文章编号 1004-924X(2016)11-2769-08

# 低预紧扭矩螺栓连接悬臂梁的 2 倍谐振响应

李耀彬<sup>1,2</sup>,于化东<sup>1\*</sup>,王强龙<sup>2</sup>,伞晓刚<sup>2</sup>,刘震宇<sup>2</sup> (1. 长春理工大学 光电工程学院;吉林 长春;

2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所,吉林 长春)

摘要:为准确获得光电设备中螺栓连接对系统结构动态响应特性的影响,研究了装配连接环节导致的非线性振动特性。采用单螺对栓连接悬臂梁模型,对螺栓连接引起的结构振动特性的改变进行了研究和实验。利用接触有限元方法对低预紧扭矩下结构非线性振动特性进行了时域数值积分仿真分析,给出了不同激励量级周期受迫激励下的相轨迹曲线;结合快速傅里叶分析方法,指出此模型在低预紧扭矩下存在 1/2 频率激励下的谐振现象。基于激振器实验,给出了实验自由振动响应幅值和受迫振动响应幅值的变化,证实了仿真结果的准确性。数值仿真和激振器实验均表明:激励量级越大,螺栓连接引起的非线性振动中自由振动分量对结构动态响应的影响越大。该方法对开展后续连接结构的非线性振动特性的研究有指导意义。

关 键 词:光电经纬仪;螺栓连接;悬臂梁;结构振动;非线性振动;谐波共振 中图分类号:TH113.1 文献标识码:A doi:10.3788/OPE.20162411.2769

# Second super-harmonic resonance response of cantilever beam with bolt joint under low pretension

LI Yao-bin<sup>1,2</sup>, YU Hua-dong<sup>1\*</sup>, WANG Qiang-long<sup>2</sup>, SAN Xiao-gang<sup>2</sup>, LIU Zhen-yu<sup>2</sup>

- (1. College of Photoelectrical Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China;
- 2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
  Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

  \*Corresponding author, E-mail:yuhd@cust.edu.cn

Abstract: To obtain the effect of bolt-joint in a theodolite on the dynamic response of system, the nonlinear property caused by assemble connection was researched. A single bolt connection cantilever model was used to analyze the change of structure vibration characteristics from the bolt-joint. Then, the finite element method was employed in the simulation analysis in time domain for the nonlinear vibration characteristics of cantilever model connected by the bolt joint under low pretension, and the phase diagrams under different loads were obtained. With Fast Fourier Transfer method, the super-harmonic resonances under 1/2 natural frequency excitation were pointed out. By an exciter experiment, the response amplitudes by free vibration and forced vibration were given, respectively, and the simulation results were verified. It shows that the greater the excitation magnitude is, the greater the impact from the nonlinear term is. This method has guiding significance for research on

收稿日期:2016-07-20;修订日期:2016-08-17.

基金项目:国家自然科学基金面上项目(No. 51275504);吉林省科技发展基金资助项目(No. 20140519007JH)

nonlinear vibration characteristics of connection structures.

**Key words:** photoelectric theodolite; bolt joint; contilever beam; structure vibration; nonlinear vibration; harmonic resonance

# 1 引言

光机结构的连接主要以螺栓连接为主。在预紧力作用下由于接触面积变化和接触应力变化因素的存在<sup>[1]</sup>,螺栓连接引起局部非线性刚度和阻尼变化<sup>[2]</sup>。在外部周期激励载荷作用下,螺栓接触界面运动状态主要以局部接触和分离为主<sup>[3]</sup>。螺栓连接结构属于典型非线性振动系统<sup>[4]</sup>。

非线性振动系统存在迟滞、分叉、谐波响应等诸多和线性系统所不同的特性<sup>[5]</sup>。Abdelhafez 利用多尺度方法对 2 次以及 3 次非线性系统在多频激励载荷下的谐振响应进行了分析<sup>[6]</sup>。Zhou 等人利用 IHBM 方法车辆结构进行了分析,指出谐振峰值随着激励峰值的减少而降低<sup>[7]</sup>。由于螺栓连接引入的边界条件非线性,结构亦存在如上响应特性。Iwan<sup>[8]</sup>最早利用弹簧和阻尼单元来表征停滞与滑动现象(Stick-slip Phenomenon)。Hassan<sup>[9]</sup>等给出的据实验构造的解析模型中,结构非线性项和位移呈 3 次关系。Gaul 以及Ibrahim<sup>[10]</sup>结合改进的 Iwan 模型分析了螺栓连接搭接梁模型在不同载荷下的迟滞循环现象(Hysteresis Loop),指出激励载荷增加,结构呈现非线性刚度渐软特性。Hamid 等通过实验分

析梁模型(Free-Free beam/Modal With a Lap Joint),结构在小激励量级下滑动(Slipping)贡献主要非线性因素;在较大激励量级下,拍击(Slapping)占据主要影响地位[11]。崔进行悬臂梁模型在受迫振动下试验,激励频率为自振频率的整分数倍时结构谐波分量较为明显[12]。受螺栓连接部位非线性恢复力以及阻尼的影响,非线性项对结构动态响应的调节作用影响结构稳定性;在小激励幅值下结构可能产生较大的响应;非伺服频段的激励带来的噪音影响结构的稳定性,从而影响光学系统精确度;部分外载荷激励条件下结构甚至出现失稳现象[13-18]。

利用实验数据结合 Iwan 模型进行解析模型建模的方法较为准确的表征了结构动态响应特性,仍然是实际模型的低阶近似。为准确获得螺栓连接对结构动态响应特性的影响,螺栓连接结构的准确数值分析对于工程实践有着重要的指导意义。本文分两部分对螺栓连接结构进行分析。第一部分利用对单螺栓连接悬臂梁模型进行时域仿真分析以及频域的后处理分析。第二部分结合激振器实验,给出了实验自由振动响应幅值和受迫振动响应幅值的变化,证实了仿真结果的准确性。

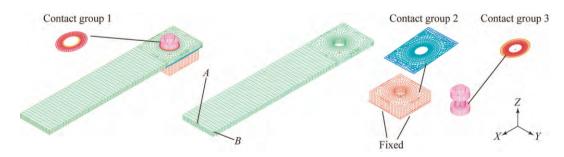


图 1 网格划分示意图

Fig. 1 Schematic about meshing

# 2 低预紧载荷下的仿真

# 2.1 模型定义

上悬臂梁板尺寸为 210 mm×40 mm×5 mm,

中间通孔直径为 12 mm。底部支撑板尺寸为  $40 \text{ mm} \times 40 \text{ mm} \times 12 \text{ mm}$ 。采用  $M10 \text{ 螺栓连接上悬臂梁板和底座。材料密度为 } 7 800 \text{ kg/m³,杨氏模量为 } 2.05 \times 10^{11} \text{ N/m²,泊松比为 } 0.3 。 螺栓预紧力定义为 <math>100 \text{ N}$ 。约束底座底边。分别定义上悬

臂梁板和螺母、上悬臂梁和底座、底座和螺栓之间接触。接触摩擦系数设为 0.1。采用 3D-Bolt 实体单元(正六面体单元)对螺栓和螺母单元进行网格划分,确保螺母和悬臂梁板、悬臂梁板和底座接触区域网格正确映射划分。在大变形小应变情况下进行结构的变形计算。定义 Z 方向为螺栓中心方向,X 方向为沿悬臂梁板长度方向,Y 方向按照右手螺旋法则确定。载荷激励平行于螺栓中心轴方向。载荷加载状况以及接触定义如图 1 所示。

表 1 单元划分

Tab. 1 Elements division

类别	螺栓	悬臂梁	底座
数量	12 891	6 383	8 396

# 2.2 第一阶共振频率的计算

频单点载荷激励强迫振动的方式进行时域响应分析,结合傅立叶变换对响应结果进行采样并分析。构造步进正弦线性扫频载荷形式[19]:

$$F(t) = F_{\rm N} \sin\left(2 \times \pi \times \alpha t + 2 \times \pi \times \frac{1}{2} \beta t^2\right), \quad (1)$$

式中: $\alpha$  为起始频率; $\alpha+\beta\times t$  为截至频率。t 为时间范围。计算中,采样频率按照样本信号最大频率的 2 倍也即奈奎斯特频率进行选取。采用傅立叶变换的频率分辨率:

$$f_0 = f_s/N = 1/NT_s = 1/T,$$
 (2)

式中:N 为采样点数, $f_s$  为采样频率, $T_s$  为采样间隔, $NT_s$  为采样前模拟信号的时间长度  $T_s$ 

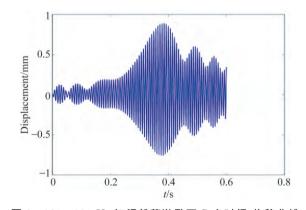


图 2 120~160 Hz 扫频载荷激励下 B 点时间-位移曲线 Fig. 2 Displacement-time curve of point B under sweep excitation between 120—160 Hz

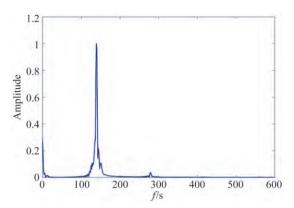


图 3 120~160 Hz 扫频载荷激励下 B 点幅频特性曲线 Fig. 3 amplitude-frequency characteristic curve of point B under sweep excitation between 120—160 Hz

在图 1 中 A 施加步进正弦扫频载荷,起始和截至频率分别为 120 Hz 以及 160 Hz。采样频率为 5 000 Hz,计算时长取 0.6 s 情况下频率分辨率为 1.67 Hz。对频域结果分析时先进行均值滤波。快速傅立叶分析幅值结果均进行归一化处理。单悬臂梁板扫频分析结果为  $f_{\rm N}^{\rm N}=139.20$  Hz。

# 2.3 超谐共振响应计算仿真

1/2 频率激励下振动特性受外载荷激励幅值 大小的影响,在图 1 所示激励点 A 施加简谐载荷  $F = F_N \sin(2 \times \pi \times f \times t)$ ,计算结构采样点 B 在 Z方向位移响应和速度响应。

图 4 所示为  $F_N=1$  N,  $f=f_N^*/2=69.9$  Hz 载荷作用于图 1 中 A 点下的采样点 B 的 Z 向位移时间响应曲线; 图 5 所示为其频谱图,图 6 为 B 点的相图。由图 3 可知,稳定状态下,结构的响应以  $f=f_N^*/2$  的受迫期振动响应。此模型中悬臂梁主要接触区域是梁底部和底座接触,属于单向接触,小载荷作用下结构响应主要受梁一底座之间的接触碰撞影响。因此,相平面轨迹线的分叉点位于相图左侧且相轨迹线呈现单侧非对称状态。

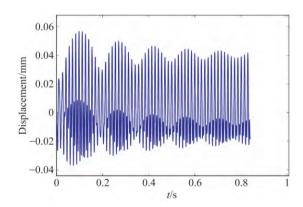


图 4  $F_N=1$  N,  $f=f_N^0/2$  时间一位移响应 Fig. 4 Displacement time curve of  $F_N=1$  N,  $f=f_N^0/2$ 

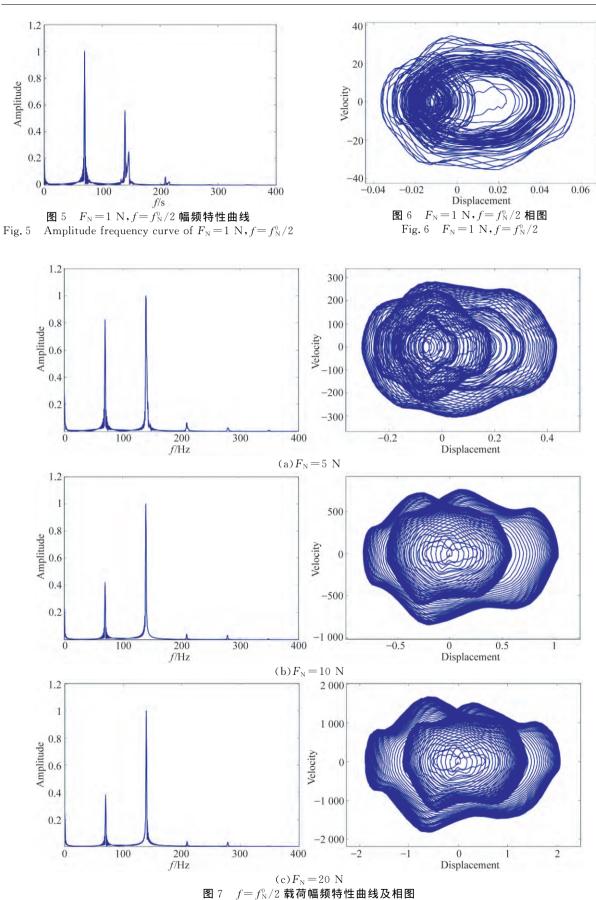


Fig. 7 Amplitude frequency curve and phase diagrams of  $f = f_N^0/2$ 

图 7(a)中,在  $F_N=5$  N 载荷作用下,相轨迹线呈现不稳定状态。 $H(f_N^0)$ 开始超过  $H(f_N^0/2)$ 处响应幅值。 $F_N=10$  N 时,从图 7(b) 可以看出,相轨迹线分叉点右移,响应主要以频率  $f_N^0/2$  下自由振动为主。外载荷继续增大到  $F_N=20$  N 时,相轨迹线分叉点继续右移,此时稳定状态下结构仍旧以  $f_N^0/2$  频率下的自由振动解为主,但是内部吸引子右移。从表 2 中响应幅值来看,自由振动解幅值随着外载荷的增大而变大。 $H(f_N^0)/H(f_N^0/2)$ 随激励载荷增大而变大,即非线性项对系统响应的调节作用随着激励幅值的变化而变大。

#### 表 2 数值仿真不同载荷下的响应振幅

Tab. 2 numerical amplitude under different excitation

	$F_{\rm N} = 1$	$F_{\rm N} = 5$	$F_{\rm N} = 10$	$F_{\rm N} = 20$
$H(f_{\rm N}^0/2=69.61)$	52.62	284.07	553.03	1 053.99
$H(f_{\rm N}^0 = 139.21)$	29.28	344.311	311.65	2 757.35
$H(f_{\mathrm{N}}^{\scriptscriptstyle{0}})/H(f_{\mathrm{N}}^{\scriptscriptstyle{0}}/2)$	0.56	1.21	2.37	2.61

# 4 单悬臂梁板的谐振实验现象验证

### 4.1 实验系统组成

系统由实验器件、加速度传感器、振动功率放 大器、数据采集和控制系统、激振器组成。数据采 集控制系统为 YMC 9232Dynamic Data Acquistion System, 加速度传感器为三轴加速度传感器, Z 方向灵敏度为 5.18 mV/m/s<sup>2</sup>。功率放大器采用 YMC-LA-500 型号线性功率放大器,满功率频率 为 20~5 kHz。激振器采用 YMC 公司 MS-200 系列激振器,最大振幅10 mm,激励频率为 DC-0-4 000 Hz。实验器件由 M10 的外六角螺栓(DIN 933-1987)将 210 mm×40 mm×5 mm 的单悬臂 梁板和固定底座(三维尺寸为 90 mm×40 mm× 24 mm)连接,底座利用 4 个 M6 的内六角螺栓全 螺纹螺栓固定于光学平台上。利用 M5 的双头螺 纹杆连接悬臂梁板和激振器。利用生胶带填充双 头螺纹杆和激振器以及双头螺纹杆和悬臂螺纹孔 之间的缝隙,同时上下各用 2 个 M5 的六角螺母 实现限位防松。实验预紧扭矩取 0.2。材料为 45 号钢。实验系统如图 8 所示。

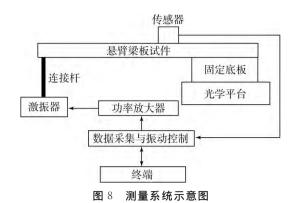


Fig. 8 Schematic diagram about measurement system

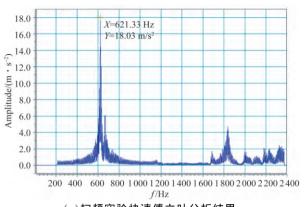


图 9 测试系统

Fig. 9 Measurement system

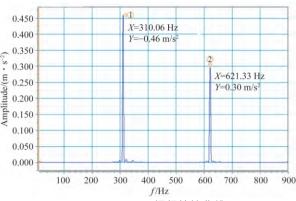
#### 4.2 实验结果

利用线性扫频的方式,控制初始和终止频率 幅值激励电压幅值  $F_{\rm E}$ =300 mV。扫频区间选用  $200\sim2~400~{\rm Hz}$  扫频,扫频时间取  $t=200~{\rm s}$ ,采样 频率取  $f_s = 10~000~Hz$ 。利用振动分析平台 YMC9800 软件对传感器 Z 方向采样得到的加速 度信号进行幅频特性分析,块长 N=8 K,谱线数 为 M=3~200;窗函数选取平顶窗以便降低幅值分 析误差;平均方法采用峰值保持方法。频率分辨 率为  $f_s/(2.56 \times M) = 1.22$  Hz。实验激励量级 的变化通过调节激励幅值实现。为保持实验结果 稳定性,功率放大器增益在试验中保持不变。图 10(a)是在扫频激励下的幅频特性曲线,结构在  $f_{\rm E}^{\rm o} = 621 \; {\rm Hz}$  谐振,谐振峰值  $H_{\rm a}(f_{\rm E}^{\rm o}) = 18.03 \; {\rm m/s^2}$  。 图 10(b)是激励频率  $f = f_E^0/2$ ,激励量级为  $F_E =$ 300 mV 下的幅频特性曲线,响应幅值  $H_{\rm b}(f_{\rm F}^0/2)$  $=0.4609 \text{ m/s}^2$ ,  $H_b(f_E^0)=0.2988 \text{ m/s}^2$ 。图 10(c) 和图 10(d) 分别是激励频率  $f = f_E^0/2$ ,激励 量级为  $F_{\rm E} = 600 \, {\rm mV}, 900 \, {\rm mV}$  下的幅频特性 曲线。



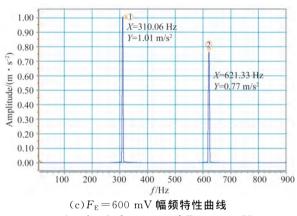
#### (a) 扫频实验快速傅立叶分析结果

(a) FFT result about sweep excitation

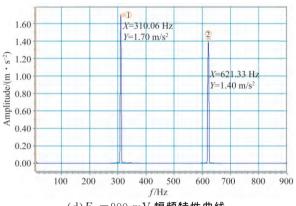


(b)F<sub>E</sub>=300 mV 幅频特性曲线

(b) Amplitude frequency of  $F_E = 300 \text{ mV}$ 



(c) Amplitude frequency of  $F_E = 600 \text{ mV}$ 



(d)F<sub>E</sub>=900 mV 幅频特性曲线 (d) Amplitude frequency of  $F_{\rm E}\!=\!900~{\rm mV}$ 

图 10  $f = f_{\rm E}^0/2$ Fig. 10  $f = f_{\rm E}^0/2$ 

表 3 不同激励电压量级幅值响应

Tab. 3 Amplitude response to different excitation voltage

幅值/m/s²	$F_{\rm E} = 300~{\rm mV}$	$F_{\rm E}\!=\!600~{\rm mV}$	$F_{\rm E} = 900~{\rm mV}$
$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}}/2)$	0.46	1.01	1.70
$H(f_{\mathrm{E}}^{\scriptscriptstyle{0}})$	0.30	0.77	1.40
$H(f_{\rm E}^{\scriptscriptstyle 0})/H(f_{\rm E}^{\scriptscriptstyle 0}/2)$	2) 0.65	0.76	0.82

 $f_{\rm E}^{\circ}/2$  处的幅值响应  $H(f_{\rm E}^{\circ}/2)$ 和  $f_{\rm E}^{\circ}$  处的幅值 响应  $H(f_E^0)$  如表 3 所示。由表 3 可知,幅值比  $H(f_{\rm E}^{\rm o})/H(f_{\rm E}^{\rm o}/2)$ 随着激振量级  $F_{\rm E}$  的增大而变 大。当  $f = f_{\rm E}^0/2$ ,激振量级越大,由受迫振动引起 的超谐响应幅值越大; $F_{\rm E}$  线性增大时, $H_i(f_{\rm E}^{\rm o}/2)$ ,

i=b,c,d 亦线性变化,而响应增量  $H_i(f_{\rm E}^0),i=b,$ c,d 非线性变化且增大。系统中由于非线性项的 调节,使得由受迫振动引起的2倍于激励频率的 自由振动解不会衰减,而是以稳定的相位和幅值 参与系统的振动;系统响应成为包含两种稳定频 率的周期振动。

实验结果模型由于激振器连接杆的影响,悬臂 梁的形式发生改变。因此,悬臂梁的第一阶共振频 率和仿真中有所差别。但螺栓对于系统的影响和 文中有限元数值仿真结果相似:结构在不同幅值的 外载荷激励下,受迫振动和由于非线性项引起自由 振动解的幅值比变化规律相同,如图 11 所示。

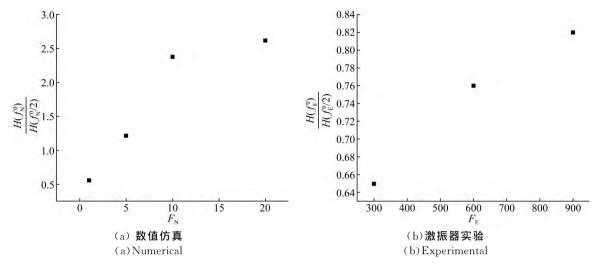


图 11 不同激励量级下 H(f)/H(f/2)的变化曲线

Fig. 11 Curve about H(f)/H(f/2) under different excitation

# 6 结 论

本文利用非线性时域有限元数值方法以及激振器实验分析了低预紧扭矩螺栓连接悬臂梁模型的受迫振动,并得出如下结论:利用接触问题的有限元时域仿真算法,对预紧力载荷作用下螺栓连接结构构建有限元模型可以准确分析螺栓连接结构的非线性振动特性。对比激振器实验,数值仿

#### 参考文献:

- [1] HARTWIGSEN C J, SONG Y, MCFARLAND D M, et al.. Experimental study of non-linear effects in a typical shear lap joint configuration [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 277(1-2): 327-351.
- [2] SONG Y, HARTWIGSEN C J, MCFARLAND D M, et al.. Simulation of dynamics of beam structures with bolted joints using adjusted Iwan beam elements [J]. Journal of Sound and Vibration, 2004, 273(1-2): 249-276.
- [3] Groper M. Microslip and macroslip in bolted joints [J]. Experimental Mechanics, 1985, 25 (2): 171-174.
- [4] QIN Z, HAN Q, CHU F. Bolt loosening at rotating joint interface and its influence on rotor dynamics [J]. Engineering Failure Analysis, 2016, 59: 456-466.

真对螺栓连接结构在不同外载荷下振动形式的改变做出了准确的分析。相比于线性低阶近似,此方法更为准确的反映了结构的实际动态响应特性。螺栓连接结构悬臂梁结构的周期受迫振动,存在较明显的超谐共振现象。数值仿真和激振器实验均表明外激励载荷幅值越大,这种非线性振动现象越明显,同时振动相图模式发生明显的改变。当周期激励幅值达到一定程度后,螺栓连接结构出现谐共振。表现出较强的非线性振动现象。

- [5] 陈予恕,曹登庆,黄文虎.近代机械非线性动力学与优化设计技术的若干问题[J].机械工程学报, 2007(11):17-26.
  - CHEN Y SH, CAO D Q, HUANG W H. Issues on modern mechanical nonlinear dynamics and optimal design Technology [J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2007(11): 17-26. (in Chinese)
- [6] ABDELHAFEZ H M. Resonance of multiple frequency excitated systems with quadratic, cubic and quartic non-linearity [J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2002, 61(1): 17-34.
- [7] ZHOU S, SONG G, SUN M, et al.. Nonlinear dynamic analysis of a quarter vehicle system with external periodic excitation [J]. International Journal of Non-Linear Mechanics, 2016.
- [8] IWAN W D. A distributed-element model for hysteresis and its steady-state dynamic response [J].

  Journal of Applied Mechanics, 1966, 33(4): 893&...
- [9] AHMADIAN H, JALALI H. Identification of bol-

- ted lap joints parameters in assembled structures [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(2): 1041-1050.
- [10] IBRAHIM R A, PETTIT C L. Uncertainties and dynamic problems of bolted joints and other fasteners [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2005, 279(3-5): 857-936.
- [11] IRANZAD M, AHMADIAN H. Identification of nonlinear bolted lap joint models [J]. Computers & Structures, 2012, 96-97: 1-8.
- [12] 崔秀英. 悬臂梁受迫振动的频谱分析[J]. 振动。测试与诊断, 1995(4): 31-34.

  CUI X Y. Spectrum analysis about cantilever by forced vibration [J]. Journal of Vibration Measurement & Diagnosis, 1995(4): 31-34. (in Chinese)
- [13] LIU J, CHEN X, GAO J, et al.. Multiple-source multiple-harmonic active vibration control of variable section cylindrical structures: A numerical study [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016.
- [14] BLACHOWSKI B, GUTKOWSKI W. Effect of damaged circular flange-bolted connections on behaviour of tall towers, modelled by multilevel substructuring [J]. *Engineering Structures*, 2016, 111: 93-103.
- [15] ABID M, KHAN A, NASH D H, et al.. Optimized

# 作者简介:



李耀彬(1969一),男,辽宁锦州人,研究员,硕士生导师,主要从事精密机械设计及检测、光电测量与控制方面的研究。E-mail:liyaobin7025@163.com

- bolt tightening strategies for gasketed flanged pipe joints of different sizes [J]. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2016.
- [16] ZHU S, SHAO G, WANG Y, et al.. Mechanical behavior of the CFRP lattice core sandwich bolted splice joints [J]. Composites Part B: Engineering, 2016, 93: 265-272.
- [17] LIU J, OUYANG H, PENG J, et al.. Experimental and numerical studies of bolted joints subjected to axial excitation [J]. Wear, 2016, 346-347; 66-77.
- [18] 田士涛,吴清文,贺帅,等. 空间机械臂锁紧机构等效线性化分析及验证[J]. 光学 精密工程,2016 (3):590-599.
  - TIAN SH T, WU Q W, HE SH, et al.. Linear analysis and practical tests of fixation mechanisms in space robotic arm [J]. Opt. Precision Eng., 2016(3): 590-599. (in Chinese)
- [19] 王强龙, 伞晓刚,刘震宇. 螺栓连接条件下结构振动模态的时频分析方法[J]. 机械设计与制造, 2016, 7.

WANG Q L, SAN X G, LIU ZH Y. Model analysis of structure with bolt connections using the method of transient response and frequency transformation [J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2016, 7. (in Chinese)

#### 通讯作者:



于化东(1961一),男,吉林松原人,博士,教授,博士生导师,"863"计划专家委员会委员,"973"项目首席专家,1998年于日本千叶大学获得博士学位,现为长春理工大学机电工程学院教师,主要从事精密超精密加工技术、微纳制造与检测技术方面的研究。E-mail;yuhd@cust.edu.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)