

文章编号 1004-924X(2014)09-2491-07

小型光电编码器长周期误差的修正

冯英翘^{1,2}, 万秋华^{1*}, 王树洁¹

- (1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033;
2. 中国科学院大学, 北京 100049)

摘要:针对小型光电编码器长周期误差成因及分布规律复杂的特点,提出了一种光电编码器长周期误差修正方法。建立了基于正交三角函数基的傅里叶神经网络误差修正模型,将光电编码器输入输出间的非线性优化问题转化为线性优化问题。误差修正模型以高精度基准编码器输出值作为学习目标;引进模拟退火策略的差分进化算法对网络进行训练,保证了在训练的初始阶段具有较强的全局寻优能力和在训练后期具有较快的收敛速度和较高的精度。运用设计的方法对16位小型光电编码器进行了长周期误差修正处理,实际测试显示:编码器的峰值误差由 $45''\sim-17.5''$ 减小到 $10''\sim-8.75''$,长周期标准偏差由修正前 $20.3''$ 减小到修正后 $4''$ 以下。结果表明提出的长周期误差修正方法提高了光电编码器的精度。

关键词:光电编码器;长周期误差;正交三角函数基;傅里叶神经网络;差分进化

中图分类号:TP212;TN762 **文献标识码:**A **doi:**10.3788/OPE.20142209.2491

Correction of long-period error for small photoelectric encoders

FENG Ying-qiao^{1,2}, WAN Qiu-hua^{1*}, WANG Shu-jie¹

- (1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,
Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;
 2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)
- * Corresponding author, E-mail: wanqh@ciomp.ac.cn

Abstract: The causes of long-period error of a small photoelectric encoder and its distribution law were researched and a correction method for the long-period error of the small photoelectric encoder was proposed. A Fourier neural network error correction model was built firstly based on orthogonal trigonometric functions, and the nonlinear optimization problem between the input and output of the encoder was transformed to a linear optimization problem. By taking the output value of the high-accuracy benchmark encoder as the learning reference for the neural network model, an improved differential evaluation algorithm combined with simulated annealing strategy was applied to training of the neural network and to ensuring its global optimization search ability in the initial stage but fast convergence rate and high accuracy in the later period. The method was applied to the long period error correction test of a 16-bit small photoelectric encoder, and experimental results show that the peak errors of the encoder is reduced from $45''\sim-17.5''$ to $10''\sim-8.75''$ and the standard deviation of long-

收稿日期:2013-08-07;修订日期:2013-09-29.

基金项目:中国科学院知识创新工程资助项目

period errors is reduced from 20.3" to lower than 4". The results mean that the proposed long-period error correction method improves the accuracy of small photoelectric encoders.

Key words: photoelectric encoder; long-period error; orthogonal trigonometric function basis; Fourier neural network; differential evolution

1 引言

小型光电编码器又称为角位移传感器,是角位移、角速度、角加速度测量的重要工具^[1],因其具有小型化、智能化、高精度、高分辨力、使用可靠、易于维护等优点被广泛应用于国防、工业等领域的高精度测量和实时控制系统中^[2]。随着机载、星载、便携式军用武器的飞速发展,用于恶劣工作环境且具有高精度、高分辨力、小型化的光电编码器成为国内外研究的热点^[3]。无论是绝对式光电编码器,还是增量式光电编码器,误差修正都是提高编码器精度的有效手段。

小型光电编码器的误差根据频率可分为短周期误差和长周期误差^[4]。短周期误差即高频误差,主要指细分误差,目前已有很多成熟的修正方法;长周期误差又称为分度误差,是指与编码器机械轴旋转频率相同的低频误差,其受光栅码盘的刻划精度、轴系精度和安装精度等因素综合影响,具有成因复杂、形式多变的特点,并且很难用确定的数学表达式描述。因此,长周期误差修正始终是光电编码器研制过程中的关键问题之一。Watanabe T. 提出将 5 个读数头均匀分布在光电码盘的周围,实现了除 5 次谐波外的误差成分自修正,而且不需要高精度的修正基准,整个系统的精度决定于 5 次谐波误差^[5]。文献[6]利用多个读数头,2 个码盘和 2 个同轴的气浮轴承实现了编码器的高精度自校正;但校正过程对工作环境要求较高,不适于对工作现场的校正。文献[7]采用非线性最小二乘法补偿圆光栅误差,修正时需要对误差进行等间隔采样,修正精度依赖于采样的数据量。文献[8]采用了 8-20-6 结构的 BP 神经网络来实现光电编码器的长周期误差修正,该方法避免了复杂的分析工作,不需要掌握误差的分布规律,但 BP 神经网络算法本身存在收敛速

度和容易陷入局部最小值的缺点。文献[9]设计的基于正弦函数和粒子群算法的误差补偿模型,实现了全局快速收敛的目的,但补偿过程中需要利用光电准直仪和金属多面体对光栅角度传感器进行离散标定。

本文针对现有长周期误差修正方法的不足,根据任意一个函数均可展开成傅里叶级数形式的性质,设计了基于正交三角函数基的傅里叶神经网络误差修正模型。该模型采用单输入、单输出的三层前馈型网络结构,利用正交三角函数基作为隐层单元的激活函数,引入模拟退火策略的差分进化算法对网络训练求取权值,最终实现了对小型光电编码长周期误差的修正。

2 长周期误差修正原理

光电编码器长周期误差修正也称为低频误差修正,是指对编码器中与机械轴旋转频率相同的误差频率分量进行修正。编码器的测角原理可以表示为:

$$x = g(\theta), \quad (1)$$

式中: θ 表示被测角度值; x 表示编码器输出的数字量角度; $g(\theta)$ 为输入输出间的映射函数。编码器工作时,将与之同轴联接的机械轴的旋转角度转换为数字量输出。理想情况下,输入输出间的映射函数 $g(\theta)$ 为线性函数。而实际工作中的编码器由于受码盘刻划的直径误差、封闭误差、椭圆误差、非均匀误差和轴系的晃动误差、安装的偏心误差等因素的影响,输入与输出之间的关系 $g(\theta)$ 不再为线性函数,而呈现出非线性的特征。本文长周期误差修正的目的就是建立如下的基于正交三角函数基的傅里叶神经网络误差修正模型:

$$y = f(x), \quad (2)$$

利用该修正模型来修正小型光电编码器输入输出之间的非线性映射关系 $g(\theta)$,使修正后的编码器输出 $y = \theta$ 。修正原理如图 1 所示。

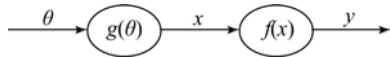


图 1 长周期误差修正过程

Fig. 1 Principle of long-period error correction

3 神经网络误差修正模型

3.1 傅里叶神经网络

对于周期为 T 的函数 $y=f(x)$, 可以用傅里叶级数表示:

$$y = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega x + b_n \sin n\omega x), \quad (3)$$

式中的 $\omega = \frac{2\pi}{T}$, a_n, b_n 称为傅里叶系数:

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \cos \frac{2n\pi x}{T} dx \quad (n = 0, 1, 2, \dots); \quad (4)$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(x) \sin \frac{2n\pi x}{T} dx \quad (n = 1, 2, \dots), \quad (5)$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, 傅里叶系数趋近于零, 因此可取前 $2n+1$ 项近似代替 y . n 越大, 精度越高. 式中

$$\left\{ 1, \cos \frac{2\pi x}{T}, \sin \frac{2\pi x}{T}, \cos \frac{4\pi x}{T}, \sin \frac{4\pi x}{T}, \dots, \cos \frac{2n\pi x}{T}, \sin \frac{2n\pi x}{T}, \dots \right\}$$

称为傅里叶系数的正交三角函数基.

由式(3)可知周期函数的傅里叶级数是正交三角函数基的线性组合. 根据光电编码器长周期误差的周期性, 可建立基于前 $2n+1$ 项正交三角函数基的傅里叶神经网络误差修正模型, 如图 2 所示.

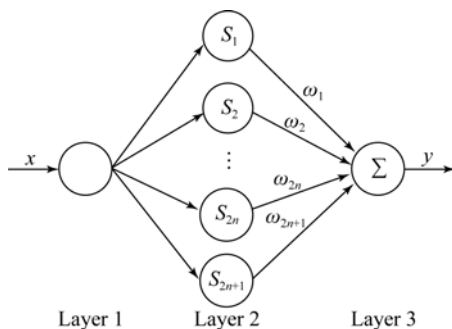


图 2 傅里叶神经网络误差修正模型

Fig. 2 Error correction model of Fourier neural network

图 2 的傅里叶神经网络具有 3 层结构, 分别为输入层, 中间隐含层和输出层. 为叙述方便, 令 O_j 表示第 j 层第 i 个节点的输出值.

输入层: 该层设置为单节点, 输入变量为 x . 输入层与中间层连接权值为 1, 则:

$$O_1^i = x, \quad (6)$$

中间隐含层: 该层由 $2n+1$ 个节点组成, 每个节点采用正交三角函数基 S_l 作为激活函数.

$$S_1 = 1, S_{l+1} = \cos \frac{2\pi xl}{T},$$

$$S_{n+l+1} = \sin \frac{2\pi xl}{T} \quad (l=1, 2, \dots, n). \quad (7)$$

中间层节点与输出层的连接权为 ω_l , 可将 ω_l 理解为傅里叶系数:

$$\omega_1 = \frac{a_0}{2}, \omega_{l+1} = a_l, \omega_{n+l+1} = b_l \quad (l=1, 2, \dots, n). \quad (8)$$

则中间层的节点方程为:

$$O_2^i = S_i \omega_i \quad (i=1, 2, \dots, 2n+1). \quad (9)$$

输出层: 仅含有一个线性神经元节点, 输入为 O_2^i , 则输出节点方程为:

$$O_3^1 = \sum_{i=1}^{2n+1} O_2^i = \sum_{i=1}^{2n+1} S_i \omega_i. \quad (10)$$

将式(10)表示为关于自变量 x 的形式:

$$y(x) = \omega_1 + \omega_2 \cos \frac{2\pi x}{T} + \omega_{n+2} \sin \frac{2\pi x}{T} + \dots + \omega_{n+1} \cos \frac{2\pi nx}{T} + \omega_{2n+1} \sin \frac{2\pi nx}{T}. \quad (11)$$

比较式(11)与式(3)可知, 傅里叶神经网络即为傅里叶级数的变形, 故只要隐层节点足够多, 所设计的傅里叶神经网络长周期误差修正模型就可以进行任意精度的非线性拟合. 同时由式(11)可知, 傅里叶神经网络模型可将光电编码器输入输出间的非线性优化问题转化为线性优化问题.

3.2 引入模拟退火策略的差分进化算法

基于正交三角函数基的傅里叶神经网络属于前馈型网络, 无论是梯度类算法还是智能优化算法, 都能用来求解该类网络的权值. 然而在合理的网络结构下, 保证网络具有较强的全局收敛能力和较快的收敛速度和精度才是学习算法追求的目标. 本文采用了将模拟退火因子引入到标准的差分进化算法中, 作为傅里叶神经网络的学习函数, 从而使修正模型在初始学习阶段具有较强的全局搜索能力, 尽可能多地发现全局可能最优解,

而在网络学习的后期,则有较强的局部搜索能力,从而保证算法的精度和收敛速度。

差分进化算法于 1997 年由 Storn 和 Price 首次提出^[10]。该方法是一种随机的、并行的、直接在连续空间搜索寻优的进化算法,其包括种群的初始化、变异、交叉、选择 4 个阶段。

种群初始化:网络训练的实质是求解含 $D=2n+1$ 参数的隐层权向量 ω 的过程,用 $G=0, 1, 2, \dots, G_{\max}$ 表示种群进化的代数, $G=0$ 时,在初始化阶段需随机产生 NP 个 D 维权向量个体 $\omega_{i,G}$,以组成种群,如(12)所示:

$$\begin{bmatrix} \omega_{1,0} \\ \omega_{2,0} \\ \vdots \\ \omega_{NP,0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_{1,0}^1 & \omega_{1,0}^2 & \cdots & \omega_{1,0}^D \\ \omega_{2,0}^1 & \omega_{2,0}^2 & \cdots & \omega_{2,0}^D \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \omega_{NP,0}^1 & \omega_{NP,0}^2 & \cdots & \omega_{NP,0}^D \end{bmatrix}. \quad (12)$$

为保证种群的多样性,应选择 $NP \in [5D, 10D]$,且种群应覆盖整个搜索空间 R^D :

$$\omega_{i,0}^j = \omega_{\min} + \text{rand}[0, 1] \cdot (\omega_{\max} - \omega_{\min}) \quad (j=1, 2, \dots, D), \quad (13)$$

式中: $\text{rand}[0, 1]$ 表示 $[0, 1]$ 区间内均匀分布的随机数; ω_{\max} 和 ω_{\min} 分别表示傅里叶神经网络权值的上界和下界。

变异:最基本的变异成分是差分矢量,它包含当前代中两个不同的个体 $(\omega_{r1,G}, \omega_{r2,G})$ 。根据变异方案的不同,可以产生不同的变异矢量 $V_{i,G}$,本文应用的两种变异矢量如下所示:

$$V_{i,G} = \omega_{r3,G} + F \times (\omega_{r1,G} - \omega_{r2,G}), \quad (14)$$

$$V_{i,G} = \omega_{\text{gbest}} + F \times (\omega_{r1,G} - \omega_{r2,G}) \quad (15)$$

式中: $\omega_{r1,G}, \omega_{r2,G}, \omega_{r3,G}$ 为互不相同的随机个体向量; ω_{gbest} 表示当前代中最优个体向量; $F \in [0, 2]$ 为缩放因子。式(14)的变异向量由 3 个互不相同的随机个体组成,有利于保持种群的多样性,其全局搜索能力较强,但收敛速度较慢,而式(15)变异个体由当前种群中的最优个体 ω_{gbest} 作为引导,具有局部搜索能力强,收敛速度快、精度高的优点,但容易陷入局部最优解。结合上述两种不同变异算子的特点,本文将模拟退火策略引入到了新的变异向量中,如:

$$V_{i,G} = \eta \omega_{r3,G} + (1 - \eta) \omega_{\text{gbest}} + F \times (\omega_{r1,G} - \omega_{r2,G}), \quad (16)$$

式中 η 称为模拟退火因子:

$$\eta = \frac{G_{\max} - g}{G_{\max}}, \quad (17)$$

式中: G_{\max} 表示最大进化代数; g 表示当前代数,分析式(17)可知, $\eta \in [0, 1]$,当 $\eta=1$ 时,式(16)等同于式(14); $\eta=0$ 时,式(16)等同于式(15)。随着进化代数的增加, η 逐渐由 1 变化为 0, $\omega_{r3,G}$ 的权重逐渐减小, ω_{gbest} 的权重逐渐增加,即算法在初始阶段具有较强的全局搜索能力,可尽可能多地发现全局可能最优解,而随着进化的进行,其局部搜索能力逐渐提高,从而提高了算法的精度和速度。

交叉:将得到的变异矢量 $V_{i,G}$ 与个体矢量 $\omega_{i,G}$ 进行离散交叉生成实验矢量 $U_{i,G}$ 的过程称为交叉操作。二项式交叉如下式所示:

$$u_{i,G}^j = \begin{cases} v_{i,G}^j, & \text{if } \text{rand}[0, 1] \leq C_r \text{ or } j = \text{rnbr}(D) \\ \omega_{i,G}^j, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (18)$$

式中: $C_r \in [0, 1]$ 称为交叉概率因子,对于第 i 个个体向量的第 j 个参数,若随机生成数不大于 C_r ,则实验矢量中的该参数继承变异矢量的特征,反之继承父代矢量的特征, C_r 越大,则交叉位也就越多,实验矢量更倾向于变异矢量。 $\text{rnbr}(D)$ 表示 $[1, D]$ 内均匀分布的随机数,即保证试验矢量 $U_{i,G}$ 个体中至少有一个参数来自于变异矢量 $V_{i,G}$,从而避免了实验个体与父代个体矢量相同。

选择:将通过差分变异产生的实验个体,与父代个体进行一对一的贪婪筛选,较优者胜出,成为下一代的新个体,选择过程如下式:

$$\omega_{i,G+1} = \begin{cases} U_{i,G}, & \text{if } E(U_{i,G}) \leq E(\omega_{i,G}) \\ \omega_{i,G}, & \text{otherwise} \end{cases}, \quad (19)$$

式中: E 称为评价函数,文中采用均方根误差函数来评价网络的训练情况。

$$E = \left[\sum_{k=1}^M (y_k - y_{\text{goal}})^2 / M \right]^{1/2}, \quad (20)$$

式中: M 为训练样本数量; y_k 为傅里叶神经网络输出的编码器值; y_{goal} 为高精度基准编码器值,即神经网络的学习目标。

4 测量实验与结果

4.1 网络训练

以 23 位高精度编码器(精度 $\leq 2''$)作为网络学习基准,采用文中方法对长春光机所生产的某型号 16 位小型光电编码器进行了长周期误差修正实验。该小型光电编码器由 8 位粗码和 8 位精

码组成,分辨力为 20"。为避免细分误差对实验的影响,训练数据采样点选在精码数据全零的位置,且在编码器全周每隔 5.625°采集一点,共采集 64 点作为网络的训练样本。为减轻网络训练的负担,训练前对采样数据进行了异常点剔除和归一化处理,图 3 所示为网络学习的能力曲线。由图 3 可以看出,基于正交三角函数基的傅里叶神经网络可以对目标数据进行很好的逼近。表 1 为学习得到的网络权值参数。

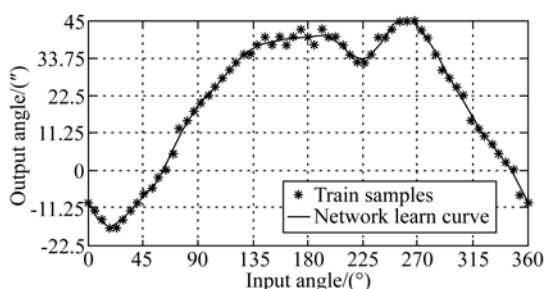


图 3 网络的学习能力曲线

Fig. 3 Learning ability curves of network

表 1 网络参数

Tab. 1 Coefficients of network

ω_n	coefficient	ω_n	coefficient
1	0.474 8	11	-0.234 3
2	-0.533 5	12	-0.141 3
3	-0.165 4	13	0.013 8
4	-0.018 7	14	-0.025 8
5	0.045 0	15	-0.037 5
6	-0.012 4	16	0.011 1
7	-0.012 7	17	-0.018 9
8	0.005 0	18	-0.012 2
9	-0.001 2	19	-0.000 2
10	0.007 5		

为验证本文引入模拟退火策略的差分进化学习算法的有效性,比较了标准差分进化算法和优化后算法对训练样本的学习效率,如图 4 所示。从图中可以看出,优化前收敛速度较慢,种群进化到 600 代后满足终止条件,优化后的算法在开始阶段无明显优势,随着进化代数的增加,收敛速度加快,种群进化到 400 代时已满足终止条件。由此可知,引进了模拟退火策略的差分进化算法不

但具有较强的全局收敛能力,同时具有较快的收敛速度。

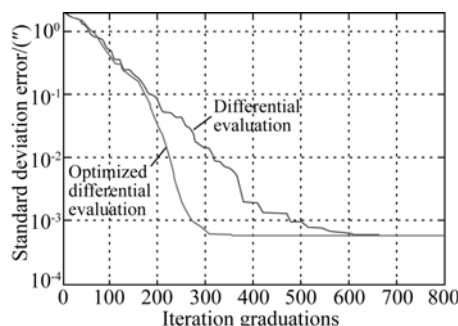


图 4 优化前后学习效率比较

Fig. 4 Learning efficiency comparison before and after optimizations

4.2 网络泛化能力测试

神经网络的泛化能力是衡量网络性能的重要指标。泛化能力强的网络不仅对已学习的样本能够给出正确的输出,当网络输入训练未出现的信号时,也能够映射出正确的输出结果。为测试本文基于正交三角函数基的傅里叶神经网络的泛化能力,采集每个训练样本点后一个粗码当量(1.406 25°)处的值作为第一组测试样本,两个粗码当量处的值作为第二组测试样本,三个粗码当量处的值作为第三组测试样本,对网络进行了泛化能力测试。测试结果如图 5 所示。

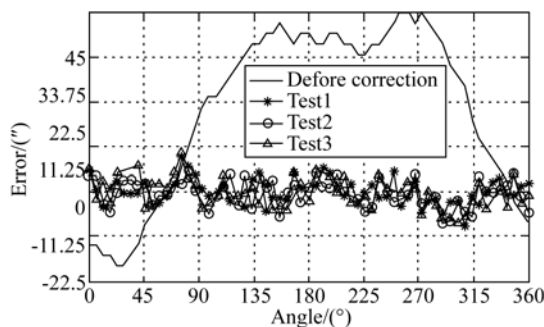


图 5 修正前后长周期误差比较

Fig. 5 Comparison of long-period errors before and after corrections

从图 5 可以看出,修正前小型光电编码器长周期误差最大值为 45",最小值为 -17.5"。修正后误差的最大值为 10",最小值为 -8.75"。

表 2 列出了小型光电编码器长周期误差修正前后 3 组测试样本的标准偏差:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}. \quad (21)$$

表 2 长周期误差标准偏差比较

Tab. 2 Comparison of standard deviations of long-period errors

Sample	$\sigma/(\prime)$
Before correction	20.3
Test 1	3.26
Test 2	3.38
Test 3	3.72

从表 2 可以看出,采用文中提出的长周期误差修正方法对小型光电编码器进行误差修正,编码器的标准偏差由修正前的 20.3"减小到了 4"以

内,精度提高了 5 倍。

5 结 论

本文采用引进模拟退火策略的差分进化算法对网络训练求解权值,使网络在训练初期具有较强的全局搜索能力,在训练后期则具有较强的局部搜索能力,从而在保证算法精度的同时提高了收敛速度。

利用文中方法对小型光电编码器长周期误差进行修正处理,编码器的峰值误差由 45" ~ -17.5"减小到 10" ~ -8.75",标准偏差由修正前的 20.3"减小到修正后的 4"以内。结果表明,误差修正方法可显著提高编码器精度,对于研制绝对式和增量式高精度编码器具有重要意义。

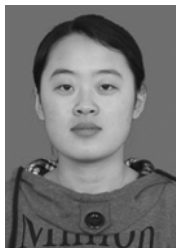
参考文献:

- [1] 齐荔荔,万秋华. 图像式光电编码器的测角技术及其硬件实现[J]. 光学学报, 2013, 33(4):0412001.
QI L L, WAN Q H. Angle-Measurement Technology of an Optical Pattern Rotary Encoder and Its Hardware Implementation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(4):0412001-1-10. (in Chinese)
- [2] 孙莹,万秋华,王树洁,等. 航天级光电编码器的信号处理系统设计[J]. 光学精密工程, 2010, 18(5):1182-1188.
SUN Y, WAN Q H, WANG SH J, *et al.*. Design of signal process system for spaceborne photoelectric encoder [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(5):1182-1188. (in Chinese)
- [3] 刘长顺,王显军,韩旭东,等. 八矩阵超小型绝对式光电编码器 [J]. 光学精密工程, 2010, 18(2): 326-333.
LIU CH SH, WANG X J, HAN X D, *et al.*. Ultra miniature absolute optical encoders based on eight-matrix coding [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(2):326-333. (in Chinese)
- [4] 王显军. 光电轴角编码器细分信号误差及精度分析 [J]. 光学精密工程, 2012, 20(2):379-386.
WANG X J. Errors and precision analysis of subdivision signals for photoelectric angle encoders [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2012, 20(2):379-386. (in Chinese)
- [5] WATANABE T, FUJIMOTO H, MASUDA T. Self-calibratable rotary encoder [C]. *Journal of Physics: Conference Series*, IOP Publishing, 2005, 13(1):240.
- [6] JUST A, KRAUSE M, PROBST R, *et al.*. Comparison of angle standards with the aid of a high-resolution angle encoder [J]. *Precision Engineering*, 2009, 33(4):530-533.
- [7] 张礼松,管炳良. 关节坐标测量机研制中圆光栅误差修正技术[J]. 计测技术, 2007, 27(4):41-44.
ZHANG L S, GUAN B L. Error correction and its application to multi-joint CMM research [J]. *Metrology&Measurement Technology*, 2007, 27(4):41-44. (in Chinese)
- [8] XIE S, ZHANG X, CHEN S, *et al.*. Hybrid neural network models of transducers [J]. *Measurement Science and Technology*, 2011, 22(10):105201.
- [9] 高贯斌,王文,林铿,等. 圆光栅角度传感器的误差补偿及参数辨识[J]. 光学精密工程, 2010, 18(8):1766-1772.
GAO G B, WANG W, LIN K, *et al.*. Error compensation and parameter identification of circular grating angle sensors [J]. *Opt. Precision Eng.*, 2010, 18(8):1766-1772. (in Chinese)

- [10] STORN R, PRICE K. Differential evolution—a simple and efficient heuristic for global optima-

tion over continuous spaces[J]. *Journal of Global Optimization*, 1997, 11(4):341-359.

作者简介:



冯英翘(1986—),女,吉林长春人,博士研究生研究生,2009年于长春理工大学通信工程专业获得学士学位,主要从事光电位移精密测量技术及光电编码器方面的研究。E-mail: fengyingqiao_6562@163.com



万秋华(1962—),女,吉林长春人,工学博士,研究员,博士生导师,主要从事光电位移精密测量技术及高精度光电轴角编码器等方面的研究。E-mail: wanqh@ciomp.ac.cn

(版权所有 未经许可 不得转载)