文章编号:1671-4598(2015)08-2713-03　DOI:10.16526/j.cnki.11-4762/tp.2015.08.031　中图分类号:V249.1　文献标识码:A

无人机鲁棒伺服 LQR 飞行控制律设计

段　镇
(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所，长春　130033)

摘要：为抑制无人机飞行模态切换时舵面跳变使机体产生的大过载，降低无人机对舵系统及结构可用过载的要求，将鲁棒伺服 LQR 方法与经典控制方法相结合设计了飞行控制律；以俯仰角控制模态为例，对鲁棒伺服 LQR 控制方法的特性进行了分析，俯仰角速率回路采用鲁棒伺服 LQR 最优控制方法设计了控制律，俯仰角回路采用经典控制方法设计了控制律，并通过非线性数字仿真对控制律的控制效果进行了验证；仿真结果表明：鲁棒伺服 LQR 控制比常规 PID 控制超调量减小 50%，且大大减小了响应初期的升降舵偏角突变，降低了对机体可用过载的要求；该控制律形式简单，易于工程实现。

关键词：无人机；鲁棒伺服 LQR；飞行控制；PID 控制

Robust Servo LQR Flight Control Law Design of UAV

Duan Zhen
(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun　130033, China)

Abstract: To suppress the large overload caused by control surface deflection when the flight mode transitions, reducing the requirements of servos and available overload, the flight control law was designed combining the robust servo LQR and the classical control. Take the pitch angle control mode for example, the characteristics of robust LQR control method were analyzed, pitch rate control law was designed using robust servo LQR optimal control method, pitch angle control law was designed using classical control method, the control effects were verified according to nonlinear digital simulation. The results showed that: the overshoot of pitch angle response decreasing by 50% using robust LQR control method, LQR robust servo control than conventional PID control overshoot is reduced by 50%, The phenomenon of a larger angle rate because of servo command mutation is suppressed in initial response, the requirements of available overload is greatly reduced. The form of the control law was simple, and easy to implement in engineering.

Keywords: UAV; robust servo LQR; flight control; PID control

0　引言

随着无人机飞行包线的不断扩大，性能指标要求的不断提高，如何使无人机在全包线范围内均能够稳定飞行并具有令人满意的飞行品质成为无人机飞行控制技术的难点[1-2]。

飞行控制系统主要分为基于经典控制的设计方法和基于现代控制的设计方法两大类。由于经典控制理论起源较早，目前设计方法已经成熟[3]，且方法简单，许多工程实际上有效可靠的飞控系统均采用经典控制方法，但其缺点是只适用于单输入单输出系统，对于飞行包线较大的现代飞机很难做到在整个飞行包线内都满足性能指标要求。与经典控制方法相比，应用现代控制理论能进一步提高控制系统性能，G. J. J. Ducard[4]将非线性动态逆控制应用在小型无人机控制律设计中，刘小雄[5]研究了自适应鲁棒控制在飞控系统中的应用，张浩[6]将 H_∞ 鲁棒控制和特征结构配置用于无人机横侧向控制律设计中，但上述控制方法对模型的精确性要求很高，由于无人机在建模时存在结构、气动、硬件、传感系统等诸多不确定性，很难建立高精度模型，因此先进的现代控制方法很难应用于实际工程。

本文将经典控制方法与现代控制方法相结合，发挥不同控制理论优点，规避各自缺点采用多种控制方法来实现综合控制，以满足飞控系统日益苛刻的指标要求。以某无人机俯仰角姿态控制模态为例，将鲁棒伺服 LQR 控制方法用于角速率回路设计，经典控制方法用于角位置回路设计，并通过非线性数字仿真对控制律的控制效果进行了验证。

1　鲁棒伺服 LQR 控制特性分析

无人机重心轨迹的控制一般是通过其姿态变化来实现的，无人机俯仰角控制需要控制的变量是俯仰角 θ，它既可以使无人机以固定的姿态飞行，又是高度控制系统和某些速度控制系统的内回路，其性能直接影响无人机的飞行品质，因此俯仰角控制是纵向控制的关键。目前工程上常用的俯仰角控制系统结构如图 1 所示，其控制律形式如式（1）所示：

$$\delta_e = K_y^\theta(\theta_g - \theta) - K_y^q q \tag{1}$$

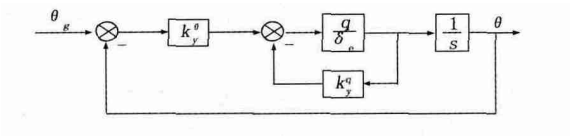

图 1　工程上常用的俯仰角控制系统结构图

对于传统控制结构，当无人机俯仰姿态发生机动时，舵面总是会产生跳变，这样一方面会使无人机机体瞬间产生较大过载，另一方面也对舵机的动态特性提出了较高的要求。为了改善传统控制结构对控制系统性能和品质带来的影响，本文对俯

收稿日期:2014-12-05;　修回日期:2015-01-16。
基金项目:中国科学院三期知识创新工程(YYYJ-1122)。
作者简介:段　镇(1982-),男,辽宁省本溪市人,博士,助理研究员,主要从事飞行控制方向的研究。

仰角回路的控制仍采用俯仰角速率反馈为内回路、俯仰角反馈为外回路的双回路控制结构，但对俯仰角速率回路采用鲁棒伺服 LQR 最优控制方法设计控制律，俯仰角速率给定指令由俯仰角偏差量来决定，两者之间的比例关系可以根据内、外环的带宽匹配关系确定。鲁棒伺服 LQR 状态反馈控制原理如图 2 所示。

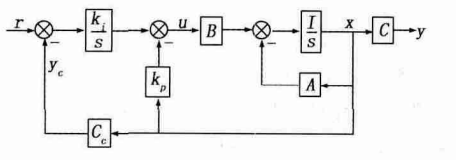

图 2　鲁棒伺服 LQR 状态反馈控制原理图

从图 2 可知，鲁棒伺服 LQR 控制方法在状态反馈控制回路中增加了积分环节[7]，提高了系统型别，从而增强了系统抗扰动能力。将上述方法应用于无人机各控制模态的内回路设计，可改善系统的动态特性和稳态性能。这样，一方面将积分环节引入俯仰角速率控制回路中，提高了系统型别，更好地抑制了外界扰动对系统的影响；另一方面鲁棒伺服 LQR 控制律能够兼顾系统动态性能和鲁棒性，使无人机在俯仰姿态机动时升降舵面输出不产生跳变。

2　飞行控制律设计

2.1　俯仰角速率回路控制律设计

无人机空中飞行的纵向运动模型[8]如式（2）所示：

$$\begin{cases} \dot{x}_{lon} = A_{lon}x_{lon} + B_{lon}u_{lon} \\ y_{lon} = C_{lon}x_{lon} \end{cases} \tag{2}$$

其中：$A_{lon} \in R^{4\times4}$；$B_{lon} \in R^{4\times2}$；

$C_{lon} = \mathrm{diag}\{1,1,1,1\}$；$x_{lon} = [V\alpha q\theta]^T$ 为状态变量；$y_{lon} = [V\alpha q\theta]^T$ 为输出变量；$u_{lon} = [\delta_e\delta_p]^T$ 为控制变量。

本文选取某无人机半油、中空、中速时的状态（$H=3000$ m，$V=41$ m/s）为标称状态进行控制律设计。为设计俯仰角速率回路控制器，从上式中提取状态变量 $x=q$，输出变量 $y=q$，对于本文研究的无人机，有 $A_c=-3.32$，$B_c=-27.3693$，$C_c=1$，俯仰角速率的跟踪误差 $e=q_g-q$，将跟踪误差 e 定义为系统新的状态变量，则将对输出信号 q 的跟踪转化为对状态变量 e 的调节，得到系统新的状态方程为如式（3）所示：

$$\dot{z} = \bar{A}z + \bar{B}\mu \tag{3}$$

其中：$z = \begin{bmatrix} e \\ \dot{q} \end{bmatrix}$；$\mu = \dot{u}$；$\bar{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -3.32 \end{bmatrix}$；$\bar{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ -27.3693 \end{bmatrix}$。

根据 LQR 优化控制理论，性能指标函数为：

$$J = \int_0^{\infty} (z^T\boldsymbol{Q}z + \mu^T R\mu)\mathrm{d}t \tag{4}$$

其中：$Q = Q^T \geqslant 0$；$R = R^T > 0$。

对于状态反馈 LQR 问题，最优控制律由式（5）给出：

$$u = -R^{-1}B^T\boldsymbol{P}x \tag{5}$$

其中：对称矩阵 $\boldsymbol{P}$ 是黎卡提方程（6）的半正定解：

$$\boldsymbol{P}A + A^TP - \boldsymbol{P}BR^{-1}B^T\boldsymbol{P} + \boldsymbol{Q} = 0 \tag{6}$$

选取合适的正定控制加权矩阵 $\boldsymbol{P}$ 及半正定性能加权矩阵 $\boldsymbol{Q}$，求得满足式（6）所示的黎卡提方程的解，即可求得反馈控制增益矩阵 $\boldsymbol{K} = [k_i \quad k_p]$。

由式（5）、（6）可以看出，性能指标中加权矩阵 $\boldsymbol{P}$、$\boldsymbol{Q}$ 的选取直接影响被控对象的控制效果。但如何根据性能要求选择加权矩阵的诸元素，则不是一个简单的问题，其理论和方法至今仍未得到很好地解决。为了便于工程应用，在选取控制加权矩阵 $\boldsymbol{P}$ 与性能加权矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 时，$\boldsymbol{P}$、$\boldsymbol{Q}$ 一般选取为对角阵，则其对称性和正定性很容易满足要求，同时由于两者有相对比例关系，因此可定义控制加权阵 $R=I$，通过分析性能加权矩阵 $\boldsymbol{Q} = \mathrm{diag}\{q_1, q_2\}$ 与俯仰角速率回路时域、频域控制性能与品质的关系，来确定加权矩阵 $\boldsymbol{Q}$。加权矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 中诸元素与俯仰角速率回路的上升时间、超调量、幅值裕度、相位裕度及截止频率之间的关系如图 3 所示。

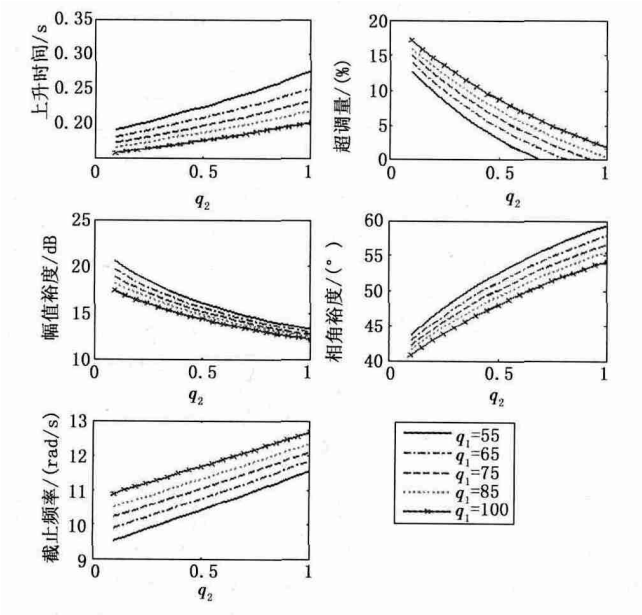

图 3　加权矩阵 $\boldsymbol{Q}$ 与俯仰角速率回路性能品质关系

由图 3 可看出，q_1 取值越大，系统响应速度越快，响应的超调量也相应越大，相角裕度和幅值裕度均减小，截止频率增大；q_2 取值越大，系统响应越慢，q_2 有增加系统阻尼作用，响应的幅值裕度和相角裕度也随之增大，截止频率减小。

满足控制性能与品质的性能加权阵 $\boldsymbol{Q}$ 需经迭代运算求得，再通过求解黎卡提方程得到反馈控制增益矩阵 $\boldsymbol{K} = [k_i\ k_p]$。对于本文研究的无人机，经迭代运算得到 $\boldsymbol{Q} = [75\ 0;\ 0\ 0.6]$，$\boldsymbol{K} = [k_i\ k_p] = [8.66\ 0.995\ 6]$。

由于 $\mu = \bar{u}$，$\mu = -Kz$，则有：

$$u = \int \mu\mathrm{d}\tau = -K\int z\mathrm{d}\tau = -k_i^q\int e\mathrm{d}\tau - k_p^q\int \dot{q}\mathrm{d}\tau = -k_i^q\int e\mathrm{d}\tau - k_p^q q \tag{7}$$

根据式（7）可知俯仰角速率控制结构如图 4 所示。控制律的数学表达式如式（8）所示：

$$\delta_e = \frac{k_i^q}{s}(q_g - q) - k_p^q q \tag{8}$$

由上述过程可知，鲁棒伺服 LQR 最优控制律通过将系统

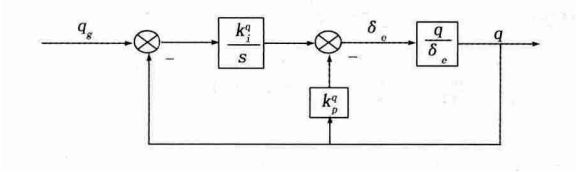

图 4　俯仰角速率回路鲁棒伺服 LQR 控制结构图

误差增广为新的状态变量，利用状态反馈在回路中引入积分控制，改善了系统的性能。控制系统工作时，若俯仰角速率受到扰动，俯仰角速率响应会在积分项的作用下迅速回到给定值。

2.2　俯仰角回路控制律设计

俯仰角控制回路建立在俯仰角速率回路的基础上，由于俯仰角控制精度要求较高，因此俯仰角回路采用比例积分控制，俯仰角控制回路的结构如图 5 所示，控制律表达式如式（9）所示：

$$\begin{cases} q_g = (\frac{k_i^\theta}{s} + k_p^\theta)(\theta_g - \theta) \\ \delta_e = \frac{k_i^q}{s}(q_g - q) - k_p^q q \end{cases} \tag{9}$$

由式（9）可得：

$$\dot{\theta} = q = (\frac{k_i^\theta}{s} + k_p^\theta)(\theta_g - \theta) \tag{10}$$

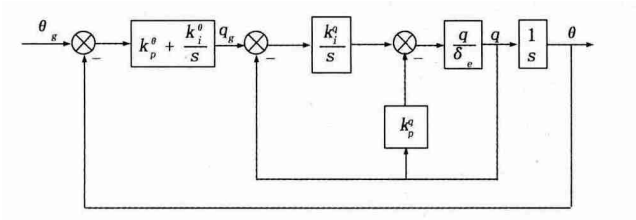

图 5　俯仰角控制回路结构图

两边作拉氏变换得：

$$s^2\theta = (k_i^\theta + sk_p^\theta)(\theta_g - \theta) \tag{11}$$

得到俯仰角回路传递函数如式（12）所示。

$$\frac{\theta}{\theta_g} = \frac{sk_p^\theta + k_i^\theta}{s^2 + sk_p^\theta + k_i^\theta} \tag{12}$$

由式（12）可知，俯仰角回路传递函数可近似为一个二阶低通环节，其阻尼比为 $k_p^\theta/(2\sqrt{k_i^\theta})$，自然频率为 $\sqrt{k_i^\theta}$，根据最佳阻尼比原则及内外环带宽匹配关系可确定比例系数 k_p^θ 及积分系数 k_i^θ，表 1 给出了样例无人机的俯仰角回路时域、频域性能品质。

表 1　俯仰角回路时域、频域性能品质

	上升时间	超调量	稳态误差
时域性能品质	1.3 s	10.4%	0
	截止频率	相角裕度	幅值裕度
频域性能品质	1.43 rad/s	87.4°	16.6 dB

3　试验分析

控制律设计完成后，需要用非线性模型来验证控制律的控制效果。图 6 给出了无人机 7°俯仰角爬升模态常规 PID 控制律和鲁棒伺服 LQR 控制律作用下的非线性仿真结果，其中（a）、（b）分别为俯仰角响应与升降舵指令。

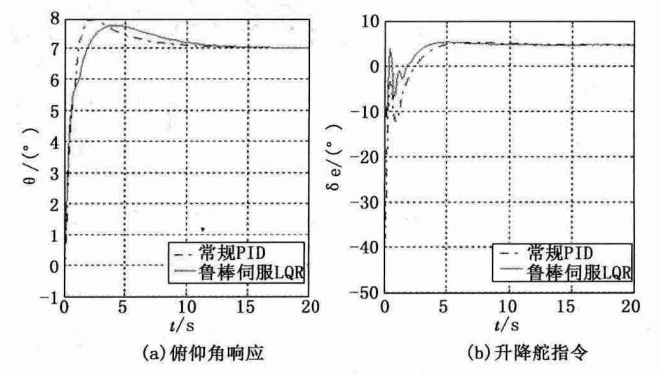

图 6　7°俯仰角爬升常规 PID 控制和鲁棒伺服 LQR 控制仿真结果

由图 6 可以看出，在两种控制律的控制效果均能满足控制要求且响应时间基本一致的情况下，鲁棒伺服 LQR 控制比常规 PID 控制响应平缓，且超调量减小 50%；同时常规 PID 控制在响应初期有一个很大的升降舵偏角，会使俯仰轴响应瞬间产生较大的过载，这就对无人机结构设计时的可用过载提出了较高要求，而鲁棒伺服 LQR 控制却没有舵偏角突变，可以很好地抑制这种特性。

4　结论

本文对传统的 PID 控制方法进行了改进，以纵向运动中的俯仰角控制模态为例采用鲁棒伺服 LQR 方法设计了无人机飞行控制律，并通过非线性仿真验证了控制律的正确性。仿真结果表明：鲁棒伺服 LQR 控制比常规 PID 控制响应平缓，且超调量减小 50%；同时鲁棒伺服 LQR 控制在响应初期很好地抑制了升降舵偏角突变的响应特性，大大降低了对无人机法向可用过载的要求，该方法鲁棒性好，能够满足无人机飞控系统的各项指标要求，且易于工程实现。

参考文献：

[1] 邹湘伏，何清华，贺继林. 无人机发展现状及相关技术［J］. 飞航导弹，2006（10）：9-14.

[2] 秦　博，王　蕾. 无人机发展综述［J］. 飞航导弹，2002（8）：4-10.

[3] 张文博，范大鹏，朱华征. 基于采样控制理论的光电跟踪伺服系统内模控制［J］. 光学精密工程，2008，16（2）：221-228.

[4] Ducard G J J. Fault－tolerant flight control and guidance systems for a small unmanned aerial vehicle［D］. ETH，Eürich，2007.

[5] 刘小雄，章卫国，武　燕，等. 直接自适应鲁棒飞行控制技术研究［J］. 西北工业大学学报，2008，26（3）：341-345.

[6] 张　浩，吴　梅，郝晓宇. 基于 H_∞ 鲁棒控制和特征结构配置的无人机横侧向控制器设计［J］. 计算机测量与控制，2012，20（8）：2156-2159.

[7] 杨书生，钟宜生. 基于多工作点模型的高精度鲁棒伺服控制器设计［J］. 清华大学学报（自然科学版），2009，49（4），485-489.

[8] 吴森堂，费玉华. 飞行控制系统设计［M］. 北京：北京航空航天大学出版社，2005.