阿达玛变换光谱仪狭缝衍射的编码修正

李 博,王淑荣*,黄 煜,王俊博

中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033

摘 要 根据阿达玛变换光谱仪的原理与狭缝衍射特性,分析了光谱仪入射狭缝衍射对阿达玛变换光谱仪 测量结果造成影响,对衍射情况下的阿达玛变换光谱仪的仪器结构矩阵进行了研究,得出了衍射情况下阿 达玛变换光谱仪的编/解码方法,通过对入射光谱的还原分析,验证了编码/解码的正确性。该方法对阿达玛 变换光谱仪的高精度光谱测量具有重要意义。

关键词 阿达玛变换;编码;衍射 中图分类号:O433.1 文献标识码:A

DOI: 10. 3964/j. issn. 1000-0593(2013)08-2277-03

引 言

阿达玛变换光谱仪是基于平面波函数的一种变换,高信 噪比、单探测器多光谱通道同时检测等优点,特别适用于微 弱信号光谱测量及图像分析,在荧光、红外和拉曼光谱成像 等方面都有重要应用^[1-1]。

近年来,国内外对阿达玛变换光谱仪研究十分关注,人 们对阿达玛光谱仪各种编码技术进行了大量研究^[5-8]。阿达 玛变换光谱仪的模板一般根据循环矩阵 *S* 制作。由于循环 *S* 矩阵是左循环矩阵,因此从原理上讲可根据循环 *S* 矩阵的第 一行将阿达玛模板设计成左向循环移动式一维模板,并用来 对一维光谱进行多通道分辨。如果用单个探测器检测一维编 码信号,仪器可获得一维信息。因此如果将一维模板折叠成 二维模式,则可实现空间信息的多通道分辨,用单个线性阵 列探测器即可获得丰富的二维信息^[9-11]。

然而,编码模板的"ON"与"OFF"状态对于阿达玛编码 的S矩阵而言并不是真正的"0"与"1",对与入射狭缝较小的 单色仪会产生衍射,这会严重影响阿达玛变换成像光谱仪的 测试精度^[12]。

根据阿达玛变换光谱仪原理与狭缝衍射特性,研究了狭 缝衍射对阿达玛变换光谱仪编码的影响,获得了衍射情况下 的阿达玛变换光谱仪的编/解码方法,对仪器的高精度光谱 测量具有重要意义。

1 衍射情况下的焦面光谱分布

对于单入射狭缝、出缝掩膜的阿达玛变换光谱仪而言, 入射光束能够填满出射狭缝,单色仪的输出信号为各种波长 的光谱辐射。单色仪输入函数表示为 $F(\nu)$, ν 为波数。对于 一般的光谱仪系统,出射狭缝与出射掩膜相当于线性系统, 如果输入为复色光且包含单色光 ν_0 ,输入函数可表示为 $F(\nu)$ = $\delta(\nu-\nu_0)$,单色仪出射焦平面的响应可表示为 $H(\nu-\nu_0)$, $H(\nu-\nu_0)$ 是单色仪对于单色光 ν_0 的光谱响应,可称为仪器 的脉冲响应或点扩散函数。不管仪器入缝窄到什么程度,由 于像差与衍射的影响,仪器的点扩散函数不可能集中于一 点。仪器出缝强度分布可表示为

$$G(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\nu_0) H(\nu - \nu_0) d\nu_0$$
 (1)

对于不存在衍射与像差情况理想的仪器,G(v) = H(v), 实际情况的仪器, $G(v) \neq H(v)$ 。严格意义上讲,G是一个位 置函数,而不是一个波数函数,取决于出射焦平面位置。在 出缝焦平面位置上,波数 v_1 到 v_2 范围内,探测器输出取决于 经狭缝面积的出射强度分布。

Con

$$\eta(\nu_{1}, \nu_{2}) = \int_{\nu_{1}}^{2} G(\nu) d\nu + e =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(\nu_{0}) d\nu_{0} \int_{\nu_{1}}^{\nu_{2}} H(\nu - \nu_{0}) d\nu + e =$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(\nu_{0}) S(\nu_{0}; \nu_{1}, \nu_{2}) d\nu_{0} + e \qquad (2)$$

收稿日期: 2013-02-22,修订日期: 2013-05-05

基金项目:国家自然科学基金项目(41074126)资助

作者简介: 李 博, 1981 年生, 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所助理研究员 e-m * 通讯联系人 e-mail: shurongw@163.com

e-mail: libo0008429@163.com

式中,e为误差函数,取决于探测器噪声, $S(\nu_0; \nu_1, \nu_2)$ 定义为

$$S(\nu_0; \nu_1, \nu_2) = \int_{\nu_1}^{\nu_2} H(\nu - \nu_0) d\nu$$
(3)

 $S(\nu_0; \nu_1, \nu_2)$ 称为仪器的狭缝函数,表示当入射光束包 含波数, ν_0 为单色光时,在波数 ν_1 到 ν_2 的范围出射内焦平面 辐射强度。图 1 为衍射情况时仪器的脉冲响应。图 2 表示入 缝的衍射脉冲响应,根据高级光学的狭缝衍射可知: $H(\nu - \nu_0) = \sin c^2 (\nu - \nu_0)$, $\sin cx = (\sin x) / x^{[13]}$ 。图 1 中 $H(\nu - \nu_0)$ 的脉冲宽度为 2d。相对应的狭缝函数见图 2。







Fig. 2 The slit function in diffraction

2 衍射情况下的光谱测量

通常情况下,测量光谱时色散仪器把光谱信号分成 n 个 通道,每个通道的强度用小段直线连接起来,如果 *n* 足够大, 连起来的光谱就近似为一条曲线。输入光谱 F(v) 可以假设 图 3 中的为分段的线性曲线,光谱被分成 *n* 段: $\theta'_0\theta'_1$, $\theta'_1\theta'_2$, …, $\theta'_{n-1}\theta'_n$,对应的狭缝掩模板的狭缝位置为: $\theta_0\theta_1$, $\theta_1\theta_2$, …, $\theta_{n-1}\theta_n$, a_i 表示 $\theta_i\theta_{i+1}$ 段的中心强度。



Fig. 3 The input function of linearity spectrum

对于阿达玛变换光谱仪,探测器可对多个狭缝的信号 (*n* 个通道)同时接收。*n* 个狭缝位置表示为: $\theta_0\theta_1$, $\theta_1\theta_2$,…, $\theta_{n-1}\theta_n$,狭缝的开关构成编码的结构矩阵 $W = (w_{ij})$, $w_{ij} = 1$ 表示第 *j* 个狭缝第 *i* 次编码时处于开状态,同理, $w_{ij} = 0$ 表 示处于关状态。其中, $0 \le i$, $j \le n$ 。如果阿达玛变换光谱仪编 码模板上第 *j* 个狭缝处于开状态,光通过这个狭缝的信号可

表示为 :
$$\sum\limits_{k=0} t_{j-k} a_k$$
,第 i 次测量通过该狭缝的光信号可表示为

$$t_{j}^{i} = \sum_{k=0}^{m-1} t_{j-k}^{i} a_{k}$$
(4)

式中, t_{j-k} 为仪器常数, 表示入射辐射通过狭缝 j 的量, k 表示某个光谱区间。探测器第 i 次测量信号可表示为

$$\boldsymbol{\eta}_i = \sum_{k=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{n-1} t_{j-k}^i \boldsymbol{w}_{ij} \boldsymbol{a}_k + \boldsymbol{e}_i$$
(5)

其中, $\eta = (\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_{n-1})^{\mathrm{T}}$, $a = (a_0, a_1, \dots, a_{n-1})^{\mathrm{T}}$, $e = (e_0, e_1, \dots, e_{n-1})^{\mathrm{T}}$, 根据式(5)可以得出

$$\boldsymbol{\eta} = TWa + e \tag{6}$$

T为仪器的转换矩阵,在理想情况下,T是单位矩阵 I。 实际上,由于狭缝衍射存在,光学系统辐射分散到邻近掩模 位置。因此,T对角线处数值要小于 1,对角线邻近位置要大 于 0。

对于入射狭缝为窄狭缝,系统存在衍射情况时,系统脉 冲响应函数表示为

$$H(\nu - \nu_0) = 2\operatorname{sinc}^2(2\pi(\nu - \nu_0))$$
(7)

根据图 1 和图 2, d=1, 假设出射狭缝宽为 1(可任取), $\theta_{j+1} - \theta_j = 1$, 第 j 个狭缝第 i 次测量贡献比例为

$${}^{i}_{j} = \sum_{r=0}^{n-1} \int_{\theta_{r+1}-1/2}^{\theta_{r+1}+1/2} \{a_{r} + (a_{r+1} - a_{r})(\nu_{0} - \theta_{r+1} + 1/2)\} d\nu_{0} \cdot \int_{\theta_{j}}^{\theta_{j}+1} 2\operatorname{sinc}^{2} 2\pi(\nu - \nu_{0}) d\nu$$
(8)

根据式(4)可知

τ

$$\tau_{i}^{i} = \tau_{0}^{i} + (\tau_{1}^{i}a_{j-1} + \tau_{-1}^{i}a_{j+1}) + \cdots$$
(9)

对于经典码盘式编码模板,仪器的转换矩阵 T 为对称循 环矩阵,

u_0	u_1	•••	u_3	u_2	u_1
u_1	u_0	•••	u_4	u_3	u_2
	•••••		•••••	•••••	•••
u_1	u_2		u_2	u_1	u_0

对式(8)与式(9)进行 matlab 数值分析,可得出第一行为 (0.902 8,0.031 8,0.006 7,0.002 9,0.001 6,0.001 0, 0.000 7,0.000 4,0.000 3,0.000 2,0.000 2,0.000 1, 0.000 1,0.000 1,...,0.000 7,0.001 0,0.001 6,0.002 9, 0.006 7,0.031 8)

3 光谱验证

根据 η=TWa+e 可得出仪器经阿达玛变换后获得的光 谱为 $a=W^{-1}T^{-1}η-W^{-1}T^{-1}e$ (10) 为了方便讨论,忽略光谱噪声与调制信息,当仪器仅为 普通单色仪时,当 $\alpha = (0, 0, 1, \dots)$ 时,

 $\eta = T \alpha = (0, 006 \ 7, 0, 031 \ 8, 0, 902 \ 8,$

0.0318,0.0067,0.0029,…) (11) 理论上,仪器狭缝函数为图2中实线曲线。忽略结构矩 阵 T 后,α=(0.0067,0.0318,0.9028,0.0318,0.0067, 0.0029,…),数值分散,经数值分析,仪器狭缝函数为图4 中虚线,与标准值存在较大误差。这也说明:在仪器入射狭 缝足够小、存在衍射情况下,阿达玛变换编码与解码中引入 仪器结构矩阵是非常必要的。

4 结 论

根据阿达玛变换光谱仪的原理与狭缝衍射特性,分析了 光谱仪入射狭缝衍射对阿达玛变换光谱仪测量结果造成影 响,对衍射情况下的阿达玛变换光谱仪的仪器结构矩阵进行



了研究,得出了阿达玛变换谱仪衍射情况下的编/解码方法, 通过对入射光谱的还原分析,验证了编码/解码的正确性。 该方法对阿达玛变换光谱仪的高精度光谱测量具有重要意 义。

References

- [1] Jaka Katrašnik, Miran Bürmen, Franjo Pernuš, et al. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 2010, 101: 1.
- [2] Alberto E Saal, Erik H Hauri, Mauro L Cascio, et al. Nature, 2008, 454: 192.
- [3] Rainer R, Seifert T. SPIE, 1999, 3680: 406.
- [4] Rainer R, Ulrich D. SPIE, 1999, 3753: 203.
- [5] Rainer R, Wutting A. SPIE, 2001, 4561: 339.
- [6] Thomas S, Rainer R. SPIE, 1999, 3878: 155.
- [7] Crocker J H, Atkinson C B, Ebbets D C. SPIE, 2000, 4013: 2
- [8] Srott R, Carrie A, et al. SPIE, 2000, 4013: 27.
- [9] Hanley Q S, Verveer P J, Jovin T M. Appl. Spectrosc., 1999, 53(1): 1.
- [10] Frederic Zamkotsian, Patrick Lanzoni, Emmanuel Grassi. SPIE, 2010, 7731.
- [11] Frederic Zamkotsian, Patrick Lanzoni, Thierry Viard, et al. SPIE, 2009, 7208.
- [12] JIA Hui, LI Fu-tian(贾 辉, 李福田). Optics and Electrics Engineering(光电工程), 2003, 30: 4.
- [13] LIANG Zhu(梁 柱). Optics Theory Tutorial(光学原理教程). Beijing: Beihang University Press(北京:北京航空航天大学出版社), 2005. 47.

The Coding Correction of Slit Diffraction in Hadamard Transform Spectrometer

LI Bo, WANG Shu-rong*, HUANG Yu, WANG Jun-bo

Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China

Abstract According to the principles of Hadamard transform spectrometer and the slit diffraction characteristics, the influence of spectrometer entrance slit diffraction of Hadamard transform spectrometer on the measurement result was analyzed, for the diffraction case, the Hadamard transform spectrometer instrument structure matrix was studied, and the Hadamard transform spectrometer encoding/decoding method was established. The analysis of incident spectral verified the correctness of the coding/ decoding. This method is very important for the high precision measurement of Hadamard transform spectrometer.

Keywords Hadamard transform; Coding; Diffraction

* Corresponding author

(Received Feb. 22, 2013; accepted May 5, 2013)