

间歇混沌合成 $1/f$ 噪声的相关特性分析

关 健¹, 郝峰利¹, 张 驰¹, 曹军胜², 张振国¹, 郭树旭¹

(1. 集成光电子学国家重点联合实验室吉林大学实验区, 吉林大学电子科学与工程学院, 吉林长春 130012;

2. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林长春 130033)

摘 要: 本文利用非线性随机微分方程来合成间歇混沌信号, 针对该信号表现出的 $1/f$ 噪声特征, 在不同消失矩的小波基下进行相关特性分析. 仿真结果发现, 在功率谱的中间频段内, 该信号的功率谱密度表现出典型的 $1/f$ 噪声特性, 其小波变换系数方差与相应的小波尺度呈对数线性关系; 且在该频段内, 部分尺度下该间歇性信号的小波变换系数的相关性随小波基的消失矩的增大而减小, 在另一部分尺度下该相关性则随着消失矩的增大而增大. 实验结果表明, 随小波消失矩的增大, 并非在所有尺度下小波变换对该间歇性信号均具有去相关作用. 论文讨论了小波变换系数的方差和尺度的关系, 详细分析了小波变换系数的相关性随小波消失矩的变化趋势.

关键词: 间歇性; $1/f$ 噪声; 小波变换; 相关性;

中图分类号: TN911.6

文献标识码: A

文章编号: 0372-2112 (2016) 06-4389-05

电子学报 URL: <http://www.ejournal.org.cn>

DOI: 10.3969/j.issn.0372-2112.2016.06.019

Analysis of Correlation Characteristics of $1/f$ Noise Generated by Intermittency

GUAN Jian¹, GAO Feng-li¹, ZHANG Chi¹, CAO Jun-sheng², ZHANG Zhen-guo¹, GUO Shu-xu¹

(1. State Key Laboratory on Integrated Optoelectronics, College of Electronic Science and Engineering, Jilin University, Changchun, Jilin 130012, China;

2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China)

Abstract: In this paper the nonlinear stochastic differential equation is used to generalize an intermittency signal, and the correlation of its $1/f$ noise characteristics under the wavelet bases with different vanishing moments are analyzed. The simulation results show that in the middle band of the frequency spectrum, its power spectrum density (PSD) shows typical $1/f$ noise characteristics, and the relationship of the signal's wavelet transformation coefficient variance and the corresponding wavelet scale is linear under logarithm coordinate. In this frequency band, under some scales the signal's wavelet transformation coefficient correlations decrease with the vanishing moments growing, while in other scales, the correlations increase with the vanishing moment increase. These results indicate that wavelet transformation does not always bring decorrelation to the intermittency signal. The relationship of the wavelet transformation coefficients' variances and the scale, and the tendency of coefficients' correlations with wavelet vanishing moments changing are analyzed.

Key words: intermittency; $1/f$ noise; wavelet transformation; correlation;

1 引言

$1/f$ 噪声, 也称为粉红噪声, 是广泛存在于自然界中的一种非平稳随机过程^[1], 功率谱密度 (Power Spectral Density, PSD) $S(f)$ 呈现出 $S(f) \sim A/f^\beta$ ($0 < \beta < 2$, β 一般接近 1) 的形式的随机过程都可以认为是 $1/f$ 噪声. 1925 年 J B Johnson 首次在真空电子管中发现了 $1/f$ 噪

声^[2]. 随后人们在半导体器件中也发现了 $1/f$ 噪声的存在. 不仅如此, 在很多系统中都能观察到 $1/f$ 噪声, 例如生物、物理、音乐、医学、股票、自然灾害等^[2-8]. 虽然对 $1/f$ 噪声的研究至今已有 60 年左右, 但是对于 $1/f$ 噪声的具体产生机制依旧没有一个确切的定论, 现存的一些关于 $1/f$ 噪声的模型往往也只能在某些系统中适用. 然而对于 $1/f$ 噪声特性的研究依然是一个十分热门的

收稿日期: 2014-12-09; 修回日期: 2015-01-22; 责任编辑: 梅志强

基金项目: 国家自然科学基金青年科学基金 (No. 61204055); 吉林省科技发展计划青年科研基金 (No. 20130522188JH); 吉林省科技发展计划自然科学基金 (No. 20140101175JC)

领域.特别是近年来人们发现半导体器件中产生的 $1/f$ 噪声的特性与器件的质量和可靠性有着密切的关系,通过测量和研究半导体器件的 $1/f$ 噪声特性可以成为一种有效评估半导体器件性能及其可靠性的无损检测手段^[9,10]. $1/f$ 噪声的长程相关性作为其重要特性之一,其研究也具有十分重要的学术意义和应用价值.

随着非线性科学中混沌理论的建立和应用^[11,12],人们发现混沌理论中存在一种间歇混沌(intermittency)也可以产生 $1/f$ 噪声^[13].相比传统的合成法,利用间歇混沌来合成 $1/f$ 噪声的频率指数可调性更强,同时能在很宽的频域内表现出 $1/f$ 噪声特性.间歇混沌,是系统从规则有序转变到混沌状态的一种中间态,即系统时而表现出有序时而表现出随机混沌的一种状态.通常当系统的某些参数的变化突破某一临界值时,间歇混沌就出现了.最早 Pomeau 和 Manneville 提出了三种混沌间歇模型^[14],后来相继出现了诱发激变型间歇混沌(crisis-induced intermittency)^[15],含有不变子空间的非线性动力学系统中的 on-off 型间歇混沌^[16,17]等.最近,又提出了用非线性随机微分方程(Stochastic Differential Equations, SDEs)产生间歇混沌以获取 $1/f$ 噪声信号的方法^[18~21].文献[21]中 Ruseckas 将 SDEs 结合非线性动力学系统,发现当横截 L (Lyapunov)指数为零时,偏离不变子空间的偏移量的 PSD 能在较宽的频带内表现出 $1/f^\beta$ 的特征.本文利用 Ruseckas 提出的方法合成间歇混沌信号,并利用小波变换对该合成信号进行分析,发现在表现出 $1/f$ 噪声特性的频段内所对应的尺度与小波变换系数的方差呈对数线性关系;同时,并非所有尺度下小波变换对其均具有去相关性,仅在一部分尺度下,该合成信号的小波变换系数的相关性随小波基的消失矩的增大而减小,而在另一部分尺度下该相关性则随着消失矩的增大而增大.此外,当小波基消失矩一定时,小波变换系数的相关性均随尺度的增大而增大.论文针对这种方法合成的 $1/f$ 噪声信号的上述特征进行了详尽的分析.

2 理论方法

2.1 $1/f$ 噪声信号的间歇混沌合成

对于一个有如下结构的二维映射^[16]

$$x_{n+1} = F(x_n), y_{n+1} = G(x_n, y_n) \quad (1)$$

对 $\forall x_n$ 都有 $G(x_n, 0) = 0$, 因此 $y=0$ 代表一个不定子空间. y_n 代表偏移不定子空间的偏移量.一般驱动变量 x_n 是混沌的,横截 L 指数为

$$\lambda_\perp = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \ln \left| \frac{\partial G(x_n, y)}{\partial y} \right|_{y=0} \quad (2)$$

当横截 L 指数为 0 时,意味着 $\partial G(x_n, y) / \partial y|_{y=0} = 1$. 构造一个最简的满足条件的映射 $G(x_n, y_n)$, 有如下形式

$$G(x_n, y_n) = y_n (1 + g(x_n) y_n^{\eta-1}) \quad (3)$$

考虑到 $g(x_n)$ 是一个具有不确定递推关系的离散序列,用 w_n 代换 $(1 + g(x_n) y_n^{\eta-1})$ 得到

$$y_{n+1} = w_n y_n, \quad \eta > 1 \quad (4)$$

将式(4)两边取对数得到

$$s_{n+1} = s_n + z_n \quad (5)$$

其中 $s_n = \ln y_n$, $z_n = \ln w_n$, 产生间歇性的临界条件为 $\langle z \rangle = 0$. 考虑到 y_n 和 s_n 之间的高度非线性关系能够产生间歇性,因此引入 q 指数,定义如下

$$e_q^x = (x(1-q) + 1)^{\frac{1}{1-q}} \quad (6)$$

此时 $y_{n+1} = e_q^{s_{n+1}}$, 其中 $s_{n+1} = \ln_\eta(y_n) + z_n$, 最终可以得到

$$y_{n+1} = e_q^{(\ln_\eta(y_n) + z_n)} = (y_n^{1-\eta} + (1-\eta)z_n)^{\frac{1}{1-\eta}} \quad (7)$$

q 指数也具有高度非线性关系,因此式(7)也同样能够产生混沌间歇性^[17].由 q 指数的定义式可以看出,当 s_n 趋于 $1/(\eta-1)$ 时, $e_q^{s_n}$ 趋于无穷大,此时 y_n 的值是不可测的,即 $y_n^{1-\eta} + (1-\eta)z_n$ 不能趋于 0.但是,引入一个反馈机制可有效避免这个问题.考虑当 $\eta=3$ 时,此时 $x=1/(\eta-1)=0.5$,因此在 0.5 处引入反馈,即

$$s_{n+1} = 0.5 - |s_n + z_n - 0.5| \quad (8)$$

式(7)可转化为

$$y_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{\left| \frac{1}{y_n^2} - 2z_n \right|}} \quad (9)$$

其中,变量 z_n 的计算由下式给出

$$z_n = \sqrt{\frac{\langle (z - \langle z \rangle)^2 \rangle}{\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle}} (x_n - \langle x \rangle) + \langle z \rangle \quad (10)$$

理论上当 $\langle z \rangle = 0$ 时,就能产生间歇性,这里取 $\langle z \rangle = 9 \times 10^{-4}$,略大于 0 同时远远小于变量 z_n 的标准差,这样就确保了一定能产生间歇性,方差 $\langle (z - \langle z \rangle)^2 \rangle = 1$,迭代驱动变量 x_n 采用帐篷映射如下

$$x_{n+1} = \begin{cases} 2x_n, & 0 \leq x_n \leq \frac{1}{2} \\ 2-2x_n, & \frac{1}{2} \leq x_n \leq 1 \end{cases} \quad (11)$$

其中 $\langle x \rangle = 0.5$, $\langle (x - \langle x \rangle)^2 \rangle = 1/12$,通过式(9)~(11)迭代 $n-1$ 次后,就能产生长度为 n 的间歇性信号,由 SDEs 产生的信号的 PSD 具有 $1/f^\beta$ 特性的部分的频率指数 β 可由下式得到^[18,21,22]

$$\beta = 1 + \frac{\nu-3}{2(\eta-1)} \quad (12)$$

这里 $\nu = \eta = 3$,计算得 $\beta = 1$.

2.2 $1/f$ 噪声信号的小波系数相关性

$1/f$ 噪声在空间上具有分形特征,即自相似性,在时间上又具有长程相关性,信号中的每一点都蕴含着丰富的信息.对于常用分析信号谱的方法,比如傅里叶

变换. 在积分的过程中, 可能丢失信号畸变点、突变点的大量信息, 这将影响分析结果并得到不准确的结论. 在以往分析信号的诸多方法中, 应用比较广泛的小波分析, 是一种十分有效地时频分析方法, 且小波变换的多尺度特性, 能准确的捕捉突变点的信息, 其次小波也具有自相似性. 这些特点使得小波比较适合用于分析 $1/f$ 噪声的特性. 因此合成间歇混沌信号之后, 我们用不同消失矩的小波基对该信号进行小波分析. 小波变换采用最常见的二进制小波变换, 设 $1/f$ 噪声信号 $y(t)$, $y(t) \in L^2(R)$, 其小波变换系数的方差和尺度的关系为^[23]

$$\text{Var}(y_k^m) = \sigma^2 2^{-\beta m} \quad (13)$$

其中 $y_k^m = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \psi_{m,k}(t) dt$ ($k, m \in Z$), 谱常量 $\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_x^2}{|2\pi f|^\beta} |\Psi(2\pi f)|^2 df$, $\psi(t)$ 为小波基函数, $\psi_{m,k}(t) = 2^{m/2} \psi(2^m t - k)$, m 为尺度因子, k 为平移因子. 从式 (13) 可以看出, 在对数坐标系下, 小波变换系数的方差与尺度 m 呈线性关系. 而在同一尺度 m 下小波变换系数的相关函数

$$E[x_k^m x_{k'}^m] = \frac{2^{-m\beta}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_x^2}{\omega^\beta} |\Psi(\omega)|^2 e^{-j(k-k')\omega} d\omega \quad (14)$$

如果小波基具有 N 阶消失矩^[23], 即

$$\Psi'(\omega) = 0, \quad r = 0, 1, 2, \dots, N-1 \quad (15)$$

此时 ω 是 $\Psi(\omega)$ 的 N 阶零点, 记为 $\Psi(\omega) = \omega^N \Psi_0(\omega)$

代入式 (14) 可进一步得到

$$E[x_k^m x_{k'}^m] = \frac{\sigma_x^2 2^{-m\beta}}{\pi (k-k')^{2N-\beta+1}} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} |\omega|^{2N-\beta} \left| \Psi_0\left(\frac{\omega}{k-k'}\right) \right|^2 e^{-j\omega} d\omega \quad (16)$$

N 为小波消失矩, 从式 (16) 可以看出当频率因子 β , $k-k'$ 和尺度 m 一定, 且满足 $2N+1 > \beta$ 时, E 和消失矩 N 的关系主要由 $(k-k')^{2N-\beta+1}$ 和 $|\omega|^{2N-\beta}$ 两项决定. 随着消失矩的增大, $(k-k')^{2N-\beta+1}$ 项使得相关性 E 减小, 然而 $|\omega|^{2N-\beta}$ 项则会使相关性 E 增大, 即 E 的变化趋势主要受 $(k-k')^{2N-\beta+1}$ 和 $|\omega|^{2N-\beta}$ 两项权重的影响.

3 仿真实验结果

利用迭代公式 (9) 产生长度 $n = 2^{23}$ 的间歇信号 y_n 如图 1 所示, 其中图 1(a) 为时域波形, 图 1(b) 为信号 y_n 1000 个 PSD 进行平均的结果. 从图 1(a) 可以看出生成的信号是稳定和爆发态交替出现的, 说明生成的信号具有间歇混沌信号的典型特征. 从图 1(b) 中可以看出平均 PSD 在中间很宽的一段频率范围内表现出 $1/f$ 噪声的特性, 其大概频率范围为 $10^{-5} \leq f \leq 10^{-1.5}$, 图中的虚线部分则为该频段范围的线性拟合曲线, 斜率 $k =$

-0.977 , 这与之之前理论部分计算的 $\beta = 1$ 相当接近, 说明生成的间歇性信号是正确的, 且在中间频段内表现出了我们所需要的 $1/f$ 噪声特性.

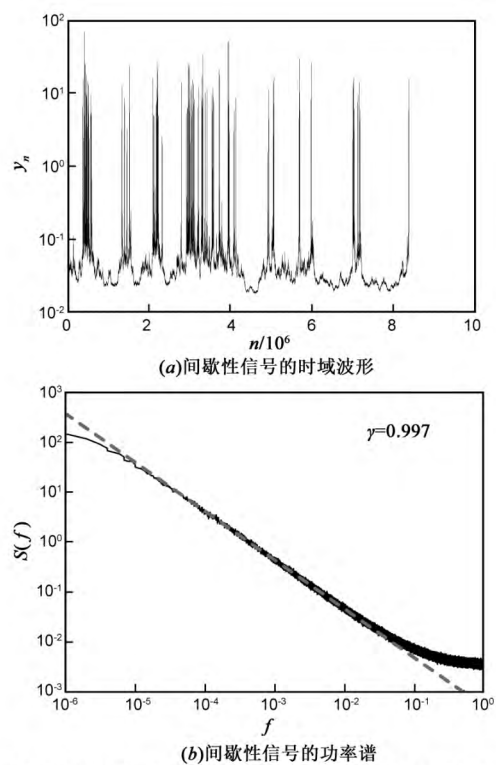


图1 采用SDEs生成的间歇性信号和该信号的功率谱密度

对 y_n 进行小波变换, 获得不同尺度下小波系数的方差 $\text{Var}(y_k^m)$ 的对数值与尺度 m 的关系, 其中利用 db1 (Daubechies1) 小波的计算结果如图 2 所示, 其中虚线为尺度 $5 \leq m \leq 19$ 范围内的拟合曲线. 从图 2 中可以看出在尺度 $m \in [5, 19]$ 时, 方差的对数和尺度呈线性关系. 将这部分尺度等效换算成频率, 即 $f_m = f_0/2^m$, 其中 f_0 为小波中心频率, 小波变换使用的是 db1 小波, 故中心频率约为 0.9961, 当尺度 $m = 5$ 时 $f_5 = 10^{-1.5}$, 同理可算出 $f_{19} = 10^{-5.7}$. 即在 $10^{-5.7} \leq f \leq 10^{-1.5}$ 频段内, 小波系数的方差在对数坐标下与尺度 m 满足线性关系, 再结合图 1(b) y_n 的功率谱密度中表现出 $1/f$ 噪声特性的频段 $10^{-5} \leq f \leq 10^{-1.5}$, 可以看出两频段之间有很好的契合性, 这也与理论部分推导的 $1/f$ 噪声的小波变换系数方差 (对数坐标) 与尺度 m 呈线性关系相一致. 上述计算结果表明该信号仅在此频段内具有 $1/f$ 噪声的特征.

为了分析小波变换对间歇性信号产生的 $1/f$ 噪声的相关性的影响, 在具有不同消失矩的 db 小波基下对该间歇性信号 y_n 做二进小波变换得到相应的小波变换系数, 然后对所得小波变换系数做自相关运算, 由于计算机内存的限制, 消失矩 N 取 1~9. 为了表征相关函数序列整体相关性的大小, 计算相关性函数序列的最大

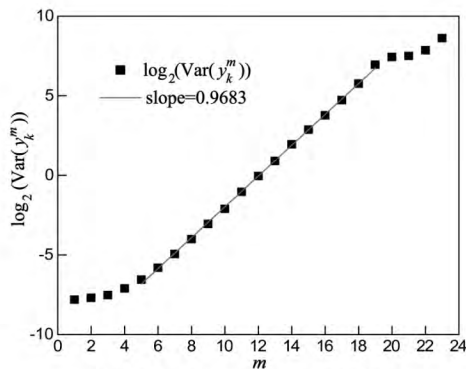
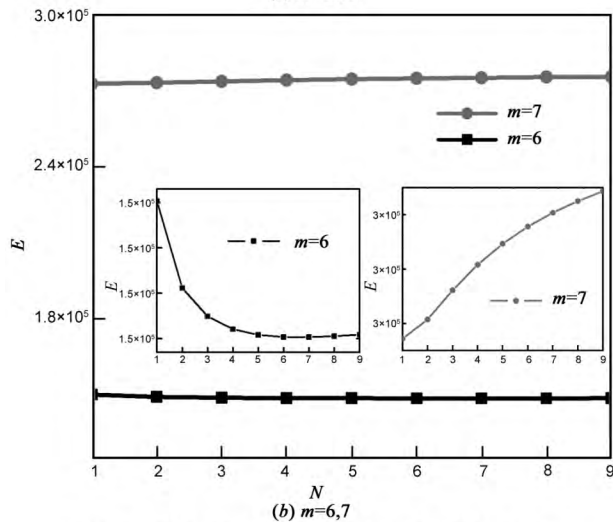
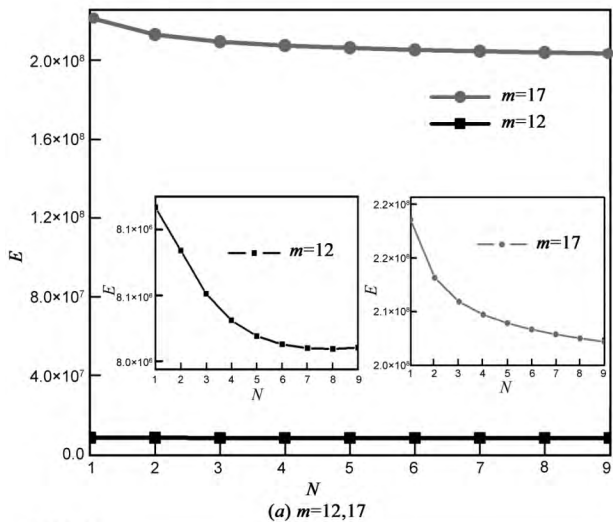


图2 小波系数方差与尺度的关系

图3 不同尺度 m 下相关系数最大值 E 与消失矩的关系

值 E 通过式(16)即可获得不同尺度下 E 与所选小波基的消失矩 N 的关系.从所有尺度中选取部分尺度下的结果如图3所示,其中图3(a)为 $m=12,17$ 的结果,图3(b)为 $m=6,7$ 的结果,内嵌图分别为所对应曲线的放大图.从图3(a)中可以看出,相关性 E 随着消失矩 N

的增大而呈缓慢下降的趋势,且下降的趋势越来越小.说明在尺度 $m=12,17$ 下小波变换具有去相关性的作用.而从图3(b)中可以看出,当 $m=6$ 时,相关性 E 先随着消失矩 N 的增大而迅速下降随后有略微增大的趋势,但增大的程度十分微弱,整体仍然呈现相关性减小的趋势;而当 $m=7$ 时,相关性 E 随着消失矩 N 的增大而逐渐增大,此时小波变换具有增强相关性的作用.计算结果显示,在尺度:1、3、4、5、6、8、10、12、17、18、21下,相关性随消失矩的增大而减小;而在尺度:2、7、9、11、13、14、15、16、19、20、22、23下,相关性随消失矩的增大而增大.图3现象可由式(16)进行解释.尺度 $m=6,12,17$ 下的积分项系数对相关性的影响起主要作用,而在尺度 $m=7$ 下的积分项对相关性的影响起主要作用.上述现象表明,在部分尺度下小波变化系数的相关性 E 随消失矩 N 的增大而减小,即小波变化对 $1/f$ 噪声具有去相关性的作用,而在另一些尺度下小波变化系数的相关性 E 又随着 N 的增大有增大的趋势,所以并非在所有尺度下小波变换对该间歇性信号产生的 $1/f$ 噪声均具有去相关性的作用.此外,当消失矩 N 固定时小波变换的尺度 m 越大,对应的小波系数之间的相关性 E 越大,这是由于在小波空间分解 $1/f$ 类分形信号,大尺度对应其低频部分的小波变换系数,而根据 $1/f$ 类分形信号的频谱定义式(1),频率越低 $1/f$ 类分形信号的强度越大,故大尺度下的小波变换系数之间的相关性就越大.

4 结束语

本文对非线性随机微分方程产生的间歇性信号的 $1/f$ 特性进行了分析,仿真实验首先利用随机微分方程合成间歇性信号,其功率谱密度在中间较宽的频段范围内表现出了 $1/f$ 噪声的典型特性.然后采用不同消失矩的小波基对该间歇性信号进行小波变换,分别计算了不同尺度下小波变换系数的相关性和方差,结果显示,间歇性信号的PSD表现出 $1/f$ 噪声特性的频段内所对应的尺度与小波变换系数方差的呈对数线性关系;此外在一部分尺度下该间歇性信号的小波变换系数的相关性随小波基的消失矩的增大而衰减,在另一部分尺度下该相关性则随着消失矩的增大而增大,证明了小波变换并非在所有尺度下对该间歇性信号产生的 $1/f$ 噪声均起到去相关性的作用.此外,当小波基消失矩一定时,小波变换系数的相关性均随尺度的增大而增大.

参考文献

- [1] Keshner M S. $1/f$ noise [J]. Proceedings of the IEEE, 1982, 70(3): 212–218.
- [2] Johnson J B. The Schottky effect in low frequency circuits

- [J]. Physical Review ,1925 26(1) : 71.
- [3] Balandin A A. Low-frequency $1/f$ noise in graphene devices [J]. Nature Nanotechnology 2013 8(8) : 549 – 555.
- [4] Hausdorff J M ,Peng C K. Multiscaled randomness: A possible source of $1/f$ noise in biology [J]. Physical Review E , 1996 54(2) : 2154.
- [5] Hooze F N. $1/f$ noise sources [J]. Electron Devices ,IEEE Transactions on ,1994 41(11) : 1926 – 1935.
- [6] Voss R F ,Clarke J. “ $1/f$ noise” in music: Music from $1/f$ noise [J]. The Journal of the Acoustical Society of America ,1978 63(1) : 258 – 263.
- [7] Campbell M J ,Jones B W. Cyclic changes in insulin needs of an unstable diabetic [J]. Science ,1972 ,177(4052) : 889 – 891.
- [8] Mandelbrot B B ,Van Ness J W. Fractional Brownian motions ,fractional noises and applications [J]. SIAM Review , 1968 ,10(4) : 422 – 437.
- [9] Vandamme L K J ,Alabedra R ,Zommiti M. $1/f$ noise as a reliability estimation for solar cells [J]. Solid-State Electronics ,1983 26(7) : 671 – 674.
- [10] Vandamme L K J. Noise as a diagnostic tool for quality and reliability of electronic devices [J]. Electron Devices , IEEE Transactions on ,1994 41(11) : 2176 – 2187.
- [11] 杨爱波 ,王基 ,刘树勇 ,等. 基于空间栅格法的最大 Lyapunov 指数算法研究 [J]. 电子学报 ,2012 40(9) : 1871 – 1875.
YANG Ai-bo ,WANG Ji ,LIU Shu-yong ,et al. Algorithm for computing the largest Lyapunov exponent based on space grid method [J]. Acta Electronica Sinica ,2012 , 40(9) : 1871 – 1875. (in Chinese)
- [12] 温祥西 ,孟相如 ,马志强 ,等. 小时间尺度网络流量混沌性分析及趋势预测 [J]. 电子学报 ,2012 40(8) : 1609 – 1616.
WEN Xiang-xi ,MENG Xiang-ru ,MA Zhi-qiang ,et al. The chaotic analysis and trend prediction on small-time scale network traffic [J]. Acta Electronica Sinica ,2012 40(9) : 1871 – 1875. (in Chinese)
- [13] Niemann M ,Kantz H ,Barkai E. Fluctuations of $1/f$ noise and the low-frequency cutoff paradox [J]. Physical Review Letters 2013 ,110(14) : 140603.
- [14] Pomeau Y ,Manneville P. Intermittent transition to turbulence in dissipative dynamical systems [J]. Communications in Mathematical Physics ,1980 ,74(2) : 189 – 197.
- [15] Grebogi C ,Ott E ,Romeiras F ,et al. Critical exponents for crisis-induced intermittency [J]. Physical Review A ,1987 , 36(11) : 5365.
- [16] Platt N ,Spiegel E A ,Tresser C. On-off intermittency: A mechanism for bursting [J]. Physical Review Letters , 1993 70(3) : 279.
- [17] Heagy J F ,Platt N ,Hammel S M. Characterization of on-off intermittency [J]. Physical Review E , 1994 , 49(2) : 1140.
- [18] Kaulakys B ,Ruseckas J ,Gontis V ,et al. Nonlinear stochastic models of $1/f$ noise and power-law distributions [J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 2006 365(1) : 217 – 221.
- [19] Kaulakys B ,Alaburda M. Modeling scaled processes and $1/f^\beta$ noise using nonlinear stochastic differential equations [J]. Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment 2009 2009(02) : P02051.
- [20] Ruseckas J ,Kaulakys B. $1/f$ noise from nonlinear stochastic differential equations [J]. Physical Review E ,2010 81(3) : 031105.
- [21] Ruseckas J ,Kaulakys B. Intermittency in relation with $1/f$ noise and stochastic differential equations [J]. Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science ,2013 ,23(2) : 023102.
- [22] Kaulakys B ,Ruseckas J. Stochastic nonlinear differential equation generating $1/f$ noise [J]. Physical Review E , 2004 70(2) : 020101.
- [23] Wornell G W ,Oppenheim A V. Wavelet-based representations for a class of self-similar signals with application to fractal modulation [J]. Information Theory ,IEEE Transactions on ,1992 38(2) : 785 – 800.

作者简介



关 健 男 ,1990 年 7 月生 ,吉林长春人 ,现为吉林大学电子科学与工程学院研究生 ,目前主要从事半导体激光器 $1/f$ 噪声特性研究。
E-mail: guanjian14@jlu.edu.cn



郇峰利(通信作者) 男 ,1977 年 11 月生 ,河南沁阳人 ,现为吉林大学电子科学与工程学院副教授 ,主要从事半导体激光器噪声特性及其应用方面的研究。
E-mail: gaofl@jlu.edu.cn