

文章编号: 1002-1582(2011)06-0718-05

## 光学系统调制传递函数的敏感性分析<sup>\*</sup>

袁涛, 何欣

(中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)

**摘 要:** 光学元件、结构件的加工和光机系统的装校会导致光学系统的入瞳孔径尺寸和焦距偏离设计值, 从而导致光学系统  $F$  数的改变, 并且光学系统在光谱谱段内成像, 光学系统的空间截止频率也在改变。分析了入瞳孔径尺寸  $D$  (100 ~ 1000mm)、焦距  $f'$  (400 ~ 2000mm)、 $F$  数 (4 ~ 20)、光谱波长  $\lambda$  (350 ~ 800 nm) 的变化对光学系统 MTF 的影响。结果表明: 增大入瞳孔径尺寸  $D$ 、空间截止频率  $f_c$ , 有利于提高光学系统的 MTF; 增大焦距  $f'$ 、 $F$  数、波长  $\lambda$  和归化频率  $\mu$ , 会降低光学系统的 MTF。MTF 对  $\lambda$  的敏感度是 MTF 对  $F$  的敏感度的  $F/\lambda$  倍, MTF 对  $D$  的敏感度是 MTF 对  $f'$  的敏感度大小的  $F$  倍, 且方向相反。对于成像光谱谱段较宽的光学系统, 应注意波长  $\lambda$  对 MTF 的影响。

**关 键 词:** 光学系统; 调制传递函数; 敏感性分析

中图分类号: O435 文献标识码: A

## Sensitivity analysis of MTF of optical system

YUAN Tao, HE Xin

(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,  
Chinese Academy of Science, Changchun 130033, Jilin, China)

**Abstract:** Optical component and mechanical component manufacture, and assembling and calibration of optical and mechanical system will result in departure of entrance pupil aperture dimension and focus of optical system from their design value, and change of  $F$  number of optical system consequently. In addition, imaging of optical system uses spectrum bands, so spatial cutoff frequency of optical system is also in changing. The influence to optical system MTF on change of entrance pupil aperture dimension  $D$  (100 ~ 1000mm), focus  $f'$  (400 ~ 2000mm),  $F$  number (4 ~ 20) and spectrum wavelength  $\lambda$  (350 ~ 800 nm) is analyzed. The results show that increasing entrance pupil aperture dimension  $D$ , spatial cutoff frequency is good to enhance MTF, and increasing focus  $f'$ ,  $F$  number, wavelength  $\lambda$ , and naturalized rate  $\mu$  will decrease MTF of optical system. Sensitivity of MTF to  $\lambda$  is  $F/\lambda$  times of sensitivity of MTF to  $F$ , and sensitivity of MTF to  $D$  is  $F$  times of sensitivity of MTF to  $f'$ , and they have opposite directions. The influence of wavelength  $\lambda$  to MTF is considered when an optical system images in a quite wide spectrum bands.

**Key words:** Optical system; MTF; Sensitivity analysis

## 0 引 言

由于光学元件、结构件的加工制造<sup>[1]</sup>和光机系

统的装校会导致光学系统的入瞳孔径尺寸和焦距偏离设计值, 以及光学系统在光谱谱段内成像, 因此可将相机镜头的入瞳孔径尺寸、焦距和成像光谱等作

\* 收稿日期: 2011-05-12 E-mail: yt.icepoint@yahoo.com.cn

基金项目: 国家自然科学基金项目(60538020)

作者简介: 袁涛(1980-), 男, 副研究员, 博士, 主要从事空间光学传感器的结构设计和动力学减振研究。

通讯作者: 何欣(1970-), 男, 研究员。E-mail: hexinxp@yahoo.com.cn

为设计变量。

敏感性分析有助于获得对目标函数影响较大的设计变量,并能够分析各变量对目标函数的影响程度。将敏感性分析运用到空间光学领域,对于获得影响光学系统 MTF 较大的设计因素,分析各设计变量对光学系统 MTF 的影响程度,为控制相机镜头的成像质量提供参考。

赵瑜<sup>[2]</sup>等人研究了光学系统的波面不均匀性对 MTF 理论值的影响;耿文豹<sup>[3]</sup>等人研究了振动对光学成像系统传递函数的影响;本文将入瞳口径尺寸  $D$ 、焦距  $f'$ 、 $F$  数、光谱波长  $\lambda$ 、空间截止频率  $f_{oc}$ 、空间频率  $f$ 、规划频率  $\mu$  等作为变量,分别研究了各变量的变化对光学系统 MTF 的影响程度,也就是光学系统 MTF 对各变量的敏感性。

### 1 光学系统的 MTF

圆孔径、无遮拦光学系统的理论 MTF 可由式(1)表示<sup>[4]</sup>:

$$MTF = \frac{2}{\pi} [\arccos \mu - \mu \sqrt{1 - \mu^2}] \quad (1)$$

式中  $\mu$  为归化频率。

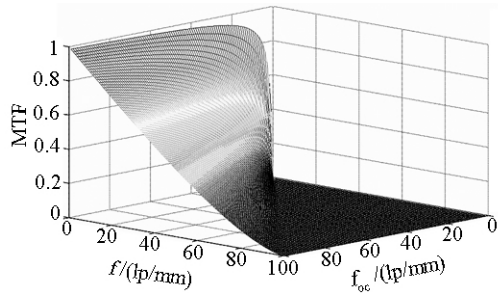


图 2 光学系统的 MTF( $f, f_{oc}$ )

将式(3)代入式(2),进而将式(2)代入式(1),光学系统的 MTF 可表示为如图 3 所示的曲面簇。由图 3 可以看出:当  $F$  一定时,MTF 随着  $\lambda$  的增大而降低;当  $\lambda$  一定时,MTF 随着  $F$  的增大而降低。

$$F = f' / D \quad (4)$$

式中:  $D$  为入瞳口径尺寸;  $f'$  为焦距。

将式(4)代入式(3),进而将式(3)代入式(2),然后将式(2)代入式(1),光学系统的 MTF 可表示为如图 4 所示的曲面簇。由图 4 可以看出:当  $D$  一定时,MTF 随着  $f'$  的增大而降低;当  $f'$  一定时,MTF 随着  $D$  的增大而增大。

### 2 光学系统 MTF 的敏感性分析

由式(1)可得 MTF 对  $\mu$  的敏感度公式:

式(1)可表示为如图 1 所示的曲线。由图 1 可以看出,光学系统的 MTF 随着  $\mu$  的增大而单调下降。

$$\mu = \frac{f}{f_{oc}} \quad (2)$$

式中:  $f$  为空间频率,单位为 lp/mm;  $f_{oc}$  为空间截止频率,单位为 lp/mm。

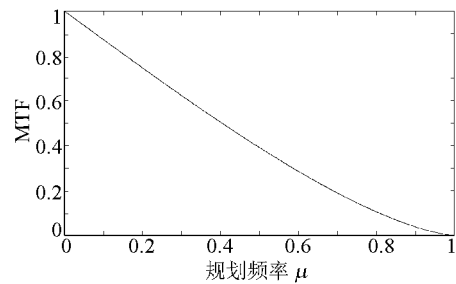


图 1 光学系统的 MTF( $\mu$ )

将式(2)代入式(1),光学系统的 MTF 可表示为如图 2 所示的曲面。由图 2 可以看出:当  $f_{oc}$  一定时,MTF 随着  $f$  的增大而降低;当  $f$  一定时,MTF 随着  $f_{oc}$  的增大而增大。

$$f_{oc} = 1/F\lambda \quad (3)$$

式中:  $F$  为光学系统的  $F$  数;  $\lambda$  为成像光谱的波长,单位为 nm。

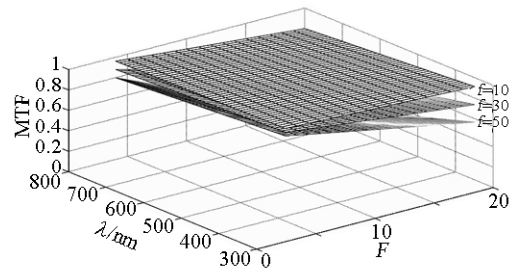


图 3 光学系统的 MTF( $F, \lambda$ )

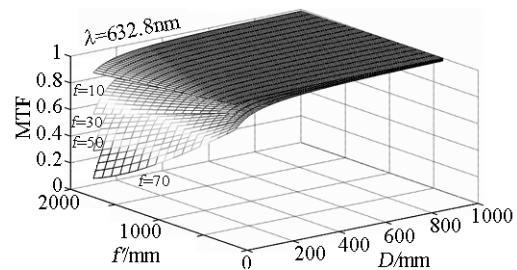


图 4 光学系统的 MTF( $D, f'$ )

$$\frac{dMTF}{d\mu} = -\frac{4}{\pi} \sqrt{1 - \mu^2} \quad (5)$$

式(5)可表示为如图 5 所示的曲线。由图 5 可以看出:  $|dMTF/d\mu| \leq 0$ , 因此 MTF 单调下降;  $|dMTF/d\mu|$  随着  $\mu$  的增大而减小, 因此 MTF 下降的速度逐渐降低。

由式(2)可得

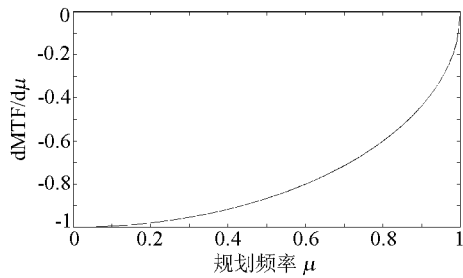


图 5 MTF 对  $\mu$  的敏感度

$$\frac{d\mu}{df_\alpha} = -\frac{f}{f_\alpha^2} \quad (6)$$

MTF 对  $f_\alpha$  的敏感度公式为

$$\frac{dMTF}{df_\alpha} = \frac{dMTF}{d\mu} \frac{d\mu}{df_\alpha} = \frac{4f}{\pi f_\alpha^3} \sqrt{f_\alpha^2 - f^2} \quad (7)$$

MTF 对  $f_\alpha$  的敏感度可表示为如图 6 所示的曲面。由图 6 可以看出： $dMTF/df_\alpha > 0$ ，提高  $f_\alpha$  可以增大 MTF；当  $f$  较小时，MTF 对  $f_\alpha$  的敏感度较大，也就是增大  $f_\alpha$  对提高 MTF 的效果较大。

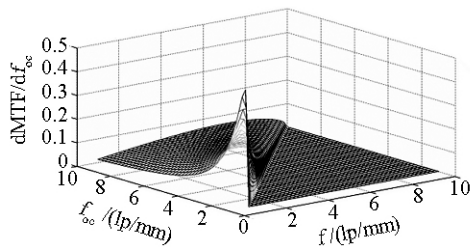


图 6 MTF 对  $f_\alpha$  的敏感度

MTF 对  $F$  的敏感度可表示为如图 8 所示的曲面簇。由图 8 可以看出： $\partial MTF/\partial F < 0$ ，MTF 随着  $F$  的增大而降低；当  $\lambda$  较大时， $|\partial MTF/\partial F|$  的值也较大，MTF 对  $F$  也更为敏感。

由式(10)和式(11)可得

$$\frac{\partial MTF}{\partial \lambda} / \frac{\partial MTF}{\partial F} = \frac{F}{\lambda} \quad (12)$$

由式(12)可见，MTF 对  $\lambda$  的敏感度是 MTF 对  $F$  的敏感度的  $F/\lambda$  倍，不受空间频率  $f$  的影响。由式(4)可得

$$\frac{\partial F}{\partial f'} = \frac{1}{D} \quad (13)$$

$$\frac{\partial F}{\partial D} = -\frac{f'}{D^2} \quad (14)$$

MTF 对  $f'$  的敏感度公式为

$$\begin{aligned} \frac{\partial MTF}{\partial f'} &= \frac{\partial MTF}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial f'} \\ &= -\frac{4f\lambda}{\pi D^2} \sqrt{D^2 - \lambda^2 f'^2} \end{aligned} \quad (15)$$

MTF 对  $D$  的敏感度公式为

由式(3)可得

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial \lambda} = -\frac{1}{F\lambda^2} \quad (8)$$

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial F} = -\frac{1}{F^2\lambda} \quad (9)$$

MTF 对  $\lambda$  的敏感度公式为

$$\begin{aligned} \frac{\partial MTF}{\partial \lambda} &= \frac{dMTF}{df_\alpha} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \lambda} \\ &= -\frac{4fF}{\pi} \sqrt{1 - F^2\lambda^2 f^2} \end{aligned} \quad (10)$$

MTF 对  $F$  的敏感度公式为

$$\begin{aligned} \frac{\partial MTF}{\partial F} &= \frac{dMTF}{df_\alpha} \frac{\partial f_\alpha}{\partial F} \\ &= -\frac{4f\lambda}{\pi} \sqrt{1 - F^2\lambda^2 f^2} \end{aligned} \quad (11)$$

MTF 对  $\lambda$  的敏感度可表示为如图 7 所示的曲面簇。由图 7 可以看出： $\partial MTF/\partial \lambda < 0$ ，MTF 随着  $\lambda$  的增大而降低；当  $F$  较大时， $|\partial MTF/\partial \lambda|$  的值也较大，MTF 对  $\lambda$  也更为敏感。

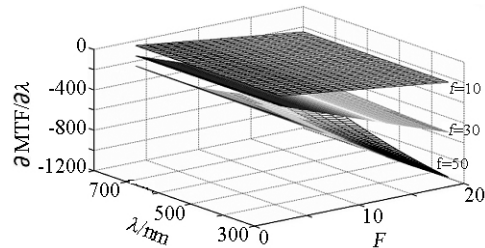


图 7 MTF 对  $\lambda$  的敏感度

$$\begin{aligned} \frac{\partial MTF}{\partial D} &= \frac{\partial MTF}{\partial F} \frac{\partial F}{\partial D} \\ &= \frac{4\lambda f f'}{\pi D^3} \sqrt{D^2 - \lambda^2 f'^2} \end{aligned} \quad (16)$$

MTF 对  $f'$  的敏感度可表示为如图 9 所示的曲面簇。由图 9 可以看出： $\partial MTF/\partial f' < 0$ ，MTF 随着  $f'$  的增大而降低；当  $D$  较小时， $|\partial MTF/\partial f'|$  的值也较大，MTF 对  $f'$  也更为敏感。

MTF 对  $D$  的敏感度可表示为如图 10 所示的曲面簇。由图 10 可以看出： $\partial MTF/\partial D > 0$ ，MTF 随着  $D$  的增大而增大；当  $f'$  较大时， $\partial MTF/\partial D$  的值也较大，MTF 对  $D$  也更为敏感。

由式(15)和式(16)可得

$$\frac{\partial MTF}{\partial f'} / \frac{\partial MTF}{\partial D} = -\frac{D}{f'} = -\frac{1}{F} \quad (17)$$

由式(17)可见，MTF 对  $D$  的敏感度是 MTF 对  $f'$  的敏感度大小的  $F$  倍，且方向相反，不受空间频率  $f$  的影响。

### 3 算例

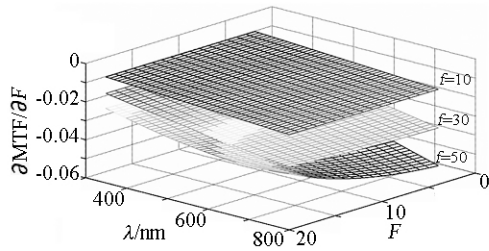


图 8 MTF 对  $F$  的敏感度

对于某焦距  $f'$  为 10m、 $F$  数为 14.3、入瞳直径尺寸  $D$  为 699.3mm、在 380~760nm 光谱谱段内成像的光学系统,其光学系统的 MTF 如图 11 所示,部分 MTF 数据如表 1 所示;MTF 对  $D$  的敏感度如图 12 所示,部分数据如表 2 所示;MTF 对  $f'$  的敏

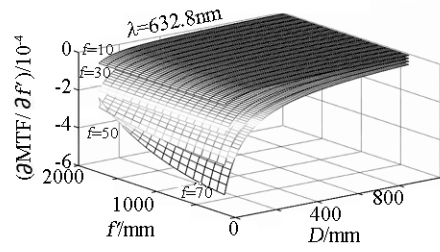


图 9 MTF 对  $f'$  的敏感度

度如图 13 所示,部分数据如表 3 所示;MTF 对  $F$  的敏感度如图 14 所示,部分数据如表 4 所示;MTF 对  $\lambda$  的敏感度如图 15 所示,部分数据如表 5 所示;MTF 对  $f_{oc}$  的敏感度如图 16 所示,部分数据如表 6 所示。

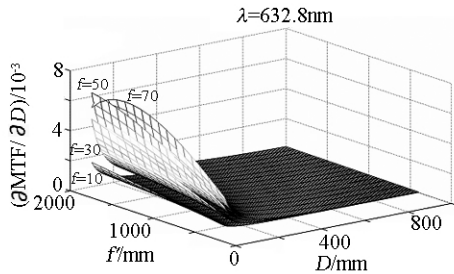


图 10 MTF 对  $D$  的敏感度

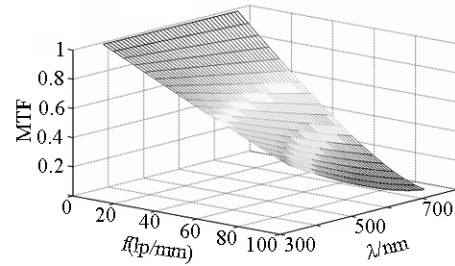


图 11 光学系统的 MTF

表 1 中的  $f$  值 41.7、50 和 62.5 分别对应于  $12\mu\text{m}$ 、 $10\mu\text{m}$  和  $8\mu\text{m}$  像元尺寸 CCD 的 Nyquist 频率值  $f_N$ 。可以看出,当光学系统对较长波长谱段的光谱(如 760nm)成像时,应选用较大像元的 CCD 才能满足 MTF 的要求。

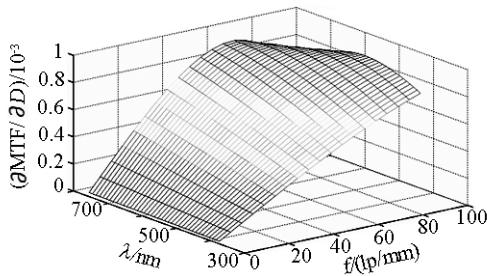


图 12 MTF 对  $D$  的敏感度

表 1 光学系统 MTF 的部分数据

MTF		$f / (\text{lp/mm})$		
		41.7	50	62.5
$\lambda / \text{nm}$	380	0.7140	0.6584	0.5760
	570	0.5757	0.4958	0.3806
	760	0.4434	0.3439	0.2073

表 2 MTF 对  $D$  的敏感度的部分数据

$(\partial\text{MTF}/\partial D)$ $/ \times 10^{-4}$		$f / (\text{lp/mm})$		
		41.7	50	62.5
$\lambda / \text{nm}$	380	4.018	4.761	5.816
	570	5.820	6.775	7.982
	760	7.355	8.306	9.076

当采用  $12\mu\text{m}$  像元尺寸 CCD 时,  $f = f_N = 41.7 \text{ lp/mm}$ , 若入瞳直径增大 10mm, 对于 570nm 波长光谱, 可估算 MTF 的变化为  $5.82 \times 10^{-4} \times 10 = 0.00582$ , 也就是 MTF 增大了 0.00582。

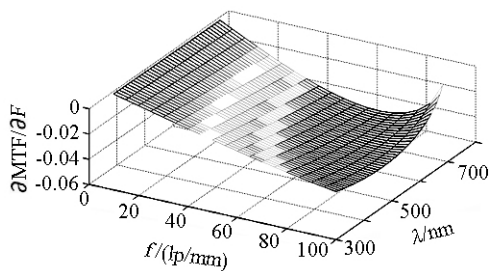


图 13 MTF 对  $f'$  的敏感度

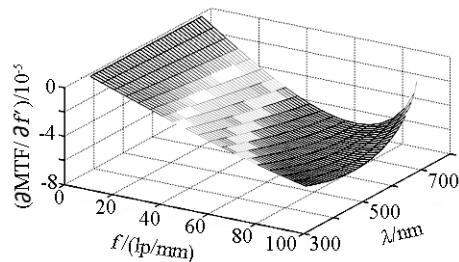


图 14 MTF 对  $F$  的敏感度

表 3 MTF 对  $f'$  的敏感度的部分数据

$(\partial\text{MTF}/\partial f')$ / $\times 10^{-5}$		$f'/(lp/mm)$		
		41.7	50	62.5
$\lambda$ /nm	380	-2.810	-3.329	-4.067
	570	-4.070	-4.739	-5.582
	760	-5.144	-5.808	-6.347

当采用  $10\mu\text{m}$  像元尺寸 CCD 时,  $f = f_N = 50$  lp/mm, 若焦距增大 10mm, 对于 570nm 波长光谱, 可估算 MTF 的变化为  $-4.739 \times 10^{-5} \times 10 =$

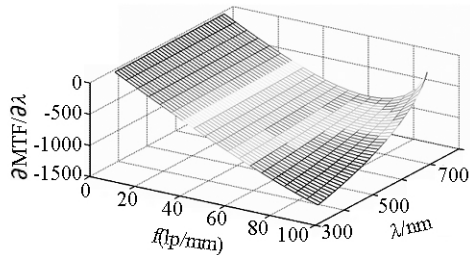


图 15 MTF 对  $\lambda$  的敏感度

表 5 MTF 对  $\lambda$  的敏感度的部分数据

$(\partial\text{MTF}/\partial\lambda)$		$f'/(lp/mm)$		
		41.7	50	62.5
$\lambda$ /nm	380	-739.5	-876.1	-1070.3
	570	-714.0	-831.3	-979.2
	760	-676.8	-764.2	-835.2

表 6 MTF 对  $f_\alpha$  的敏感度的部分数据

$d\text{MTF}/df_\alpha$ / $\times 10^{-2}$		$f'/(lp/mm)$		
		41.7	50	62.5
$f_\alpha$ /(lp/mm)	184.03	1.5	1.8	2.2
	122.68	3.3	3.9	4.5
	92.013	5.6	6.3	6.9

#### 4 结 论

通过对各参数敏感性的分析认为:

(1) 增大入瞳口径尺寸  $D$ 、空间截止频率  $f_\alpha$ , 有利于提高光学系统的 MTF。

(2) 增大焦距  $f'$ 、 $F$  数、波长  $\lambda$  和规划频率  $\mu$ , 会降低光学系统的 MTF。

(3) MTF 对  $\lambda$  的敏感度是 MTF 对  $F$  的敏感度的  $F/\lambda$  倍, 不受空间频率  $f$  的影响。

$-0.0004739$ , 也就是 MTF 降低了  $0.0004739$ 。

表 4 MTF 对  $F$  的敏感度的部分数据

$(\partial\text{MTF}/\partial F)$ / $\times 10^{-2}$		$f'/(lp/mm)$		
		41.7	50	62.5
$\lambda$ /nm	380	-1.97	-2.33	-2.84
	570	-2.85	-3.31	-3.90
	760	-3.60	-4.06	-4.44

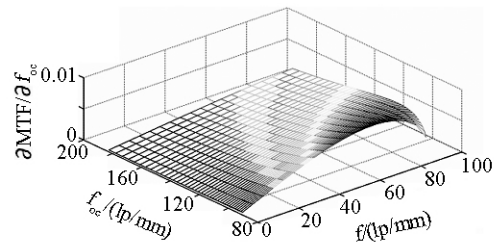


图 16 MTF 对  $f_\alpha$  的敏感度

(4) MTF 对  $D$  的敏感度是 MTF 对  $f'$  的敏感度大小的  $F$  倍, 且方向相反, 不受空间频率  $f$  的影响。

#### 参考文献:

[1] 张峰. 高精度离轴凸非球面反射镜的加工及检测[J]. 光学·精密工程, 2010, 18(12): 2557~2563.  
Zhang Feng. Fabrication and testing of precise off-axis convex aspheric mirror[J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(12): 2557~2563. (in Chinese)

[2] 赵瑜, 沙定国. 光学系统的波面不均匀性与 MTF 理论值的计算精度[J]. 光学技术, 1995, (6): 32~35.  
Zhao Yu, Sha Dingguo. Effect of the non-homogeneity of exit beam energy on the computational accuracy of the MTF[J]. Optical Technology, 1995, (6): 32~35. (in Chinese)

[3] 耿文豹, 翟林培, 丁亚林. 振动对光学成像系统传递函数影响的分析[J]. 光学·精密工程, 2009, 17(2): 314~320.  
Geng Wenbao, Zhai Linpei, DING Yalin. Analysis of influence of vibration on transfer function in optics imaging system[J]. Optics and Precision Engineering, 2009, 17(2): 314~320. (in Chinese)

[4] 杨秉新. TDICCD 相机的相对孔径与器件像元尺寸关系的研究[J]. 航天返回与遥感, 2001, 22(2): 9~12.  
Yang Bingxin. Investigation on the Relationship of Relative Aperture to Pixel Dimensions for TDICCD Camera[J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2001, 22(2): 9~12. (in Chinese)