系误差仿真计算的新方法[J]. **红外与激光工程**, 2008, 37(2): 334-337.