文章编号 1004-924X(2016)03-0553-07

弯月薄镜的侧向支撑

吴小霞*，郝 亮，邵 亮，徐 伟
(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所，吉林 长春 130033)

摘要： 弯月薄镜在侧向均匀承重和弯月薄镜在采用侧向均匀承重和等间距竖直推拉侧向支撑方式时，等间距竖直推拉侧向支撑方式时，会产生明显的弯曲变形问题。为消除附加弯矩带来的镜面变形，本文分析了弯月薄镜的结构特点，提出了适用于弯月薄镜的等角间距推—拉—剪切和不等角间距推—拉—剪切两种侧向支撑方式。通过在侧向支撑上增加轴向剪切平衡作用力分量，推导了在上述两种侧向支撑方式下各向作用力分量的表达式。针对1.23 m弯月薄镜，优化出切向分量最佳比率β为0.75。对16点等间距侧向支撑增加轴向剪切分量后，镜面变形RMS值由1259.1 nm减小到3.4 nm，无需轴向主动校正即可获得较好的支撑面形。不等角间距侧向支撑方式则解决了等间距侧向支撑方式中各个侧向支撑点的作用力大小差异较大的问题，结合弯月薄镜轴向支撑的主动校正能力，在最大校正力仅为–1.01 N的主动校正后，16点不等间距侧向支撑实现了镜面变形RMS为4.6 nm的支撑效果。

关 键 词： 弯月薄镜； 侧向支撑； 均匀承重； 等间距竖直推拉； 等间距推拉剪切； 不等间距推拉剪切
中图分类号： TH751 **文献标识码：** A **doi:** 10.3788/OPE.20162403.0553

Lateral support of thin meniscus mirror

WU Xiao-xia*, HAO Liang, SHAO Liang, XU Wei
(*Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun* 130033, *China*)
* *Corresponding Author, E-mail: wu-xiaoxia@sohu.com*

Abstract: Thin meniscus mirrors with a lateral support in either equal weight vertical support or equal-angle vertical push-pull always generate bending aberrations badly. To eliminate the bending deformations, this paper analyzes the structure characteristics of the thin meniscus mirrors and proposes two kinds of lateral support models including equal-angle push-pull shear and unequal-angle push-pull shear for the thin meniscus mirrors. By increasing the axial forces on lateral supports to balance the force components, the tangential force, radial force and axial force of the lateral support are expressed for both lateral support modes. The parameters of a 1.23 m thin meniscus mirror are optimized, and the results show that the parameter β(determines the contribution of tangential forces to weight support) of a 16-point lateral support system is 0.75. After applying axial shear component to the 16-point equal-angle push-pull lateral support, the mirror deformation(RMS) is reduced from 1259.1 nm to 3.4 nm, showing a better support surface. The equal-angle push-pull shear lateral support mode is successful in reducing deformation without active correction, but it has a major disadvantage in a great force difference between lateral support points. Considering uniformity and practicality for lateral support mechanism, the 16-point unequal-angle push-pull shear lateral support mode is used to achieve 4.6 nm deformation(RMS) with axial active correcting by the maximum active force of only –1.01 N.

收稿日期： 2015-04-20; **修订日期：** 2015-07-21
基金项目： 中科院长春光机所重大创新项目专项基金资助项目(No.Y3C122E130)

Key words: thin meniscus mirror; lateral support; equal weight vertical support; equal-angle vertical push-pull; equal-angle push-pull shear; unequal-angle push-pull shear

1 引 言

传统望远镜中，平凹主镜的重力变形往往对轴向支撑更为敏感，侧向支撑所引起的镜面变形比轴向支撑要小得多，采用侧向均匀承重、等间距竖直推拉侧向支撑力分布方式即能够满足设计要求，常采用的侧向支撑结构主要有杠杆平衡重、液压支撑等侧向支撑机构[1-6]。大口径弯月薄镜的出现和应用，使得主镜的径厚比明显增大，传统侧向支撑引起的镜面变形明显增大，如WHT主镜采用的侧向均匀承重支撑[7]和SOAR主镜采用的六点切向柔性侧支撑[8]，国内在600 mm弯月薄镜亦采用了六点切向柔性侧支撑[9]。G. Schwesinger率先提出了微小变形侧向支撑理论[10,11]，并应用于NTT、VLT等大口径望远镜弯月主镜中[12]。

与传统平凹镜相比，弯月薄镜的侧向支撑力的方向和分布方式变得越来越重要，侧向支撑结构也变得越来越复杂。本文首先分析弯月薄镜的结构特点，然后推导适用于弯月薄镜的等间距和不等间距推–拉–剪切侧向支撑方式下各向作用力的大小，并采用有限元法对1.23 m弯月型试验薄镜优化侧向支撑相关参数，对侧向支撑效果进行分析预算。

2 弯月薄镜的侧向支撑

侧支撑下平凹镜的受力分析如图1所示，对于传统的平凹主镜，常用的侧向均匀承重和等间距竖直推拉两种侧支撑方式下，作用在主镜外边缘上的侧向支撑F_L所在平面可通过主镜的质心平面(过质心与光轴垂直的平面)。主镜竖直，侧支撑力和重力作用下，镜体泊松效应产生的镜面应变$\varepsilon_z=-(\sigma_x+\sigma_y)\cdot\upsilon/E$，而镜厚为$z_t$处镜面泊松变形即为$w=z_t\cdot\varepsilon_z$。该泊松效应引起的镜面变形一般都很小。

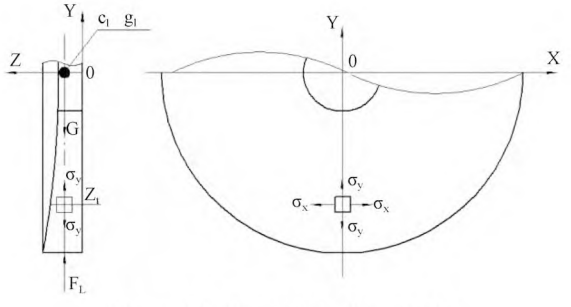


图1 侧支撑下平凹镜的受力分析

Fig. 1 Stress distribute in plano-concave mirror caused by traditional lateral supports

而对于弯月薄镜，若采用上述两种侧支方式，外边缘上仅有切向分量F_t和径向分量F_r时，所形成的侧向支撑力F_{tr}很难通过其质心平面，如图2所示，重力和侧向支撑F_{tr}共同作用时主镜会承受附加弯矩Gz(G为主镜镜重，z为质心平面与侧支撑F_{tr}作用平面之间的距离)。该附加弯矩引起的镜面变形远远大于侧向支撑泊松效应产生的变形。为了消除附加弯矩带来的镜面变形，G. Schwesinger等人提出在弯月镜外边缘或中心孔处增加轴向分量F_a，即“推–拉–剪切”侧支撑方式，在这种侧支撑方式下薄镜产生的变形很小，可以基本不用轴向的主动支撑来改正侧支撑产生的镜面变形。

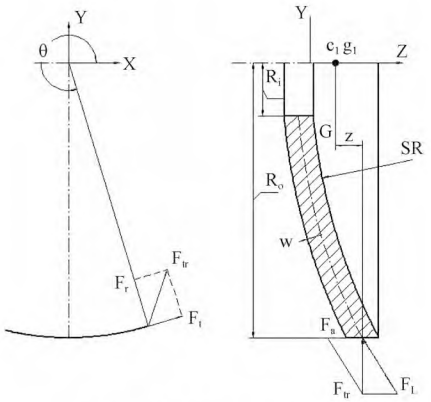


图2 弯月薄镜的侧向支撑

Fig. 2 Lateral support forces for meniscus mirror

所有依赖于主镜方位角θ的变量遵循简单的sine定律或cosine定律。为补偿弯矩G_Z而在主镜外边缘上所增加的轴向分量F_a亦与$\sin\theta$成正比。整个弯月薄镜的重量由外边缘上的切向力F_t和径向力F_r来承担：

$$F_t = P_t\cos\theta, \tag{1}$$

$$F_r = P_r\sin\theta, \tag{2}$$

其中：P_t和P_r分别为切向分量分布密度的峰值及径向分量分布密度的峰值。规定径向作用力指向薄镜中心时其符号为正。

定义切向分量的承重占总的承重力(薄镜的重量)的比率为参数变量β，经计算变量β为：

$$\beta = \frac{P_t}{P_t + P_r}. \tag{3}$$

β为影响镜面变形的关键。侧向均匀承重和等间距竖直推拉这两种侧支撑方式均是切向分量的总和与径向分量的总和各承担50%的镜重，即β=0.5。如果适当地改变β值，可以使得薄镜在侧支撑作用下的镜面变形基本消除，或是减小到采用很小的轴向主动作用力的即可校正的程度。

3　等角间距推–拉–剪切侧向支撑

如图3所示，当在弯月薄镜外边缘采用等角间距推–拉–剪切侧支撑方式时，切向力、径向力和轴向力分别为：

$$F_{t,i} = \beta \times \frac{2G}{n} \cos \frac{2(i-1)\pi}{n}, \tag{4}$$

$$F_{t,i} = (1-\beta) \times \frac{2G}{n} \sin \frac{2(i-1)\pi}{n}, \tag{5}$$

$$F_{a,i} = \frac{Z}{R_O} \times \frac{2G}{n} \sin \frac{2(i-1)\pi}{n}, \tag{6}$$

其中：G为弯月薄镜重量，R_o为弯月薄镜外径，n为侧向支撑点数。

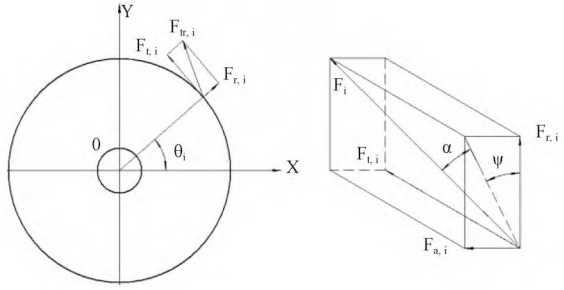


图3　侧支撑点i处径向力、切向力和轴向力

Fig. 3　Tangential force, radial force and axial force of it lateral support

1.23 m的薄弯月试验镜，镜厚为25 mm，中心孔为300 mm，镜面半径3 600 mm[13]。其镜体材料为浮法玻璃，弹性模量E为72 000 MPa，泊松比为0.21，密度ρ为2.5×10^{-9} t/mm^3，建立试验镜薄壳单元模型，计算出弯月薄镜的质心平面与侧支撑作用平面距离Z=24.8 mm，镜重G为70.39 kg。

试验薄镜轴向采用了72点主动支撑，在对侧支撑进行优化时，先不考虑轴向支撑的主动校正能力，仅对轴向支撑点进行液压被动约束[14,15]。侧向采用外边缘等角间距16点推–拉–剪切支撑方式时，对该支撑方式下支撑参数β进行优化，获得镜面面形RMS随β的变换曲线如图4所示：当β=0.75时侧向支撑效果最佳，无需轴向主动改正镜面变形RMS值仅为3.4 nm。

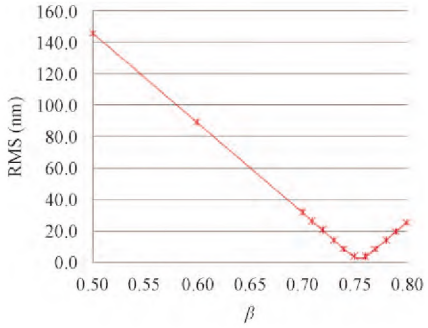


图4　参数β不同时镜面变形RMS的变化曲线

Fig. 4　Result of reducing RMS by optimizing fraction β

β=0.5和β=0.75时16个侧向支撑点处径向和切向作用力的合力F_{tr}的大小和方向见图5所示：当β=0.5时即为等间距竖直推拉侧支撑方式，此时镜面变形RMS值为146.1nm；β=0.75时为等间距不等力推拉剪切侧支撑，此时镜面变形RMS值减小到为3.4nm。

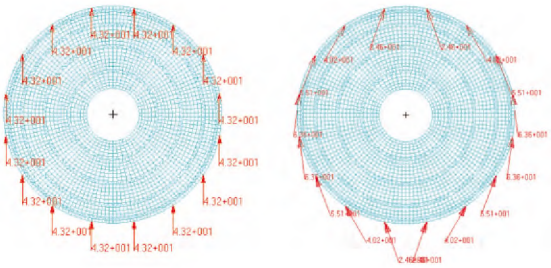


图5　β=0.5和β=0.75时合力F_{tr}的分布

Fig. 5　Values and directions of F_{tr} forβ=0.5 and β=0.75

主镜竖直状态，参数β=0.75，侧向支撑无轴向剪切分量F_a时，其镜面变形RMS高达1 259.1 nm，如图6中左图所示。根据公式(6)，在该弯月薄镜16个侧向支撑点施加轴向剪切平衡力后，镜面变形RMS仅为3.4 nm，如图6中右图所示。第一象限内4个侧向支撑点上所施加的轴向力分量依次为0.679，1.933，2.894和3.413N。

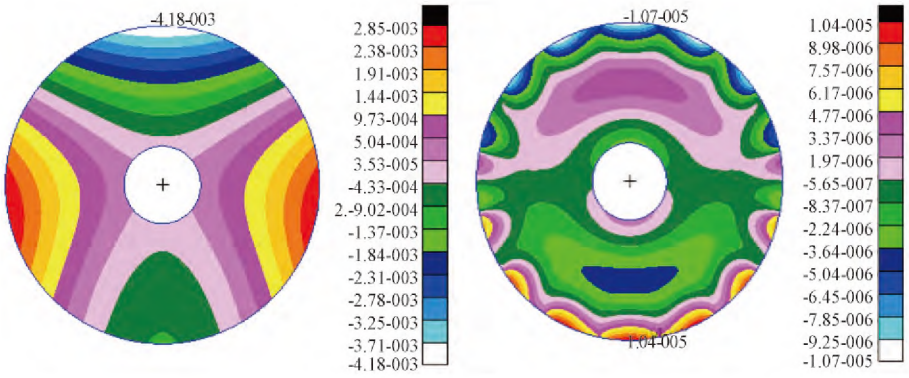


图6 有无轴向剪切力时侧支撑引起的镜面变形(单位：mm)

Fig. 6 Mirror deformation without with and axial forces

将有无轴向剪切分量两种情况下镜面半径方向节点变形量绘制成曲线，如图7所示，横坐标P为镜面节点所在半径与外径R_o的比值。与无轴向剪切力时的镜面变形相比，有轴向剪切力时镜面的变形降低到了非常理想的状况，即等角间距推–拉–剪切侧向支撑方式无需轴向主动校正即能获得良好的镜面支撑面形。

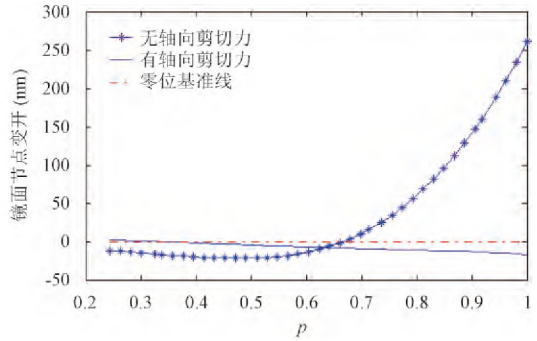


图7 有无轴向剪切力时薄镜半径方向上的变形

Fig. 7 Deflection of mirror over its normalized radius with and without axial forces

4 不等角间距推–拉–剪切侧向支撑

由图5中所示的β=0.75侧向支撑F_{tr}合力大小可见，等角间距推–拉–剪切侧向支撑方式下，各个侧向支撑点处的支撑力F_{tr}差别很大，这对实际的侧向支撑结构设计会带来很大的困难。如若采用外边缘不等角间距推–拉–剪切侧向支撑方式，就能够解决侧支撑力差别较大的问题[4]。此时支撑点数的选择也必须满足：支撑点的分布关于水平轴(φ=0°)和竖直轴(φ=90°)对称，且每个支撑点的侧向支撑力要基本相等。

如图8所示，支撑参数为β时，φ角处薄镜边缘上的切向和径向支撑力线密度分别为：

$$f_t(\varphi)=\beta\frac{G}{\pi R}\cos\varphi, \tag{7}$$

$$f_t(\varphi)=(1-\beta)\frac{G}{\pi R}\sin\varphi. \tag{8}$$

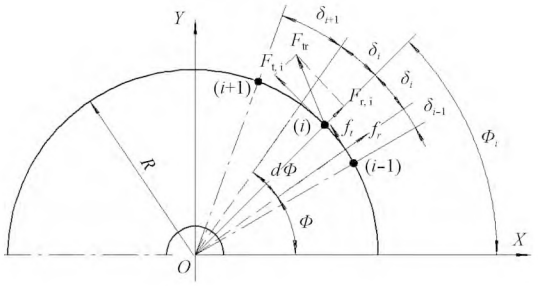


图8 不等角间距侧支方式下切向和径向力

Fig. 8 Tangent force and radial force of lateral support point with unequal-angle distribute mode

实际的侧向支撑并不是连续的，而是离散的n个支撑点，如图8中的支撑点(i–1)，(i)，(i+1)。则φ_i处的支撑点i上的切向力和径向力可由(φ_i–δ_i，φ_i)和(φ_i，φ_i+δ_i)两段弧上的f_t和f_r积分获得。(φ_i–δ_i，φ_i)段的f_t和f_r对支撑点i的切向和径向力的贡献分别为：

$$F_{t,i}^{\ 1}=\int_{\varphi_i-\delta_i}^{\varphi_i}[f_t(\varphi)\cos(\varphi_i-\varphi)- f_r(\varphi)\sin(\varphi_i-\varphi)]R\,d\varphi \tag{9}$$

$$F_{t,i}^{\ 1}=\int_{\varphi_i-\delta_i}^{\varphi_i}[f_r(\varphi)\cos(\varphi_i-\varphi) +f_t(\varphi)\sin(\varphi_i-\varphi)]R\,d\varphi \tag{10}$$

(φ_i，φ_i+δ_i)段的f_t和f_r在支撑点i处产生的切向和径向力分别为：

$$F_{t,i}{}^{2}=\int_{\varphi_i}^{\varphi_i+\delta_i}[f_t(\varphi)\cos(\varphi-\varphi_i)+f_r(\varphi)\sin(\varphi-\varphi_i)]R\,\mathrm{d}\varphi. \tag{11}$$

$$F_{t,i}{}^{2}=\int_{\varphi_i}^{\varphi_i+\delta_i}[f_r(\varphi)\cos(\varphi-\varphi_i)-f_t(\varphi)\sin(\varphi-\varphi_i)]R\,\mathrm{d}\varphi. \tag{12}$$

则i支撑点上的侧支撑力的切向分量和径向分量为：

$$F_{t,i}=F_{t,i}{}^{1}+F_{t,i}{}^{2}=\frac{G}{\pi}\cdot\left[(\beta-\frac{1}{2})cos\varphi_i\sin2\delta_i+\delta_i cos\,\varphi_i\right], \tag{13}$$

$$F_{r,i}=F_{r,i}{}^{1}+F_{r,i}{}^{2}=\frac{G}{\pi}\cdot\left[(\frac{1}{2}-\beta)\sin\varphi_i\sin2\delta_i+\delta_i\sin\varphi_i\right]. \tag{14}$$

当弯月薄镜采用了16点不等间距推–拉–剪切侧支撑方式时，薄镜模型关于X、Y轴对称，其侧向支撑边界条件关于Y轴对称，关于X轴反对称。取第一象限内的1/4试验镜模型可以得出下列边界约束条件：

1)各个支撑点处切向分量和径向分量的合力尽量相等：

$$F_{tr,i}=\sqrt{F_{t,i}{}^{2}+F_{r,i}{}^{2}}, \tag{15}$$

2)每个支撑点的高度角为

$$\varphi_i=\begin{cases}\delta_i & (i=1)\\ \delta_i+2\sum_{j-1}^{j=i-1}\delta_j=\text{j取整数}\ (i>1)\end{cases} \tag{16}$$

则有：

$$\sum_{i-1}^{4}\delta_i=\frac{\pi}{4}, \tag{17}$$

3)径向和切向支撑力在Y方向上的分量和与镜重相等，即：

$$\sum_{i-1}^{4}(F_{r,i}\sin\varphi_i+F_{t,i}\cos\varphi_i)=\frac{\pi}{4}. \tag{18}$$

根据以上约束条件，对β=0.75情况下16点不等间距侧向支撑方式进行优化。计算出第一象限内4个支撑点所在位置的φ_i值以及各项支撑力分量见表。表中的θ_i表示径向和切向分量的合力$F_{tr,\,i}$与Y轴方向的夹角，ψ所表示的含义如表1所示。可见各个支撑点的支撑力$F_{tr,\,i}$大小相差不大。

表1　侧支点的分布位置和支撑力的大小

Tab. 1　Angle distribution and force component of lateral supports

i	φ_i deg	$F_{t,i}$ N	$F_{r,i}$ N	$F_{tr,i}$ N	θ_i deg	$F_{n,i}$ N	ψ deg
1	8.059	45.712	2.195	45.76	5.309	0.089	7.281
2	24.820	45.214	7.113	45.77	15.879	0.288	7.281
3	44.122	43.453	14.475	45.80	25.698	0.586	7.281
4	72.369	30.119	34.240	45.60	23.698	1.386	7.281

该试验薄镜竖直状态下，侧向采用上述优化后的16点不等间距推–拉–剪切侧支撑方式时，轴向主动支撑校正前后弯月薄镜镜面变形云如图9所示，主动校正前镜面变形RMS为13.0 nm。通过初步主动校正后，镜面变形RMS值减小到4.6 nm，各个支撑圈上所需施加的最大校正力分别为0.44N，0.78N，0.71N，–1.01N。

5　结　论

本文针对弯月薄镜在侧向均匀承重和等间距竖直推拉侧支撑方式时，外边缘上的侧向支撑力F_{tr}很难通过其质心平面，从而产生附加弯矩，引

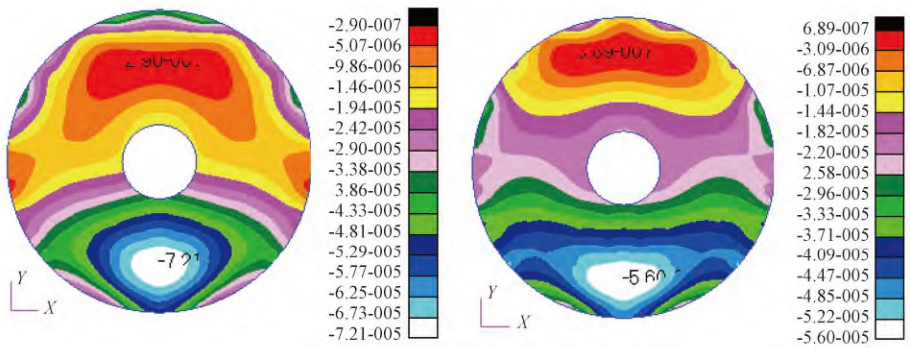


图9　不等角间距侧支撑下主动校正前后镜面变形云图

Fig. 9　Mirror deformation unequal-angle distribute lateral support before and after active correction

起薄镜镜面明显变形的问题，采用了在侧向支撑点处增加轴向剪切平衡作用力分量，推导出两种适用于弯月薄镜的侧支撑方式：

1) 等角间距推–拉–剪切侧支撑。优化出参数β为0.75时，1.23 m试验薄镜竖直状态，16个等角间距分布的侧向支撑点处增加轴向分量后，镜面变形RMS由1 259.1 nm减小到3.4 nm，无需轴向主动校正即可获得较好的支撑面形；但该侧支撑方式的缺点在于各个侧向支撑点的作用力大小差异较大。

2) 提出了不等角间距推–拉–剪切侧支撑。基于各个侧向支撑点处切向力和径向力的合力基本相同的约束条件，对16个侧向支撑点的分布位置完成优化，优化后薄镜在无主动校正情况下的侧支撑和重力作用下的镜面变形RMS值为13.0 nm；初步主动校正后面形RMS减小到4.6 nm，所需最大校正力仅为–1.01N。

弯月薄镜在采用不等角间距推–拉–剪切侧支撑方式下，各个侧向支撑点的作用力大小基本相同，侧支撑结构易实现。在较小的轴向主动作用力校正后的即可获得良好的面形结果。

参考文献：

[1] 吴小霞，杨洪波，张景旭，等. 大口径球面镜支撑系统的优化设计[J]. 光子学报, 2009, 38(1): 129-132.
WU X X, YANG H B, ZHANG J X, *et al*.. Optimal Design of support system for the large-aperture sphere mirror [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, 38(1): 129-132.

[2] 范磊，张景旭，吴小霞，等. 大口径轻量化主镜边缘侧向支撑的优化设计[J]. 光学 精密工程, 2012, 20(10): 2207-2213.
FAN L, ZHANG J X, WU X X, *et al*.. Optimum design of edge-lateral support for large-aperture lightweight primary mirror[J]. *Opt. Precision Eng*., 2012, 20(10): 2207-2213. (in Chinese)

[3] 伞晓刚，孙宁，卓仁善，等. 大口径光电经纬仪主反射镜支撑结构设计[J]. 光学 精密工程, 2013, 21 (12): 3111-3117.
SAN X G, SUN N, ZHAO R SH, et al.. Design of supporting structure for primary mirror of large aperture theodolite[J]. *Opt. Precision Eng*., 2013, 21(12): 3111-3117.

[4] PAUL R. YODER. *Opto-mechanical systems design*[M]. Third edition, Bellingham, Washington USA, SPIE press, 2005. 527-539.

[5] 徐宏，关英俊. 空间相机1 m口径反射镜组件结构设计[J]. 光学 精密工程, 2013, 21 (6): 1488-1495.
XU H, GUAN Y J. Structural design of 1m diameter space mirror component of space camera[J]. *Opt. Precision Eng*., 2013, 21 (6): 1488-1495. (in Chinese)

[6] 张玉芳，李国平. 用于薄镜面主动光学的音圈力促动器设计[J]. 光学 精密工程, 2013, 21 (11): 2836-2842.
ZHANG Y F, LI G P. Design of voice coil force actuator in thin mirror active optical system[J]. *Opt. Precision Eng*., 2013, 21 (11): 2836-2842. (in Chinese)

[7] PAUL M, ALEC B. The William Herschel Telescope[J]. *Astronomy Now*, 1987, 17-24.

[8] DOUGLAS R N, VICTOR K, JOHN A, *et al*.. Active tangent link system for transverse support of large thin meniscus mirrors[J]. *SPIE*, 2007, 6665:66650F.

[9] 吴小霞. 弯月薄镜的切向侧支撑设计研究[J]. 长春理工大学学报(自然科学版), 2011, 34(1): 53-56.
WU X X. Design research on tangent lateral support of thin meniscus mirror[J]. *Journal of Changchun University of Science and Technology* (*Natural Science Edition*), 2011, 34(1): 53-56. (in Chinese)

[10] Gerhard Schwesinger. Nondistorting lateral edge support of large telescope mirrors[J]. *Applied Optics*, 1994, 33(7): 1198-1202.

[11] GERHARD S. Lateral support of very large telescope mirrors by edge forces only[J].*Journal modern optics*, 1991, 38: 1507-1516.

[12] NOETHE L, AEDREONI G, FRANZA F, et al.. Latest developments of active optics of the ESO NTT and the implication for the ESO VLT[J]. *SPIE*, 1991, 1542: 293-296.

[13] 陈宝刚，明名，吕天宇. 大口径球面反射镜曲率半径的精确测量[J]. 中国光学, 2014, 7(1): 163-168.
CHEN B G, MING M, LV T Y. Precise measurement of curvature radius for spherical mirror with large aperture[J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(1): 163-168. (in Chinese)

[14] JAMES E K, DAVID G. AEOS 3.67m telescope primary mirror active control system[J]. *SPIE*, 1998, 3352:400-411.

[15] 吴小霞，李剑锋，邵亮，等. 4m SiC轻量化主镜的主动支撑系统[J]. 光学 精密工程, 2014, 22(9): 2451-2453.
WU X X, LI J F, SHAO L, et al.. Active support system for 4m SiC lightweight primary mirror[J]. *Opt. Precision Eng*., 2014, 22(9): 2451-2453. (in Chinese)

作者简介：



吴小霞 (1981–)，女，江苏盐城人，博士，副研究员，2003年于吉林大学获得学士学位，2008年于中科院长春光机所获得博士学位，主要研究方向为大口径反射镜主动支撑系统设计和系统仿真分析。E-mail：wu-xiaoxia@sohu.com



邵　亮 (1982–)，男，吉林桦甸人，硕士，助理研究员，2006年于中国科学技术大学获得学士学位，2009年于中科院南京天光所获得硕士学位，主要研究方向为镜面支撑系统设计和仿真分析。E-mail：shaol@ciomp.ac.cn



郝　亮 (1984–)，男，吉林长春人，博士，助理研究员，2007年于长春理工大学获得学士学位，2013年于吉林大学获得博士学位，主要研究方向为光机结构设计。E-mail：24133412@qq.com