

# 次镜支撑小型三自由度机构动力学及控制策略

王施相<sup>1,2</sup>, 郭 劲<sup>1</sup>, 甘新基<sup>3</sup>, 王挺峰<sup>1</sup>

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所 激光与物质相互作用国家重点实验室,  
吉林 长春 130033;  
2. 中国科学院大学, 北京 100049; 3. 北华大学 机械工程学院, 吉林 长春 132021)

**摘要:** 提出了利用一种可实现一个移动和两个转动的小型 3 自由度(3-DOF)并联机构来支撑并控制次镜, 以达到激光精确聚焦目的的方案。通过对小型 3-PRS 机构的运动模式分析, 采用欧拉角描述动平台的运动方式, 对其运动学特性做了简要分析。引入该机构连接杆的质量分布因子, 利用虚功原理建立了逆动力学模型。基于建立的动力学模型, 提出了两种控制策略方案。利用 ADAMS/Control 模块和 MATLAB/Simulink 模块联合仿真了该机构的控制精度。最后将该机构应用于实际光路系统中, 测量了两种控制方案下该机构控制的调焦次镜对聚焦光斑性能的影响。仿真结果充分证明了该机构完全满足支撑激光聚焦次镜结构的设计要求。

**关键词:** 激光聚焦; 支撑结构; 小型三自由度机构; 逆动力学; 控制策略

中图分类号: TH741 文献标志码: A DOI: 10.3788/IRLA201645.0918003

## Dynamic analysis and control of mini three degree-of-freedom robot applied in laser focusing

Wang Shixiang<sup>1,2</sup>, Guo Jin<sup>1</sup>, Gan Xinji<sup>3</sup>, Wang Tingfeng<sup>1</sup>

(1. State Key Laboratory of Laser Interaction with Matter Changchun, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China; 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China;  
3. School of mechanical engineering, Beihua University, Changchun 132021, China)

**Abstract:** A 3-DOF parallel 3-PRS mechanism, which could realize one translational and two rotational motions as well as support secondary mirror used in laser beam focusing, was proposed. According to the analysis of motion mode, traditional Euler angle for describing the motion of moving platform was adopted, and based on that, kinematic model of a 3-DOF mini mechanism was built to analyze its inverse kinematics performance. The inverse dynamics modeling with principle of virtual work was derived by introducing a mass distribution factor of link legs. Based upon the established model, two control systems were implemented on the mini 3-PRS parallel manipulator. Then, control accuracy of the robot was obtained by combining ADAMS/Control with MATLAB/Simulink. Moreover, the quality of laser speckle was evaluated by applying the mini 3-PRS robots into an actual optical system. The derived results prove that a mini 3-DOF mechanism can fulfill the design requirements of the structure for supporting secondary mirror.

**Key words:** laser beam focusing; support structure; mini 3-DOF robots; inverse dynamics; control scheme

收稿日期: 2016-01-12; 修订日期: 2016-02-17

基金项目: 长春市科技计划(长科技合 2013270)

作者简介: 王施相(1991-), 男, 硕士生, 主要从事多自由度并联机构用于激光聚焦方面的研究。Email: wsx2736@163.com

导师简介: 郭劲(1964-), 男, 研究员, 博士生导师, 主要从事激光与物质相互作用方面的研究。Email: guojin\_1964@126.com

## 0 引言

随着激光技术的快速发展,实际应用中对用于实现激光聚焦的支撑次镜的机械结构设计与控制提出了越来越高的要求。然而,传统控制次镜的直线型运动随着主镜多方向的位置偏差及重力、温度变形等因素,已经不能满足设计要求。因此,为了满足激光精确聚焦,设计适合多自由度方向运动的小型支撑结构的意义重大。

并联机构因高精度低能耗、高刚性快反应、高灵活性和高承载能力的特性,特别是少自由度并联机构,在一定程度上减少了六自由度并联机构工作空间小、机构复杂、制造装配困难等问题,使得少自由度并联机构在生物工程、集成光学、工业和医疗机器人等领域得到了广泛的应用。

近年来,3-DOF 并联机构成为了热点之一。Dumlu 和 Erenturk<sup>[1]</sup>利用经典 PID 及分数阶 PID 控制方法对典型的三自由度 3-RRR 型机构进行了轨迹追踪控制研究;Li 等<sup>[2]</sup>设计并控制 3-DOF 机构,解决了其支撑导航仪在复杂环境下的稳定可视化问题;Wu 等<sup>[3]</sup>对一种空间三自由度机构进行了综合结构参数优化及动力学建模;黄鹏等<sup>[4]</sup>提出了一种新型三自由度并联机构并分析了该机构的运动特性及精度;Lee 等<sup>[5]</sup>利用压电陶瓷驱动分析了 3-RPS 并联机器人在微动时的运动学性能;Carretero 等<sup>[6]</sup>设计分析了用于支撑卡塞格林式望远镜次镜系统的 3-PRS 并联机构的运动特性及工作空间;Yogesh 等<sup>[7]</sup>在建立的 U 型 3-PPR 平面三自由度并联机构逆动力学模型基础上提出了自适应 PD 控制策略,并通过实验对比分析了 PID 等三种传统控制策略;Li 等<sup>[8]</sup>建立了 3-PRC 机构的动力学模型并提出了三种控制策略;Tsai 等<sup>[9]</sup>利用空间分解约束反力的方法建立了 3-PRS 机构的动力学模型。

文中根据工程中次镜支撑结构需环境适应性强、稳定性高、挡光面积小、负载大、结构紧凑和控制精度高等设计要求,综合考虑现有驱动器行程、精度及各类型的三自由度并联机构,提出了一种能够实现大量程、高精度和相对较高承载能力的用于支撑次镜的小型 3-PRS 并联机构。

## 1 小型 3-PRS 机构描述及运动学分析

如图 1 所示,3-PRS 并联机构由静平台、动平台

和三条相同的支链组成,并以相隔 120°均匀布置。每条支链依次由垂直放置的移动副(*P*)、旋转副(*R*)和球形铰链(*S*)组成。其中,移动副由固定在静平台上的步进电机驱动,其他关节为被动关节。

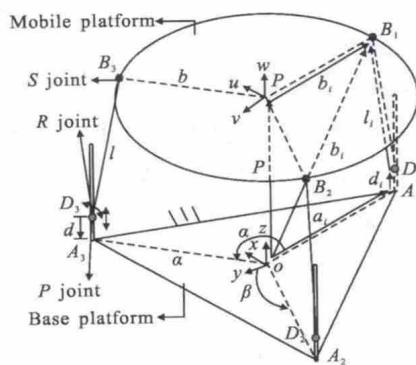


图 1 小型 3-PRS 机构简图

Fig.1 Schematic representation of mini 3-PRS mechanism

建立如图 1 所示的运动简图,其中静平台固定坐标系 *O-xyz* 的原点 *O* 在半径为 *a* 的静平台 *A<sub>1</sub>A<sub>2</sub>A<sub>3</sub>* 中心, *Oxy* 平面与静平台重合, *-y* 轴过 *A<sub>1</sub>* 点, *z* 轴垂直静平台向上, *x* 轴与 *y*、*z* 轴形成右手坐标系。动坐标系 *P-uvw* 的原点 *P* 位于半径为 *b* 的动平台 *B<sub>1</sub>B<sub>2</sub>B<sub>3</sub>* 中心, *Puv* 平面与动平台重合, *-v* 轴过 *B<sub>2</sub>* 点, *w* 轴垂直动平台向上, *u* 轴与 *v*、*w* 轴形成右手坐标系。三个定长连杆 *BD<sub>i</sub>* 长为 1, 三个滑动副沿着 *AD<sub>i</sub>* 运动, 运动距离为 *d<sub>i</sub>*。为了方便分析, 建立每一条支链的矢量闭环, 图中以 *OPA<sub>1</sub>B<sub>1</sub>* 为示例。其中在 *O* 坐标系下的 *P*、*l<sub>i</sub>*、*d<sub>i</sub>*、*a<sub>i</sub>*、*q<sub>i</sub>* 矢量分别表示 *OP*、*BD<sub>i</sub>*、*AD<sub>i</sub>*、*OA<sub>i</sub>*、*OB<sub>i</sub>*, *b<sub>i</sub>* 为 *P* 坐标下的矢量, 表示为 *PB<sub>i</sub>*, 其中 *i=1, 2, 3*。由于各支链等间距,  $\alpha=120^\circ$ ,  $\beta=240^\circ$ 。定义  $d=[d_1 \ d_2 \ d_3]^T$  为三个驱动器的位移量, 且定义  $X=[p_x \ p_y \ p_z \ \psi \ \theta \ \phi]^T$  表示动平台位姿, 其中  $\psi$ 、 $\theta$ 、 $\phi$  为用欧拉角表示的分别绕固定坐标系 *x*、*y*、*z* 轴的旋转角度, 且  $P=[p_x \ p_y \ p_z]^T$ 。

通过 *zxy* 欧拉角描述的动平台旋转矩阵为:

$$R=R_y(\theta)R_x(\psi)R_z(\phi)=$$

$$\begin{bmatrix} c\theta c\phi+s\psi s\theta s\phi & -c\theta s\phi+s\psi s\theta s\phi & c\psi s\theta \\ c\psi s\phi & c\psi c\theta & -s\psi \\ -s\theta c\phi+s\psi c\theta s\phi & s\theta s\phi+s\psi c\theta c\phi & c\psi c\theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: *c* 为余弦函数; *s* 为正弦函数。

鉴于并联机构的运动学特性已经被诸多学者广泛研究<sup>[10-12]</sup>, 文中将简略给出 3-PRS 并联机构的以

下两个特性。

### 特性 1: 自由度

该小型 3-PRS 机构具有三个自由度, 这三个自由度分别为两个绕  $x$ 、 $y$  轴旋转( $\psi$   $\theta$ )和一个沿  $z$  轴( $p_z$ )移动自由度。因此, 可以用三个独立变量描述动平台的位姿  $x=[p_z \psi \theta]^T$ 。

### 特性 2: 运动学反解

运动学反解的目的是由已知动平台的输出位姿变量得到驱动的输入变量。参考图 1 的闭环矢量图, 可得矢量闭环式:

$$q_i = a_i + d_i + l_i \quad (2)$$

式中:  $q_i = p + Rb_i$ 。

将公式(2)关于时间微分, 并做必要的数学化简, 得到如下逆运动学速度方程:

$$\dot{d} = J\dot{x} \quad (3)$$

式中:  $\dot{d} = [\dot{d}_1 \dot{d}_2 \dot{d}_3]^T$  和  $\dot{x} = [p_z \dot{\psi} \dot{\theta}]^T$  分别表示作动器速率和动平台速度;  $J = J_q^{-1} J_s J_r$  则是 3-PRS 并联机构的受限速度雅克比矩阵。

其中

$$J_q = \begin{bmatrix} l_1 d_1 & 0 & 0 \\ 0 & l_2 d_2 & 0 \\ 0 & 0 & l_3 d_3 \end{bmatrix}_{3 \times 3} \quad (4)$$

$$J_s = \begin{bmatrix} l_1^T & (Rb_i \times l_1)^T \\ l_2^T & (Rb_i \times l_2)^T \\ l_3^T & (Rb_i \times l_3)^T \end{bmatrix}_{3 \times 6} \quad (5)$$

$$J_r = \begin{bmatrix} \frac{\partial p_x}{\partial p_z} & \frac{\partial p_x}{\partial \psi} & \frac{\partial p_x}{\partial \theta} \\ \frac{\partial p_y}{\partial p_z} & \frac{\partial p_y}{\partial \psi} & \frac{\partial p_y}{\partial \theta} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{\partial \phi}{\partial p_z} & \frac{\partial \phi}{\partial \psi} & \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \end{bmatrix} \quad (6)$$

## 2 基于虚功原理的逆动力学模型

### 2.1 简化假设

对于 3-PRS 并联机构, 其动力学特性的复杂性部分来源于与动平台一起运动的三个有质量的连接

杆。在参考文献[8]中提出了一种将 3-PRC 并联机构的连杆质量按优化比例分别分配到动平台和滑动部件上的简化假设, 这个假设同样可以应用于文中所提出的小型 3-PRS 机构。对于文中的小型 3-PRS 机构, 由于体型较小且材质轻便, 可以忽略连杆的转动惯量。将每个杆的质量分化到杆的两端, 并定义分化质量因子  $w$ ( $0 < w < 1$ )。

定义滑块、动平台及连杆的质量为  $m_s$ ,  $m_p$  和  $m_e$ , 那么根据简化假设, 滑块和动平台的质量可以用以下两式来表示:

$$m_{s,H} = m_s + 1.5w m_e \quad (7)$$

$$m_{p,H} = m_p + 0.5(1-w)m_e \quad (8)$$

假设转动副和球副不受摩擦影响, 且动平台不受外力作用。另外, 假设动平台在工作空间内运动且运动空间内无奇异。

### 2.2 动力学建模

假设  $\delta d = [\delta d_1 \delta d_2 \delta d_3]^T$  和  $\delta x = [\delta p_z \delta \psi \delta \theta]^T$  分别为驱动器和动平台的虚位移, 且令  $F = [f_1 f_2 f_3]^T$  表示驱动器受到的驱动力。采用虚功原理, 可以导出下列方程:

$$F^T \delta d + G_s \delta d - F_s^T \delta d + G_p^T \delta x - F_p \delta x = 0 \quad (9)$$

式中:  $G_s = [m_{s,H}g, m_{s,H}g, m_{s,H}g]^T$  和  $G_p = [m_{p,H}g, 0, 0]^T$  分别表示驱动滑块和动平台重力,  $g$  表示重力加速度;  $F_s = [m_{s,H}\ddot{d}_1, m_{s,H}\ddot{d}_2, m_{s,H}\ddot{d}_3]$  表示滑块惯性力。动平台惯性力可用下式表示:

$$F_p = \begin{bmatrix} m_{p,H}\ddot{p}_z & 0 \\ 0 & I_{xy} \begin{bmatrix} \ddot{\psi} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中:  $I_{xy}$  为动平台惯性矩阵  $I_p$  左上一  $2 \times 2$  的子矩阵。 $I_p$  可以表示为:

$$I_p = \frac{1}{4} R \begin{bmatrix} m_{p,H}b^2 & 0 & 0 \\ 0 & m_{p,H}b^2 & 0 \\ 0 & 0 & m_{p,H}b^2 \end{bmatrix} R^T \quad (11)$$

利用公式(3)可以得到:

$$\delta x = J^{-1} \delta d \quad (12)$$

将公式(12)代入公式(9)可得:

$$(F^T + G_s - F_s^T + G_p^T J^{-1} - F_p J^{-1}) \delta d = 0 \quad (13)$$

对于任意的虚位移  $\delta d$  公式(13)都成立, 那么

$$F^T + G_s - F_s^T + G_p^T J^{-1} - F_p J^{-1} = 0 \quad (14)$$

将惯性力代入公式(14)可得:

$$F = M_s \ddot{d} + J^{-1} M_p \ddot{x} - J^{-1} G_p - G_s \quad (15)$$

其中

$$M_s = \begin{bmatrix} m_{s,H} & 0 & 0 \\ 0 & m_{s,H} & 0 \\ 0 & 0 & m_{s,H} \end{bmatrix}, M_p = \begin{bmatrix} m_{p,H} & \\ & I_{xy} \end{bmatrix}$$

将公式(3)两端对时间微分,则有

$$\ddot{d} = J \ddot{x} + \dot{J} x \quad (16)$$

将公式(16)代入公式(15),则可以得到小型 3-PRS 并联机构的动力学模型方程:

$$F = M(x) \ddot{x} + C(x, \dot{x}) \dot{x} + G(x) \quad (17)$$

其中

$$M(x) = M_s J + J^T M_p \quad (18)$$

$$C(x, \dot{x}) = M_s \dot{J} \quad (19)$$

$$G(x) = -J^T G_p - G_s \quad (20)$$

公式(17)具备三个特性:惯性矩阵  $M(x)$  是对称正定的,且  $M(x) - 2C(x, \dot{x})$  是斜对称矩阵;每个自由度都有一个独立的输入控制变量;3-PRS 机构动力学模型方程对于不确定的参数是线性的。公式(17)可以线性化为:

$$F = M(x) \ddot{x} + C(x, \dot{x}) \dot{x} + G(x) = Y(x, \dot{x}, \ddot{x}) \Phi \quad (21)$$

式中: $Y(x, \dot{x}, \ddot{x})$  为已知  $n \times r$  回归矩阵函数; $\Phi$  为一个  $r$  维的物理参数向量<sup>[13]</sup>。

### 2.3 简化假设的量化

为了确认上文提到的简化假设,在 ADAMS 中建立了如图 2 所示的虚拟模型。模型运动学参数和动力学参数如表 1 所示。

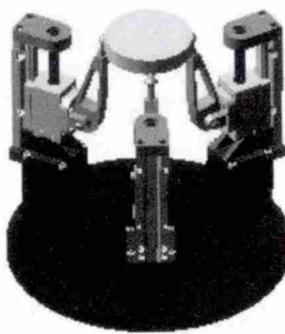


图 2 小型 3-PRS 机构 UG 模型

Fig.2 UG-model of a mini 3-PRS mechanism

表 1 运动学及动力学参数

Tab.1 Kinematics and dynamic parameters

Parameter	Value	Parameter	Value
$a/\text{mm}$	30	$m_e/\text{kg}$	0.0041
$b/\text{mm}$	25	$g/\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$	9.80665
$l/\text{mm}$	30	$d_{\max}/\text{mm}$	10
$m/\text{kg}$	0.0078	$\Delta d_{\min}/\text{mm}$	0.0015
$m_r/\text{kg}$	0.12254	$d_{\min}/\text{mm}$	0

在固定参考系下,动平台按以下公式运动:

$$p_z = h_0 + 5 \sin(pi/2t) \quad (22)$$

$$\psi = -0.05 \sin(pi/2t) \quad (23)$$

$$\theta = -0.05 \sin(pi/2t) \quad (24)$$

式中: $t$  为时间变量,单位 s; $p_z, \psi$  和  $\theta$  的单位分别为 mm 和 rad。动平台初始位置高度为  $h_0=34.58$  mm。在 ADAMS 中,利用运动学反解得到各驱动器速度函数样条曲线,然后驱动器在样条曲线函数驱动下,使动平台按照公式(22)~(24)所示的轨迹运动。

对于质量分化因子,其变化范围为 0~1,为寻求最合适值,必须寻找到一个最优化解<sup>[8]</sup>。图 3 给出了驱动器所受驱动力的计算结果和 ADAMS 模拟结果的误差分布图。从图中可以看出,当  $w=0.625$  时,小型 3-PRS 机构的驱动力误差接近等于零。此时,各驱动滑块受到的驱动力对比及误差分布分别如图 4、图 5 所示。

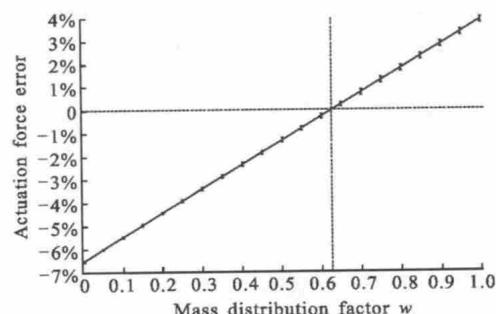


图 3 驱动力误差随质量分布因子变化图

Fig.3 Distribution of the actuation force error along with the mass factor  $w$

由图可知,尽管引入的分布因子  $w=0.625$  是针对受力振幅最大的第二根连杆优化得到的,但从三个驱动杆受力误差对比结果图中表明,这个优化值完全合理可行。同时说明,可以对各个连接杆的质量

分布因子单独优化,从而得到三个不同的 $w$ 值。公式(22)~(24)表示的运动是动平台运动振幅最大的一组运动轨迹,且仿真误差完全在允许范围之内,因此这里三个连杆的质量分布因子统一采用 $w=0.625$ 。

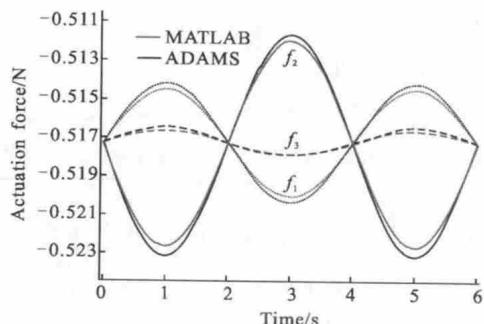


图 4  $w=0.625$  时,MATLAB 计算驱动力结果和 ADAMS 仿真结果对比图

Fig.4 Simulation result of actuation force given by ADAMS and computed by MATLAB in case of  $w=0.625$

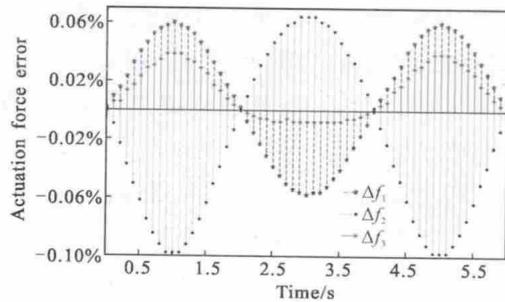


图 5  $w=0.625$  时,相比于 ADAMS 仿真结果,各个驱动器受力误差分布

Fig.5 In case of  $w=0.625$ , errors of computed actuation forces with respect to results obtained by ADAMS

### 3 控制策略

并联机构要想实现快速、精确的运动,必须借助于现代控制系统的帮助。参考文献[14]中提出了基于逆动力学模型的控制策略。另外,在忽略摩擦力及外部干扰的情况下,参考文献[15~16]将动力学参数线性化提出了自适应控制策略。

#### 3.1 基于逆动力学模型的计算驱动力控制策略 (Computed Force Control, CFC)

将逆动力学模型表达式(公式(21))改写为以下形式:

$$F=M(x)\ddot{x}+C(x,\dot{x})\dot{x}+G(x)=M(x)\ddot{x}+Q(x,\dot{x}) \quad (25)$$

在不考虑摩擦力及外力的情况下,动平台在建

立的数字模型所计算得到的驱动力作用下运动。图6给出了计算驱动力型控制策略结构框图。

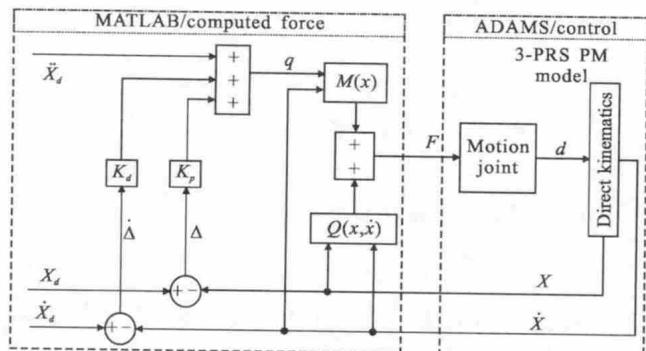


图 6 计算力控制器结构流程图

Fig.6 Structure flow chart of CFC

$$F=M(x)q+Q(x,\dot{x}) \quad (26)$$

式中: $q$  为加速度形式的输入信号,表示为

$$q=\ddot{x}_s+K_d(\dot{x}_s-\dot{x})+K_p(x_s-x) \quad (27)$$

式中: $x_s$  为动平台工作空间内的位姿; $K_d, K_p$  为正对角矩阵。

对比公式(25)~(27)可以得到以下二阶误差方程:

$$\ddot{\Delta}+K_d\dot{\Delta}+K_p\Delta=0 \quad (28)$$

其中

$$\Delta=x_s-x \quad (29)$$

为动平台位置误差向量。由于 $K_d, K_p$  为正对角矩阵,系统是完全解耦的,且公式(28)可被分解为三个工作自由度上的独立方程。

#### 3.2 自适应控制系统(Passivity-Based Control, PBC)

该节提出了一种自适应控制系统。利用小型3-PRS机构的受限特性及动力学参数线性化特性,这种控制器能够有效减少对边界不确定性的计算难度。

结合公式(21),提出将以下三个参数作为3-PRS机构的不确定来源动力学参数:

$$\Phi=[m_s \ m_p \ m_e]^T \quad (30)$$

则回归矩阵 $Y(x,\dot{x},\ddot{x})$ 可以用动平台位置参数及其微分形式完全表达。

定义驱动控制向量 $F$ 如下:

$$F=\hat{M}(x)B+\hat{C}(x,\dot{x})E+\hat{G}(x)+\lambda_2R \quad (31)$$

式中: $\hat{M}(x), \hat{G}(x)$  和  $\hat{C}(x)$  依次是矩阵 $M(x), C(x,\dot{x})$  和 $G(x)$  的估计量。另外, $B, E$  和 $R$  分别表示如下:

$$E=\ddot{x}_s+\lambda_1\dot{\Delta} \quad (32)$$

$$B=\dot{x}_s+\lambda_1\Delta \quad (33)$$

$$R = \Delta + \lambda_1 \Delta \quad (34)$$

式中:  $\lambda_1, \lambda_2$  表示正对角矩阵。

将公式(31)和公式(21)对比可知, 公式(31)可以改写为:

$$F = Y(x, \dot{x}, B, E) \hat{\Phi} + \lambda_2 R = Y(x, \dot{x}, B, E)(\Phi_0 + \eta) + \lambda_2 R \quad (35)$$

式中:  $\hat{\Phi}$  为参数向量  $\Phi$  的估计量, 并由下式定义

$$\hat{\Phi} = \Phi_0 + \eta \quad (36)$$

式中:  $\Phi_0$  为理想参数;  $\eta$  为鲁棒控制输入参数。

将公式(31)代入公式(21)可得:

$$M(x)\dot{R} + C(x, \dot{x})R + \lambda_2 R = Y(x, \dot{x}, B, E)(\Phi_0 - \Phi + \eta) \quad (37)$$

令  $\tilde{\Phi}$  表示动力学参数误差量, 且用正常量  $\tau$  限制该误差量:

$$|\tilde{\Phi}| = |\Phi_0 - \Phi| \leq \tau \quad (38)$$

令  $\xi$  表示向量  $Y^T R$ , 引入正常量  $\zeta$  设计如下的控制变量  $\eta$ :

$$\eta = \begin{cases} \frac{-\tau}{|\xi|} \xi & \text{if } |\xi| > \zeta \\ \frac{-\tau}{|\zeta|} \xi & \text{if } |\xi| \leq \zeta \end{cases} \quad (39)$$

为确保闭环控制系统在控制方程式(37)下全局一致有界, 给系统定义如下的 Lyapunov 函数:

$$V = \frac{1}{2} R^T M(x) R + \Delta^T \lambda_1 \lambda_2 \Delta \quad (40)$$

参考文献[17]可以证明该式满足  $\dot{V} < 0$ 。

图 7 给出了该自适应控制方法的原理框图。

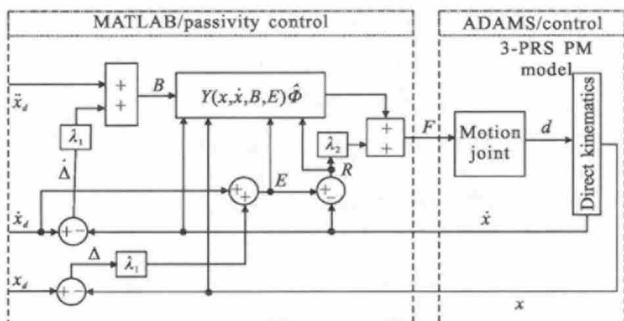


图 7 自适应控制器原理图

Fig.7 Block diagram of passivity-based control scheme

### 3.3 仿真及结果讨论

通过建立的 ADAMS 虚拟样机模型, 利用 MATLAB 的 Simulink 及 ADAMS 的 Control 模块进行了小型 3-PRS 机构的联合仿真。仿真过程为: MATLAB 计算出数字化模型中各个滑块受到的力周期性输出施加到 ADAMS 的滑块部件, 由该力驱动机

构运动; 通过“虚拟传感器”测得动平台的位姿及速度值再返回给 MATLAB 以便计算下一个周期的驱动力。图 1 和表 1 给出了机构的运动学及动力学参数。

提出的两种控制方法中需要设计六个控制参数, 其中四个增益矩阵通过不断进行仿真实验试调得到。 $K_d = 2000, K_p = 100, \lambda_1 = \text{diag}\{150\}, \lambda_2 = \text{diag}\{70\}$ 。在 PBC 控制中, 为平衡机构追踪误差及平台振颤, 令  $\zeta = 0.5$ 。对于常量值  $\tau$ , 其值取决于机构的惯量参数。该次 PBC 控制仿真中, 取动力学参数为理想参数值的 90%, 那么

$$|\tilde{\Phi}| = \sqrt{(0.1m_p)^2 + (0.1m_s)^2 + (0.1m_e)^2} \leq 0.012285$$

因此, 取不确定边界为  $\tau = 0.012285$ 。

图 8 给出了两种控制方法上, 动平台按公式(21)垂直运动时, 驱动力误差(图 8(a))、动平台位置误差(图 8(b))及速度误差(图 8(c))对比图。

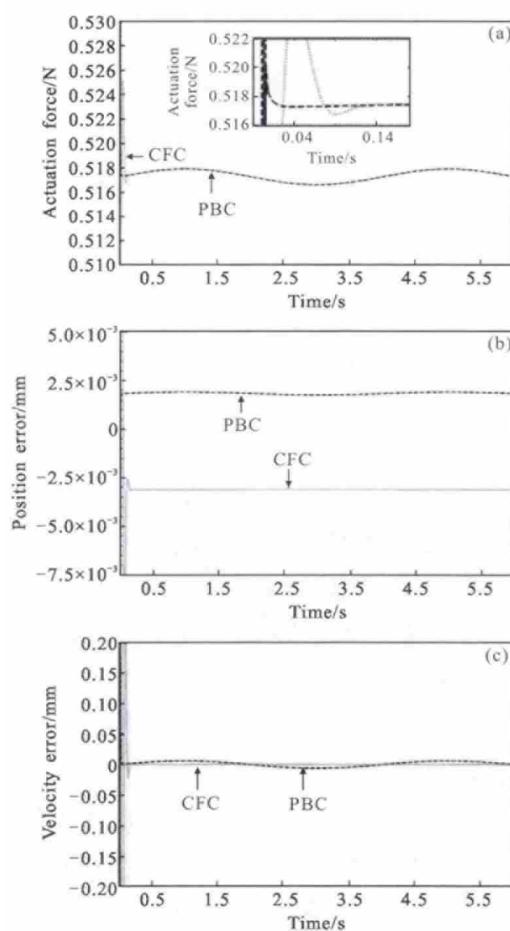


图 8 基于 CFC 及 PBC 控制器的仿真误差图

Fig.8 Simulation errors of CFC and PBC controller

为了量化比较, 选取控制系统中的稳定时间  $t_s$ 、稳态最大位置误差  $\Delta_{\max}$  和稳态最大速度误差  $\dot{\Delta}_{\max}$  作

为系统控制好坏的三个标准量。根据图 9 得到的仿真结果列出表 2 所示的控制结果。由表可知, 最终位置误差及速度误差都被控制在  $1\text{e}-3\text{ mm}$  或者  $\text{mm/s}$  数量级之内。相比于 CFC 控制方法, PBC 控制方法的稳定时间缩短了将近 10 倍, 位置误差也减小了 39%。因为在一般的控制体系中, 常将跟踪位置误差作为控制的一个最主要参量, 所以在仿真中为达到这个目的, 将增益矩阵  $K_d$  和  $K_p$  调整到了两个较大的值。因此, CFC 的稳态速度误差好于 PBC 控制方法, 且速度误差几乎为零。

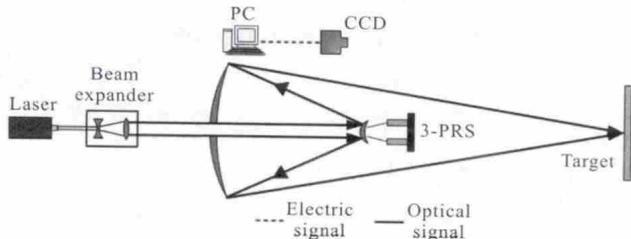


图 9 聚焦系统示意图

Fig.9 Scheme of the focusing system

表 2 两种控制方法的控制对比

Tab.2 Control performance for the two types of controllers

Controller	$t_f/\text{s}$	$\Delta_{\max}/\text{mm}$	$\dot{\Delta}_{\max}/\text{mm} \cdot \text{s}^{-1}$
CFC	0.15	$3.1\text{e}-3$	$1.3\text{e}-5$
PBC	0.01	$1.9\text{e}-3$	$6.2\text{e}-3$

另外, 相比于 CFC 控制方法, PBC 控制中, 动力学参数的取值较理想真值偏差了 10%。如果在 CFC 中也采用相同的偏差, 为保证控制精度, 则需要将增益矩阵  $K_d$  和  $K_p$  增到 10 000 以上, 这是不切实际的。多次仿真实验表明, 动力学参数偏差越小, 控制精度越高。

#### 4 聚焦系统应用分析

将文中的小型 3-PRS 并联机构应用于激光聚焦系统。图 9 所示为将文中提出的系统应用于激光聚焦系统的一个简单示意图。光束通过主镜中心孔阑后入射到由三自由度系统控制的次镜上, 次镜为一凸反射镜, 反射后的光束经过主镜反射聚焦到远场靶面上, 此时利用 CCD 观测靶面信号。为了分析系统的可行性, 下面引入三自由度系统控制误差, 在无其他条件影响下, 探究控制精度误差对激光聚焦

性能产生的影响。

#### 4.1 CTC 控制方案下的激光聚焦性能

由文中得到的结论可知, 在 CTC 控制方案下, 次镜的控制偏移量最大为  $3.1\text{ }\mu\text{m}$ , 系统参数设置为: 激光波长为  $1064\text{ nm}$ , 光束束腰为  $17\text{ mm}$ , 主镜与次镜之间的中心距离为  $521.2024\text{ mm}$ 。应用 ABCD<sup>[18]</sup> 传输方法仿真光束传播, 得到结果如图 10 所示。

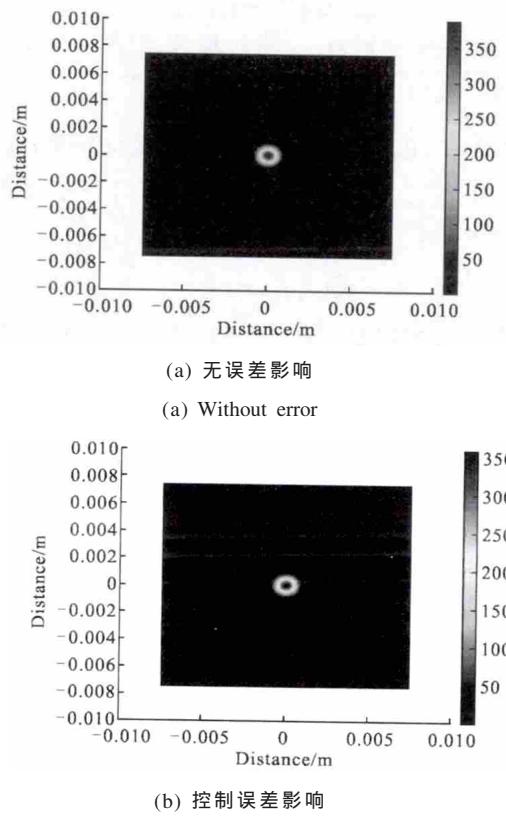


图 11 为图 10 中两幅光斑图的比较, 从图中可以

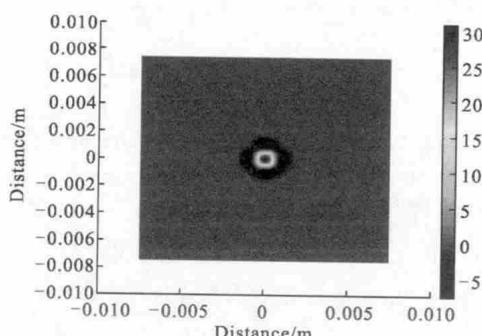


图 11 两种情况下的远场光斑比较

Fig.11 Compare of the far-field light spot between two conditions

看出,控制误差影响了远场聚焦质量,远场的峰值能量约下降了 7%。

#### 4.2 PBC 控制方案下的聚焦性能

由上文可知,PBC 控制方案下的聚焦性能要优于 CTC,此时的次镜控制偏移量约为  $1.9 \mu\text{m}$ ,选取相同的试验条件,所得到的结果如图 12 所示。

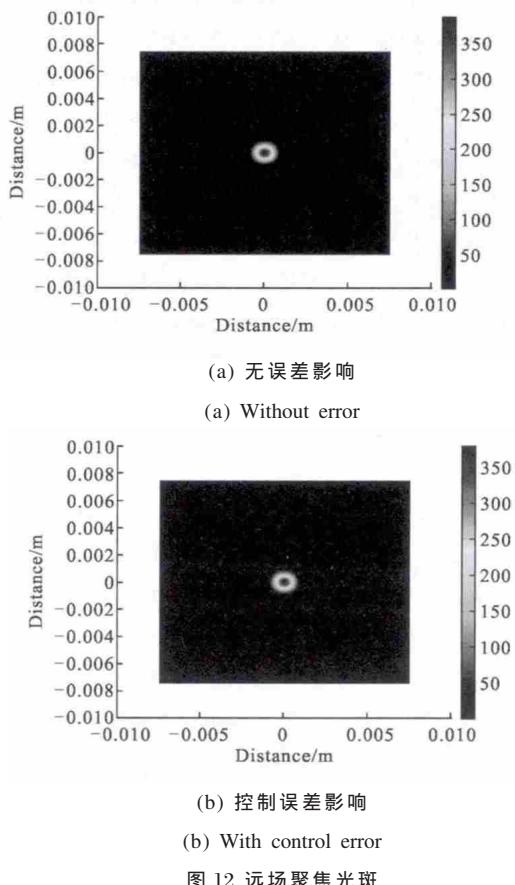


图 12 远场聚焦光斑

Fig.12 Far-field focusing spot

将有无误差情况进行比对的结果列于图 13 中。由图中可以看出,此时的情况要明显优于 CTC 控制方案下,远场的峰值降低约为 2%。

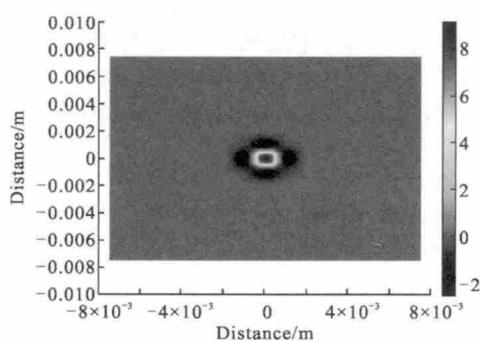


图 13 两种情况下的远场光斑比较

Fig.13 Compare of the far-field light spot between two conditions

#### 4.3 两种控制方案的对比

衡量一个光学系统的性能主要可以通过斯特里尔比(SR)或者桶中功率(PIB)来评判,两种控制方案下的斯特里尔比以及 PIB 值列于表 3 中。

表 3 不同控制方案下的系统性能

Tab.3 Evaluation of the system under different control strategies

Controller	SR	PIB
Ideal situation	1	0.997 2
CTC	0.920 4	0.991 8
PBC	0.979 1	0.995 7

从表中数据可以看出,PBC 控制策略在聚焦性能上要优于 CTC 控制策略,但 CTC 控制策略依旧能取得一个比较理想的状态,从而证实了系统的可行性。

## 5 结 论

文中结合 ADAMS 仿真软件,利用 MATLAB 等工具从理论上分析了小型 3-PRS 并联机构实现多自由度精确聚焦的可能性。首先,利用并联机构的闭环特性简要地推导了机构的运动学反解方程,并且给出了约束雅克比矩阵;结合文献给出了机构的伴生运动方程;其次,利用虚功原理,通过引入连杆质量分布因子,建立了小型 3-PRS 的逆动力学模型方程;然后,利用联合仿真给出了机构在两种控制策略下的对比分析;最后将该机构应用于实际激光聚焦系统,对比了不同控制条件下的光斑质量。得到了小型 3-PRS 并联机构作为激光聚焦次镜支撑结构的如下优势和不足。

(1) 机构设计方面,当整体尺寸有特定要求后,机构的设计参数仅有两个(驱动器行程和连杆定长),再结合目前工程需求及相应技术提供,机构的设计参数进一步简化为一个(连杆定长),这使得优化该机构变得相对方便。

(2) 利用虚功原理建立简化动力学模型,通过优化取值,方便理解且正确可行。

(3) 通过运动学及动平台控制精度的研究以及机构在实际光学系统中对光斑质量的影响结果表明,该机构能够达到工程设计要求。

(4) 小型3-PRS机构的不足之处在于,受限运动下的伴生运动量受到动平台倾角影响显著,各关节的设计精度要求较高。

### 参考文献:

- [1] Dumlu A, Erenturk K. Trajectory tracking control for a 3-DOF parallel manipulator using fractional-order control [J]. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 2014, 61(7): 3417–3426.
- [2] Li H, Luo J, Huang C, et al. Design and control of 3-DoF spherical parallel mechanism robot eyes inspired by the binocular vestibulo-ocular reflex[J]. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 2015, 78(3–4): 425–441.
- [3] Wu G, Caro S, Bai S, et al. Dynamic modeling and design optimization of a 3-DOF spherical parallel manipulator [J]. *Robotics & Autonomous Systems*, 2014, 62(10): 1377–1386.
- [4] Huang Peng, Wang Liping, Guan Liwen, et al. Kinematic performance and accuracy analysis of new type 3 -DOF parallel mechanism [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2010, 46(15): 1–7. (in Chinese)  
黄鹏, 王立平, 关立文, 等. 新型3自由度并联机构运动性能及精度分析[J]. 机械工程学报, 2010, 46(15): 1–7.
- [5] Lee K-M, Arjunan S. A three degree of freedom micro-motion in-parallel actuated manipulator [C]//Robotics and Automation, Proceedings, IEEE International Conference on, 1989: 1698–1703.
- [6] Carretero J A, Nahon M, Buckingham B, et al. Kinematic analysis of a three -DoF parallel mechanism for telescope applications [C]//Proc ASME Design Engineering Technical Conf, 1997.
- [7] Singh Y, Vinoth V, Kiran Y R, et al. Inverse dynamics and control of a 3 -DOF planar parallel (U-shaped 3 -PPR) manipulator [J]. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, 2015, 34: 164–179.
- [8] Li Y, Xu Q. Dynamic modeling and robust control of a 3-PRC translational parallel kinematic machine [J]. *Robotics and Computer - Integrated Manufacturing*, 2009, 25 (3): 630–640.
- [9] Tsai M S, Yuan W H. Inverse dynamics analysis for a 3-PRS parallel mechanism based on a special decomposition of the reaction forces[J]. *Mechanism & Machine Theory*, 2010, 45: 1491–1508.
- [10] Li Y, Xu Q. Kinematic analysis of a 3 -PRS parallel manipulator [J]. *Robotics & Computer Integrated Manufacturing*, 2007, 23(4): 395–408.
- [11] Lee K-M, Arjunan S. A three degree of freedom micro-motion in-parallel actuated manipulator [C]//Robotics and Automation, Proceedings, IEEE International Conference on, 1989, 3(5): 1698–1703.
- [12] Carretero J A, Nahon M, Podhorodeski R P. Workspace analysis of a 3 -DOF parallel mechanism [C]//Intelligent Robots and Systems, Proceedings, IEEE/RSJ International Conference on, 1998: 1021–1026.
- [13] Spong W M, Vidyasagar M. Robot dynamics and control[J]. *Control in Robotics and Automation: Sensor*, 1989, 43: 88–89.
- [14] Sciavicco L, Siciliano B. Modeling and control of robot manipulators [J]. *McGraw-Hill Series in Electrical and Computer Engineering*, 1995, 21(1): 99–100.
- [15] Liu Y, Li Y. Dynamic modeling and adaptive neural-fuzzy control for nonholonomic mobile manipulators moving on a slope [J]. *International Journal of Control Automation and System*, 2006, 4(2): 197–203.
- [16] Yao B, Xu L. Output feedback adaptive robust control of uncertain linear systems with disturbances [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 2006, 128 (4): 938–945.
- [17] Corless M, Leitmann G. Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems [J]. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 1981, 26(5): 1139–1144.
- [18] Liu L, Jiang Z, Wang T, et al. The inverse transformation of angular spectrum propagation algorithm and its application to phase retrieval [J]. *Journal of Modern Optics*, 2014, 62(5): 369–376.