# 基于夫琅禾费原理的光栅复制拼接误差精度分析

卢禹先<sup>1,2</sup> 齐向东<sup>1</sup> 于海利<sup>1</sup> 李晓天<sup>1</sup> 张善文<sup>1</sup> 姜 珊<sup>1</sup> 尹 禄<sup>1,2</sup>

1中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033

<sup>2</sup>中国科学院大学,北京 100049

摘要 复制拼接是天文领域目前制作大面积平面衍射光栅的重要方法之一。光栅复制拼接需要相应的拼接系统, 从成本控制和光栅研制周期角度考虑,一套常规拼接系统应适用于不同参数光栅及不同检测波长的拼接,并且系 统拼接精度必须满足光栅拼接要求。根据夫琅禾费远场衍射原理,建立双光栅拼接系统的五维误差理论模型,分 析了入射光波长、衍射级次、光栅常数、入射角等参数改变时的拼接误差及其变化趋势,并根据实际拼接需求给出 了上述参数的变化范围。计算得到了当光栅参数及检测条件变化时能够满足使用要求的拼接误差精度指标。所 得出的拼接误差变化趋势及拼接精度指标对于设计复制光栅拼接系统具有指导意义。

关键词 衍射;拼接精度;夫琅禾费原理;复制拼接技术

**中图分类号** O436.1 **文献标识码** A

doi: 10.3788/CJL201643.0508005

# Precision Analysis of Grating Replicated Mosaic Error Based on the Principle of Fraunhofer

Lu Yuxian<sup>1,2</sup> Qi Xiangdong<sup>1</sup> Yu Haili<sup>1</sup> Li Xiaotian<sup>1</sup> Zhang Shanwen<sup>1</sup> Jiang Shan<sup>1</sup> Yin Lu<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China <sup>2</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

**Abstract** Replicated mosaic is an important way to make large size plane diffraction grating in astronomy. Considering cost control and grating development cycle, the mosaic system should be applicable to different parameters of grating and different test wavelengths. At the same time, the accuracy of the mosaic system must match the requirement. The mosaic error theory model is established based on the principle of Fraunhofer far field diffraction and the trend is analyzed and simulated when the wavelength of incident light, diffraction order, grating constant, and incident angle are changed. The variable range of above parameters is designed according to the actual mosaic demand. The mosaic error precision which can satisfy the usage requirement is computed when the grating parameters and detection conditions are changed. The simulation results will make a significant guidance for the replicated mosaic system design.

Key words diffraction; mosaic precision; principle of Fraunhofer; replicated mosaic technology OCIS codes 050.1950; 050.1960; 260.1960

# 1 引 言

大尺寸平面衍射光栅具有卓越的分辨本领和集光能力<sup>[1-4]</sup>,在天文、激光核聚变、国防安全以及民用领域 中应用广泛。如正在研制的 30 m 望远镜(TMT)、巨型麦哲伦望远镜(GMT)和欧洲极大望远镜(ELT)等天 文望远镜均需要米级以上尺寸的平面衍射光栅来实现卓越的光谱分辨率;激光核聚变项目中美国的

收稿日期: 2015-10-21; 收到修改稿日期: 2016-01-21

基金项目:国家重大科研装备研制项目(ZDYZ2008-1)、国家自然科学基金项目(61505204)、国家 973 计划 (2014CB049500)、吉林省重大科技发展项目(20140203011GX)

作者简介:卢禹先(1989一),女,博士研究生,主要从事光栅拼接方面的研究。E-mail:hongyulu0412@hotmail.com 导师简介:齐向东(1965一),男,本科,研究员,主要从事光栅制作方面的研究。E-mail:chinagrating@263.com(通信联系人)

OMEGA EP 项目<sup>[5]</sup>、法国的 Pico2000 项目<sup>[6]</sup>、日本的 FIREX-I 项目<sup>[7]</sup>正在使用米级以上尺寸的平面光栅来 实现优秀的集光能力。由于采用机械刻划法<sup>[8]</sup>和全息-离子束刻蚀法<sup>[9-10]</sup>制作米级以上尺寸光栅存在很多 技术难题,因此一般采用光栅拼接法<sup>[11]</sup>来制作大尺寸平面衍射光栅,即通过机械结构调整两块或多块光栅 之间的拼接误差并使其满足使用要求。

光栅拼接误差的测量方法及理论分析一直是各国学者的研究焦点。日本山梨大学的 Harimoto 等<sup>[12]</sup>利 用夫琅禾费积分仿真计算了子光栅衍射光束存在三类不同相位差时远场光斑的衍射图样,证实了基于远场 光斑判断存在拼接误差的可行性;清华大学的 Hu 等<sup>[13]</sup>分析了远场光斑在不同拼接误差下的形状变化,并 利用算法识别光斑形状,依据光斑形状判断所存在的拼接误差;法国 LULI 实验室的 Cotel 等<sup>[14]</sup>分析证明了 通过拼接的方法可以接近远场光斑的衍射极限,并且得到远场光斑的能量分布与通过干涉仪测得的波前值 所反映的拼接误差具有很好的一致性;美国 LLE 实验室的 Qiao 等<sup>[5]</sup>利用远场光斑评价参数对远场光斑在 不同拼接误差下的灵敏度进行了分析。以上学者均是采用机械调整架对两个子光栅的姿态进行动态实时调 节(以下简称为机械拼接法)来实现特定的光栅使用需求,事实上复制拼接法也是制作拼接光栅的主要方法 之一<sup>[15]</sup>。复制拼接法是指利用复制工艺,将两块或多块光栅复制拼接到一块光栅基底上,拼接得到的光栅 可以当作一整块光栅使用。复制拼接法制作的光栅不需要机械调整架,因此具有重量轻、受外界环境(温度、 湿度、气压、振动等)影响小等优点,而且该方法可以实现对不同刻线密度光栅的拼接。机械拼接法并未对不 同刻线密度和波长等条件下的拼接误差进行分析,因此采用复制方法制作出的光栅应用更为广泛。本文根 据夫琅禾费远场衍射原理<sup>[16]</sup>,建立了采用光栅复制拼接法进行光栅拼接时的拼接误差数学模型,并采用该 数学模型分析了不同入射光波长、衍射级次、光栅常数、入射角对光栅拼接误差的影响及其变化趋势,给出了 满足不同使用条件的光栅拼接误差调整精度。

### 2 建立拼接误差模型

光栅拼接常用的检测方法有两种:干涉条纹法和远场衍射能量法。这里选择远场衍射能量法分析拼接 误差,首先建立拼接误差与远场衍射能量的函数关系。

2.1 拼接误差定义

如图 1 所示,以光栅 G<sub>1</sub> 所在平面建立笛卡尔空间直角坐标系,设 x 轴是光栅 G<sub>1</sub> 的矢量方向,y 轴是光 栅 G<sub>1</sub> 的栅线方向,z 轴垂直于光栅 G<sub>1</sub> 表面。定义绕 x 轴、y 轴、z 轴的旋转角度误差分别为  $\Delta \theta_x \setminus \Delta \theta_y \setminus \Delta \theta_z$ ,沿 x轴、y 轴、z 轴的平移误差分别为  $\Delta x \times \Delta y \times \Delta z$ 。G<sub>2</sub> 的姿态由以上 6 个自由度决定,而  $\Delta y$  的存在并不影响拼接光 栅的相位,因此拼接光栅 G<sub>1</sub>、G<sub>2</sub> 共存在 5 种拼接误差  $\Delta \theta_x \times \Delta \theta_y \times \Delta \theta_z \times \Delta x$ 。



图 1 拼接光栅坐标系及拼接误差

Fig. 1 Mosaic grating coordinate system and mosaic errors

2.2 夫琅禾费远场衍射法建立误差模型

依据夫琅禾费远场衍射原理<sup>[16]</sup>,计算出远场能量分布并根据能量分布情况判断拼接光栅  $G_1$ 、 $G_2$ 存在的 5 种拼接误差。在拼接光栅  $G_1$ 、 $G_2$  的衍射光传播方向放置一块焦距为 f 的聚焦透镜,以透镜所在平面建立 笛卡尔空间直角坐标系  $O_1 - x_1y_1z_1$ 、透镜焦平面所在平面建立笛卡尔空间直角坐标系  $O_2 - x_2y_2z_2$ ,如图 2 所示。

设入射角为  $\alpha$ ,衍射角为  $\beta$ ,衍射级次为 *m*,光栅常数为 *d*,入射光波长为 λ,入射到拼接光栅上的入射光直



#### 图 2 拼接光栅的夫琅禾费远场衍射光路

Fig. 2 Fraunhofer far-field diffraction optical path of the mosaic gratings

径为D,透镜焦距为f。

假设透镜平面处光栅 G1 的衍射光单色平面波函数可表示为

$$\widetilde{E}_{1}(x_{1}, y_{1}) = C_{0}, \qquad (1)$$

则透镜平面处光栅 G<sub>2</sub> 的衍射光复振幅可写为

$$\widetilde{E}_{2}(x_{1}, y_{1}) = C_{0} \exp[ik(x_{1}\varepsilon_{x1} + y_{1}\varepsilon_{y1}) + i\phi], \qquad (2)$$

式中k为波数, $\epsilon_{x1}$ 、 $\epsilon_{y1}$ 是光栅G<sub>2</sub>的衍射光与坐标轴 $x_1$ 、 $y_1$ 夹角的余弦,由角度误差 $\Delta \theta_x$ 、 $\Delta \theta_y$ 、 $\Delta \theta_z$ 引起, $\phi$ 是平移误差产生的相位差,由平移误差 $\Delta x$ 、 $\Delta z$ 引起。

根据光栅的锥面衍射原理可以得到[17]:

$$\begin{cases} \varepsilon_{x_1} = \frac{\cos \alpha + \cos \beta}{\cos \beta} \cdot \Delta \theta_y \\ \varepsilon_{y_1} = (\cos \alpha + \cos \beta) \cdot \Delta \theta_x + (\sin \alpha + \sin \beta) \cdot \Delta \theta_z \\ \phi = k \cdot [(\sin \alpha + \sin \beta) \cdot \Delta x - (\cos \alpha + \cos \beta) \cdot \Delta z] \end{cases}$$
(3)

由夫琅禾费积分<sup>[16]</sup>计算得到光栅  $G_1$ 、 $G_2$  在透镜焦平面的复振幅分布  $\tilde{E}_1(x_1,y_1)$  和  $\tilde{E}_2(x_2,y_2)$ :

$$\begin{cases} \tilde{E}_{1}(x_{2}, y_{2}) = C \iint_{\Sigma} \tilde{E}_{1}(x_{1}, y_{1}) P_{1}(x_{1}, y_{1}) \exp\left[\frac{ik}{f}(x_{1}x_{2} + y_{1}y_{2})\right] dx_{1} dy_{1} \\ \tilde{E}_{2}(x_{2}, y_{2}) = C \iint_{\Sigma} \tilde{E}_{2}(x_{1}, y_{1}) P_{2}(x_{1}, y_{1}) \exp\left[\frac{ik}{f}(x_{1}x_{2} + y_{1}y_{2})\right] dx_{1} dy_{1} \end{cases}$$

$$(4)$$

式中  $C = \frac{\exp(ikf)}{i\lambda f} \exp\left[\frac{ik}{2f}(x_2^2 + y_2^2)\right]$ , Σ是透镜平面的积分面积,  $P_1(x_1, y_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2)$  是光栅  $G_1$ ,  $G_2$  在透 镜平面的光瞳函数。

根据(4)式计算出透镜焦平面的能量分布:

$$I_{(x_{2},y_{2})} = \left[\tilde{E}_{1}(x_{2},y_{2}) + \tilde{E}_{2}(x_{2},y_{2})\right] \cdot \left[\tilde{E}_{1}(x_{2},y_{2}) + \tilde{E}_{2}(x_{2},y_{2})\right]^{*} .$$
2.3 拼接光栅的光瞳函数

在(4)式中,需要计算光栅  $G_1$ 、 $G_2$  在透镜平面的光瞳函数  $P_1(x_1,y_1)$ 、 $P_2(x_2,y_2)$ 。光栅在透镜平面的光 瞳函数示意图如图 3 所示。

矩形区域是光栅在透镜平面  $x_1O_1y_1$  的投影,圆形区域是衍射光光束在透镜平面  $x_1O_1y_1$  的截面。图 3(a) 中光栅  $G_1$  在透镜平面  $x_1O_1y_1$  的投影垂直于栅线方向的长度是  $a \cdot \cos\beta$ ,光栅  $G_1$  在透镜平面  $x_1O_1y_1$  的投影 沿栅线方向的长度是 b。图 3(b) 中光栅  $G_2$  在透镜平面  $x_1O_1y_1$  的投影垂直于栅线方向的长度是  $a \cdot \cos\beta \cdot \cos\Delta\theta_y$ ,光栅  $G_2$  在透镜平面  $x_1O_1y_1$  的投影沿栅线方向的长度是  $b \cdot \cos\Delta\theta_x$ 。c 是光栅  $G_1$ 、 $G_2$  投影 在  $x_1O_1y_1$  平面的沿  $x_1$  方向的缝隙长度,可以表示为  $\frac{\Delta x \cdot \cos\beta}{2}$ 。由以上分析,可以得到  $P_1(x_1,y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$  的表达式为



#### 图 3 光栅在透镜平面的光瞳函数示意图。(a) $G_1$ ; (b) $G_2$

Fig. 3 Schematic of pupil function of grating on the plane of lens. (a)  $G_1$ ; (b)  $G_2$ 

$$\begin{cases} P_{1}(x_{1}, y_{1}) = \operatorname{circ}\left(\frac{2\sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}}}{D}\right)\operatorname{rect}\left[\frac{x_{1} - \left(\frac{a \cdot \cos\beta}{2} + c\right)}{a \cdot \cos\beta}\right]\operatorname{rect}\left(\frac{y_{1}}{b}\right) \\ P_{2}(x_{1}, y_{1}) = \operatorname{circ}\left(\frac{2\sqrt{x_{1}^{2} + y_{1}^{2}}}{D}\right)\operatorname{rect}\left[\frac{x_{1}\cos\Delta\theta_{z} - y_{1}\sin\Delta\theta_{z} + \left(\frac{a \cdot \cos\beta \cdot \cos\Delta\theta_{y}}{2} + c\right)}{a \cdot \cos\beta \cdot \cos\Delta\theta_{y}}\right]^{\circ} \qquad (6)$$
$$\operatorname{rect}\left(\frac{x_{1}\sin\Delta\theta_{z} + y_{1}\cos\Delta\theta_{z}}{b\cos\Delta\theta_{x}}\right)$$

#### 2.4 二维傅里叶变化法计算复振幅分布

函数 f(x,y)的二维傅里叶变换<sup>[18]</sup>定义为

$$\mathbf{F}[f(x,y)] = \int_{-\infty}^{\infty} f(x,y) \exp[-i2\pi (f_x x + f_y y)] dx dy, \tag{7}$$

式中 F(•)表示傅里叶变换。

将(1)、(2)式代入(4)式可以得到

$$\begin{bmatrix}
\widetilde{E}_{1}(x_{2},y_{2}) = CC_{0} \iint_{\Sigma} P_{1}(x_{1},y_{1}) \exp\left[-i2\pi\left(\frac{x_{2}}{-\lambda f}x_{1} + \frac{y_{2}}{-\lambda f}y_{1}\right)\right] dx_{1} dy_{1} \\
\widetilde{E}_{2}(x_{2},y_{2}) = CC_{0} \exp\left(i\phi\right) \iint_{\Sigma} P_{2}(x_{1},y_{1}) \exp\left\{-i2\pi\left[\frac{(x_{2} + \varepsilon_{x_{1}}f)}{-\lambda f}x_{1} + \frac{(y_{2} + \varepsilon_{y_{1}}f)}{-\lambda f}y_{1}\right]\right\} dx_{1} dy_{1}$$
(8)

根据二维傅里叶变换定义可以知道(8)式中的 $\tilde{E}_1(x_2,y_2)$ 和 $\tilde{E}_2(x_2,y_2)$ 均可用二维傅里叶变化方法计算得到。计算得到的拼接光栅 $G_1$ 、 $G_2$ 在透镜焦平面的复振幅分布为

$$\begin{cases} \widetilde{E}_{1}(x_{2}, y_{2}) = CC_{0} \cdot F[P_{1}(x_{1}, y_{1})]|_{f_{x} = \frac{x_{2}}{-\lambda J}, f_{y} = \frac{y_{2}}{-\lambda J}} \\ \widetilde{E}_{2}(x_{2}, y_{2}) = CC_{0} \exp(i\phi) \cdot F[P_{2}(x_{1}, y_{1})]|_{f_{x} = \frac{(x_{2}+\epsilon_{x})}{-\lambda J}, f_{y} = \frac{(y_{2}+\epsilon_{y})}{-\lambda J}} \end{cases}$$

$$\tag{9}$$

将(6)式代入(9)式中,最后由(5)式计算出拼接光栅的远场光强度分布,透镜焦平面的光强分布  $I(x_2, y_2)$  是拼接误差  $\Delta \theta_x \, \Delta \theta_y \, \Delta \theta_z \, \Delta x \, \Delta z$  的函数,因此通过分析透镜焦平面的能量分布情况可以判断存在的拼 接误差,并由不同的能量分布形式判断拼接误差的大小。

### 3 拼接误差精度模拟仿真分析

复制拼接系统能够制作不同刻线密度的拼接光栅,因此需要建立一套能够满足不同拼接条件的拼接架 系统。根据建立的拼接误差模型,仿真分析远场衍射能量分布,并给出五维拼接误差变化时的能量分布变 化。在不同波长、不同衍射级次、不同刻线密度、不同入射角条件下,计算出复制拼接系统的拼接精度。

#### 3.1 远场衍射能量分布

根据建立的拼接误差模型,仿真分析远场衍射能量分布,以中阶梯光栅在自准直入射的情况下为例进行 分析。设光栅常数 d=79 g/mm,衍射级次 m=36,入射光波长  $\lambda=300 \text{ nm}$ ,入射角  $\alpha=25.2503^{\circ}$ ,透镜焦距 f=1000 nm,入射光口径 D=100 nm,光栅在垂直于栅线方向的长度 a=100 nm,光栅平行于栅线方向的长



图 4 远场衍射能量分布。(a) 无拼接误差;(b)  $\Delta \theta_x = 3 \mu \text{rad}$ ;(c)  $\Delta \theta_y = 4 \mu \text{rad}$ ; (d)  $\Delta \theta_z = 6 \mu \text{rad}$ ;(e)  $\Delta x = 175.81 \text{ mm}$ ;(f)  $\Delta z = 82.924 \text{ mm}$ 

Fig. 4 Intensity patterns of far-field diffraction. (a ) No mosaic errors; (b )  $\Delta\theta_x = 3 \ \mu rad$ ; (c )  $\Delta\theta_y = 4 \ \mu rad$ ;

(d)  $\Delta \theta_z = 6 \ \mu \text{rad}$ ; (e)  $\Delta x = 175.81 \ \text{mm}$ ; (f)  $\Delta z = 82.924 \ \text{mm}$ 

度 b = 100 mm。图 4 给出了拼接误差  $\Delta \theta_x \setminus \Delta \theta_y \setminus \Delta \theta_z \setminus \Delta x$ 、 $\Delta z$  存在时远场衍射能量分布情况。

图 4 中给出的拼接误差值能够使远场衍射光斑产生明显变化,从图 4(b)、(d)中可以看出  $\Delta \theta_x$  与  $\Delta \theta_z$  对光斑 有相似的影响,均使光斑在 y 方向发生分离,误差越大分离越明显;在对光斑影响程度相似时  $\Delta \theta_z$  数值大于  $\Delta \theta_x$ , 即  $\Delta \theta_x$  对复制拼接系统的影响大于  $\Delta \theta_z$ 。从图 4(c)中看出  $\Delta \theta_y$  使光斑在 x 方向上发生分离,误差越大分离越明 显。拼接误差  $\Delta x$  和  $\Delta z$  均会使光斑在 x 方向边缘间产生一条周期往复运动的"缝隙",图 4(e)、(f)是"缝隙"运动 的同一周期内相似位置处的图像,  $\Delta x$  的数值大于  $\Delta z$  即  $\Delta x$  对复制拼接系统的影响大于  $\Delta z$ 。

#### 3.2 拼接误差精度分析

为定量计算拼接调整精度,引用拼接判断准则<sup>[5]</sup>:当存在拼接误差的远场光斑中心亮环能量是在相同条件下无拼接误差远场光斑中心亮环能量的 80%以上时,认为拼接满足要求。将拼接误差的远场光斑中心亮环能量等于相同条件下的无拼接误差远场光斑中心亮环能量的 80%时的拼接误差  $\Delta \theta_x \, \Delta \theta_y \, \Delta \theta_z \, \Delta x \, \Delta z$ 的值设定为误差容限值,即拼接时需要达到的拼接精度。

3.2.1 拼接误差精度随λ的变化

根据(2)、(3)式可知,  $\Delta\theta_x$ 、 $\Delta\theta_y$ 、 $\Delta z$  与  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\lambda$  有关,  $\Delta\theta_z$ 、 $\Delta x$  与 m/d 有关。检测波长或使用波长发生变化 时,根据光栅公式可知, $\beta$ 也会发生变化。因此在  $\Delta\theta_x$ 、 $\Delta\theta_y$ 、 $\Delta z$  不变的情况下,远场衍射能量分布会随着检测波 长或使用波长的变化而变化;而  $\Delta\theta_z$ 、 $\Delta x$  与  $\lambda$  无关,无论是检测波长还是使用波长发生变化都对远场衍射能 量分布无影响。在 3.1 节的条件中,只改变波长值使得 $\lambda$ =700 nm,此时的入射角  $\alpha$ =84.5023°,图 5 仿真了  $\lambda$ =300 nm与  $\lambda$ =700 nm 时远场衍射能量的对比图。左图对应  $\lambda$ =300 nm,右图对应  $\lambda$ =700 nm。



图 5  $\lambda$ =300 nm 与  $\lambda$ =700 nm 时远场衍射能量影响分布。(a)  $\Delta \theta_x$ =3  $\mu$ rad; (b)  $\Delta \theta_y$ =4  $\mu$ rad; (c)  $\Delta \theta_z$ =6  $\mu$ rad; (d)  $\Delta x$ =175.81 nm; (e)  $\Delta z$ =82.924 nm

Fig. 5 Intensity patterns of far-field diffraction with  $\lambda = 300$  nm and  $\lambda = 700$  nm, respectively. (a)  $\Delta \theta_x = 3 \ \mu \text{rad}$ ; (b)  $\Delta \theta_y = 4 \ \mu \text{rad}$ ; (c)  $\Delta \theta_z = 6 \ \mu \text{rad}$ ; (d)  $\Delta x = 175.81$  nm; (e)  $\Delta z = 82.924$  nm

由图 5 的仿真分析可以看出,对于不变的  $\Delta \theta_x , \Delta \theta_y , \Delta z$ ,对应波长  $\lambda = 300 \text{ nm}$  及  $\lambda = 700 \text{ nm}$  的远场衍射 能量并不相同;而在  $\Delta \theta_z$ 和  $\Delta x$ 影响下的远场衍射能量分布不受波长变化的影响。因此对于不同波长情况下, 计算得到的拼接精度并不相同,图 6 仿真了  $\lambda$  从 300 nm 增加到 700 nm, $\Delta \theta_x , \Delta \theta_y , \Delta \theta_z , \Delta x , \Delta z$  的拼接精度随 波长  $\lambda$  的变化曲线。

根据图 6 可知,当波长 λ 变化时,  $\Delta \theta_x \, \Delta \theta_y \, \Delta z$  的容限值随 λ 的增大而增大,  $\Delta \theta_z$  和  $\Delta x$  的容限值不随 λ 的 变化而变化, 与图 5 的分析吻合。 $\Delta \theta_z \, \Delta x$  的容限值在 600 nm  $< \lambda < 700$  nm 时急剧增加, 可以看出波长越小, 计算的误差容限值越小, 对于拼接精度的要求就越高。



图 6 拼接精度随波长 λ 的变化曲线。(a) 角度误差;(b) 平移误差

Fig. 6 Curves of accuracy of mosaic errors with the change of  $\lambda$ . (a) Angle error; (b) piston error

3.2.2 拼接误差精度随 *m/d* 、α 的变化

 $\Delta \theta_x \, \Delta \theta_y \, \Delta \theta_z \, \Delta x \, \Delta z \,$ 均在 $\lambda = 300 \, \text{nm}$ 时有最小值,若使设计的复制拼接系统能够满足不同波长下的拼接精度,选择在  $\lambda = 300 \, \text{nm}$ 的条件下,计算理论拼接精度。

在 3.1 节的计算条件中,保证在  $f_{\lambda}D_{\lambda}a_{\lambda}b$  不变的情况下,根据光栅通常的使用级次  $m_{\lambda}$ 光栅常数 d 和光 栅的常用入射角  $\alpha^{[19]}$ ,选择 m/d 的变化范围  $0.3 \times 10^{-3} \sim 3 \times 10^{-3} \text{ nm}^{-1}$ ,  $\alpha$  的变化范围  $0^{\circ} \sim 90^{\circ}$ 。当  $\lambda = 300 \text{ nm时}$ ,依据上述选择的  $m/d_{\lambda}\alpha$  的变化范围进行仿真分析,图 7 给出了  $\Delta\theta_x \Delta\theta_y \Delta\theta_z \Delta x \Delta z$  的拼接精度 随  $m/d_{\lambda}\alpha$  的变化曲线。



图 7 拼接误差精度随  $m/d_{\alpha}$ 的变化曲线。(a)  $\Delta \theta_x$ ; (b)  $\Delta \theta_y$ ; (c)  $\Delta \theta_z$ ; (d)  $\Delta x$ ; (e)  $\Delta z$ 

Fig. 7 Curves of accuracy of mosaic errors with the change of m/d and  $\alpha$ . (a)  $\Delta\theta_x$ ; (b)  $\Delta\theta_y$ ; (c)  $\Delta\theta_z$ ; (d)  $\Delta x$ ; (e)  $\Delta z$ 

由图 7 所示,(a)中  $\Delta \theta_x$  的变化平缓,只有在个别区域发生较大变化,在大部分区域都小于 2  $\mu$ rad;(b)中  $\Delta \theta_y$  随  $\alpha$  的增大而增大,均小于 3.5  $\mu$ rad;(c)中  $\Delta \theta_z$  随 m/d 的增大而变小,不随  $\alpha$  的变化而变化。为了比较  $\Delta \theta_x$ 、 $\Delta \theta_y$ 、 $\Delta \theta_z$  三者的关系,将这三者放在同一坐标系中考虑。图 8(a)中的绿色区域代表  $\Delta \theta_y > \Delta \theta_x$ ,黑色区 域代表  $\Delta \theta_x > \Delta \theta_y$ ;图 8(b)中的蓝色区域代表  $\Delta \theta_z > \Delta \theta_y$ ,绿色区域代表  $\Delta \theta_y > \Delta \theta_z$ ;在整个计算区域内,  $\Delta \theta_z > \Delta \theta_x$ 。图 7(d)中的  $\Delta x$  随 m/d 的增大而变小,不随  $\alpha$  的变化而变化,在整个计算区域范围内, $\Delta z$  的误 差容限值均大于  $\Delta x$ , $\Delta x$  的拼接精度要高于  $\Delta z$ 。

综合以上分析,对于设计复制拼接调整系统,在大部分区域内调整容限值  $\Delta \theta_z > \Delta \theta_y > \Delta \theta_x$ ,在整个区域 内  $\Delta \theta_z$  的调整容限值均大于  $\Delta \theta_x$ 。总体来说, $\Delta \theta_x$  的调整精度要高于  $\Delta \theta_y$ , $\Delta \theta_y$  的调整精度要高于  $\Delta \theta_z$ , $\Delta x$  的调 整精度要高于  $\Delta z$ 。



图 8 角度拼接误差精度比较曲线。(a)  $\Delta \theta_x = \Delta \theta_y$  的比较; (b)  $\Delta \theta_y = \Delta \theta_z$  的比较

Fig. 8 Accuracy comparison curves of angle mosaic errors. (a) Comparison of Δθ<sub>x</sub> and Δθ<sub>y</sub>; (b) comparison of Δθ<sub>y</sub> and Δθ<sub>z</sub>
结合(5)式代入拼接系统参数可以得到误差变化曲线,根据该曲线分析其变化趋势并寻找最小值作为设
计复制拼接系统的精度指标。透镜焦距 f=1000 mm,入射光口径 D=100 mm,光栅在垂直于栅线方向的长
度 a=100 mm,光栅沿栅线方向的长度 b=100 mm,得到如图 7 所示的误差变化曲线, Δθ<sub>x</sub>、Δθ<sub>y</sub>、Δθ<sub>z</sub>、Δx、Δz
的最小值分别为 Δθ<sub>x</sub> = 0.89 μrad, Δθ<sub>y</sub> = 1 μrad, Δθ<sub>z</sub> = 1.83 μrad, Δx = 100 nm, Δz = 45.086 nm.

## 4 结 论

根据夫琅禾费远场衍射原理,建立了拼接误差的理论模型,由此分析五维拼接误差 Δθ<sub>x</sub>、Δθ<sub>y</sub>、Δθ<sub>z</sub>、Δx、 Δz 的拼接精度与λ、m/d、a 的变化关系,得出结论:1) 波长越小,Δθ<sub>x</sub>、Δθ<sub>y</sub>、Δz 误差容限值越小,对于拼接精度 的要求越高;2) Δθ<sub>z</sub>、Δx 的拼接精度不随入射光波长λ 的变化而变化;3) 拼接精度调整关系:角度拼接误差的 调整容限值 Δθ<sub>z</sub> > Δθ<sub>y</sub> > Δθ<sub>x</sub>,平移拼接误差的调整容限值 Δz > Δx;4) 在给出入射光波长λ、透镜焦距 f、入 射光口径 D 及光栅尺寸的情况下,可以得到复制拼接光栅的拼接误差变化曲线,并可以根据该曲线得到复 制拼接的误差容限,该容限可以作为复制拼接机构的调整精度指标。在  $\lambda$ =300 nm,f=1000 mm,D=100 mm,光栅在垂直于栅线方向的长度 a=100 mm,光栅沿栅线方向的长度 b=100 mm 的条件下,根据变化趋 势寻找最小值得到拼接误差容限: Δθ<sub>x</sub> = 0.89 μrad、Δθ<sub>y</sub> = 1 μrad、Δθ<sub>z</sub> = 1.83 μrad、Δx = 100 nm、 Δz=45.086 nm。

#### 参考文献

- 1 Mazzacurati V, Ruocco G. The super-gratings: How to improve the limiting resolution of grating spectrometers [J]. Optics Communications, 1990, 76(3-4): 185-190.
- 2 Dekker H, D'Odorico S. UVES, the UV-visual echelle spectrograph for the VLT[J]. The Messenger, 1992, 70: 13-17.
- 3 Vogt S S, Allen S L, Bigelow B C, et al.. HIRES: The high-resolution echellespectrometer on the Keck 10-mTelescope [C]. SPIE, 1994, 2198: 362-375.
- 4 Tull R G. High-resolution fiber-coupled spectrograph of the Hobby-Eberly telescope [C]. Astronomical Telescopes & Instrumentation. International Society for Optics and Photonics, 1998, 3355: 387-398.
- 5 Qiao J, Kalb A, Guardalben M J, *et al.*. Large-aperture grating tiling by interferometry for petawatt chirped-pulseamplification systems[J]. Optics Express, 2007, 15(15): 9562-9574.
- 6 Forget N, Felix C, Baynard E, et al. Diode-pumped regenerative amplifier front end for the petawatt laser chain at LULI [M]. Ultrafast Optics IV, 2004; 315-320.
- 7 Habara H, Xu G, Jitsuno T, *et al.*. Pulse compression and beam focusing with segmented diffraction gratings in a high-power chirped-pulse amplification glass laser system[J]. Optics Letters, 2010, 35(11): 1783-1785.
- 8 Li Xiaotian, Yu Haili, Qi Xiangdong, *et al.*. 300 mm-travel stage of grating ruling engine and its self-adaptive control method[J]. Chinese J Lasers, 2014, 41(6): 0608001.

李晓天,于海利,齐向东,等. 光栅刻划机 300 mm 行程工作台研制及其自适应控制方法[J]. 中国激光, 2014, 41(6): 0608001.

9 Qian Guolin, Wu Jianhong, Li Chaoming, et al.. Study of gratings tiled by holographic exposure with wave aberration

[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(3): 0305002.

0705001.

钱国林,吴建宏,李朝明,等. 有像差情况下的全息光栅拼接研究[J]. 光学学报,2015,35(3):0305002.

- Jiang Shan, Bayanheshig, Pan Mingzhong, *et al.*. An accurate method for measuring interference fringe period in scanning beam interference lithography system[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(7): 0705001.
  姜 珊,巴音贺希格,潘明忠,等. 扫描干涉场曝光系统中干涉条纹周期精确测量方法[J]. 光学学报, 2015, 35(7):
- 11 Wang Cong, Zhang Junwei, Du Li, *et al.*. Technology progress of grating tiling[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2011, 48(8): 080501.
  - 王 聪,张军伟,杜 丽,等.光栅拼接技术研究进展[J].激光与光电子学进展,2011,48(8):080501.
- 12 Harimoto T. Far-field pattern analysis for an array grating compressor[J]. Japanese Journal of Applied Physics, 2004, 43 (4A): 1362-1365.
- 13 Hu Y, Zeng L, Li L. Method to mosaic gratings that relies on analysis of far-field intensity patterns in two wavelengths [J]. Optics Communications, 2007, 269(2): 285-290.
- 14 Cotel A, Castaing M, Pichon P, *et al.*. Phased-array grating compression for high-energy chirped pulse amplification lasers[J]. Optics Express, 2007, 15(5); 2742-2752.
- 15 Blasiak T, Zheleznyak S. History and construction of large mosaic diffraction gratings [C]. SPIE, 2002, 4485: 370-377.
- 16 Liang Quanting. Physical optics [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2008: 174-184.

**梁铨廷。物理光学[M]。北京:电子工业出版社**,2008:174-184.

- Bayanheshig. The Study on the dispersion theory, design, manufacture, and efficiency test of diffraction gratings [D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2004: 43-45.
  巴音贺希格. 衍射光栅色散理论与光栅设计、制作和检测方法研究 [D]. 长春:中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 2004: 43-45.
- 18 Wang Shifan. Theory and application of information optics [M]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications Press, 2009: 27-35.

王仕璠. 信息光学理论与应用[M]. 北京: 北京邮电大学出版社, 2009: 27-35.

In Shaoji, Zou Haixing, Bao Xuecheng, et al.. Diffraction gratings[M]. Beijing: China Machine Press, 1986: 112-115.
 祝绍箕, 邹海兴, 包学诚, 等. 衍射光栅[M]. 北京: 机械工业出版社, 1986: 112-115.