文章编号:1008-0570(2011)03-0192-02

四阶龙格 _ 库塔法在火控解算中的应用

Fourth_order Runge-Kutta method is applied in the fire control computation

(中科院长春光学精密机械与物理研究所) 李 丹
LI Dan

摘要:高炮外弹道微分方程组的实时解算一直是火控领域中一项重点的研究课题。本文介绍了以弹丸质心运动为模型的外弹道微分方程组的龙格库塔解法。同时给出了使用龙格-库塔算法对其进行实时积分解算的流程, 并通过 MATLAB 仿真验证,对从事火控系统设计和论证工作有参考意义。

关键词: 高炮; 火力控制; 实时弹道解算; 龙格 _ 库塔法
中图分类号: TP274.2 文献标识码: A

Abstract: The real-time solution for differential equations of exterior ballistic on antiaircraft artillery is an important research problem in fire-control domain.. This paper introduces t he differential equations of exterior ballistic according to t he model of mass center motion of projectile.Moreover , it also gives the flow of real-time integral solution by t he Runge-Kutta algorithm, simulate by MATLAB.The operation applied in the work of current fire control can be improved effectively.

Key words: antiaircraft gun; fire control; real - time ballistic computation; Runge - Kutta method

技术创新

引言

我国的近程防空反导武器体系是以高炮为主、高炮与防空导弹结合的体系。单纯的防空导弹,射击的是目标现在点或不完全提前点,要求导弹的存速一定要超过目标飞行速度才能命中。相比防空导弹,高炮射击的是目标未来点,即使弹丸存速低于目标飞行速度也能命中。配备光电火控系统的高炮群对低空近程的快速目标,具有火力猛、反应快、飞行时间短、机动灵活、抗电子干扰能力强的作战特点, 在打击低空大量来袭目标时将成为防空体系中一道必不可少的屏障。

准确、实时地求出射击诸元(射击诸元指的是将弹头送抵目标区域所相应的火炮身管的方位角和高低角, 对具有时间引信的弹丸还包括引信分化) 并控制武器系统对目标实行精确打击是高炮火控系统的核心任务。目前有两种求取射击诸元的可能方法,一种是利用射表求解,即通过对射表数据多维插值或以连续解析函数逼近高炮射表来求取射击诸元及有关参数, 其存在拟合公式误差、采用微分法修正非标准弹道气象条件的非线性误差,通用性差等缺点。另一种是直接求解弹道微分方程,它具有通用性好、精度高等特点,但需多次弹道迭代才能得到满足精度要求的结果。因此实时性不强。

1 基础理论

1.1 解相遇问题

火控解算的核心问题是解决武器命中问题, 亦即火控解算的最终目的是解相遇问题。

如图 1 所示高炮位 O 于点对空中目标射击, 目标 t 时刻位于 M 点处,它相对于高炮的斜距离为 D,由于目标快速运动,当高炮向 M 点发射炮弹时,在不考虑随机因素作用下,炮弹经一定飞行时间到达 M 点,而此时目标已经飞到航路前方的 Mq 点,所以这种射击是不能命中目标的。为了使炮弹命中目标,在 t 时刻高炮必须提前就向 Mq 点瞄准射击, 这样炮弹和目标才有可能同时到达该点。显然 Mq 点的位置取决于炮弹的飞行时间和目标的运动方式,把它称为目标与炮弹的“相遇点”。目标由 M 点飞行到 Mq 点所用的时间必须与炮弹飞行时间相等, 故炮弹飞行时间又称为目标运动“提前飞行时间”,记为 t_f。在炮弹飞行时间内目标运动的距离称为“提前量”,用 S 表示。Mq 点随目标的运动连续变化,这样高炮才能做到随时射击。

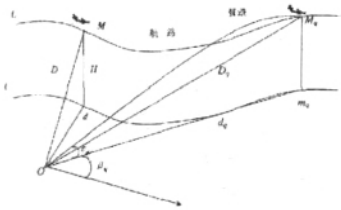

图 1 高炮对空中运动目标射击示意图

飞行时间一定,提前量 S 唯一地取决于目标运动规律,假定目标按匀速直线规律飞行。可得目标运动的矢量方程:

$$D_q = D + S = S + v \cdot t_f \tag{1}$$

将公式(1)投影到 OXYZ 直角坐标系中,得到命中方程组为:

$$\begin{cases} x_q = x_0 + f_x(t) \\ y_q = y_0 + f_y(t) \\ H_q = H_0 + f_h(t) \\ D_q = f(t) \equiv \left[x_q^2 + y_q^2 + H_q^2 \right]^{\gamma} \end{cases} \quad (D_q > 0, t \geq 0) \tag{2}$$

1.2 直角坐标系下弹丸质心运动方程组

①弹丸在全部飞行时间内章动角 $\delta = 0$;

②弹丸的形状和质量分布都是轴对称的;

③弹道空间具有标准的气象条件;

④弹道空间的地表为平面,重力加速度取平均值 $g = 9.8 m/s^2$ 方向垂直于地平面;

⑤忽略地球自转产生的科氏加速度。

李 丹: 助理研究员

根据外弹道理论,可得出弹丸在直角坐标系中,以时间 t 为自变量的运动方程组:

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = -CH(y)G(v)u \\ \frac{d\omega}{dt} = -CH(y)G(v)\omega - g \\ \frac{dx}{dt} = u \\ \frac{dy}{dt} = \omega \end{cases} \tag{3}$$

(3)式中 u,ω 分别为弹丸初速在 x,y 坐标系投影轴上的分速度,H(y)为空气密度函数,随高度 y 变化,在 y≤10000m 时,有足够正确的经验公式:$H(y)=(20000-y)/(20000+y)$, $G(v)$为空气阻力函数,$G(v)=4.737\times10^{-4}vC_{x_0}(v/\alpha)$, $C_{x_0}(v/\alpha)$ 为标准阻力系数,α 为音速, v/α 为弹丸的马赫数。

方程的初始条件:

$$t=0,\ x=0,\ y=0,\ v_x=v_{x0}=v_0\cos\alpha_0,\quad v_y=v_{y0}=v_0\sin\alpha_0 \tag{4}$$

2 迭代求解过程

2.1 算法应用

在火控弹道解算中,有两种情况:一种是已知 c,v_0,X 决定火炮的仰角,另一种情况是已知 c,v_0,θ_0 确定射程。本文采用第二种方法。外弹道解法是常微分方程组的初值问题,也就是假定已知射角、初速和炮口的初始坐标。

$$\begin{cases} \frac{du_i}{dt} = -CH(y_i)G(v_i)u_i = K_1 \\ \frac{d\omega_i}{dt} = -CH(y_i)G(v_i)\omega_i - g = L_1 \\ \frac{dx_i}{dt} = \omega_i = M_1 \\ \frac{dy_i}{dt} = u_i = N_1 \end{cases} \tag{5}$$

如(5)式所示,将方程组(3)中的各式作为龙格_库塔法的一阶迭代系数,带入四阶经典龙格_库塔公式中。得到(6),(7),(8)式。

$$K_2=-CH(y_i+\frac{h}{2}M_1)G(\sqrt{\left(u_i+\frac{h}{2}K_1\right)^2+\left(\omega_i+\frac{h}{2}L_1\right)^2})\left(u_i+\frac{h}{2}K_1\right) \tag{6}$$

$$K_3=-CH(y_i+\frac{h}{2}M_2)G(\sqrt{\left(u_i+\frac{h}{2}K_2\right)^2+\left(\omega_i+\frac{h}{2}L_2\right)^2})\left(u_i+\frac{h}{2}K_2\right) \tag{7}$$

$$K_4=-CH(y_i+hM_3)G(\sqrt{(u_i+hK_3)^2+(\omega_i+hL_3)^2})(u_i+hK_3) \tag{8}$$

2.2 程序流程

程序流程如图 2 所示。

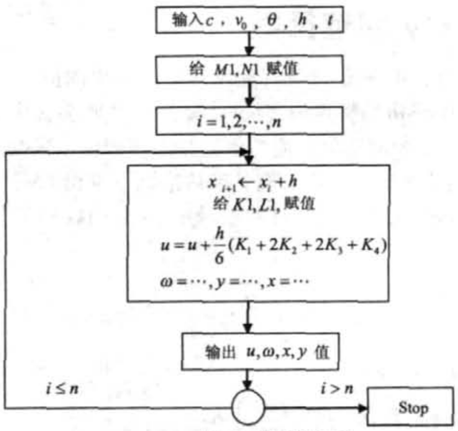

图 2 程序流程

3 实验数据

本文选择的炮弹种类为美 175 (M437), 其弹道系数为 c=0.3613,初速度为 $v_0=914m/s$,弹道倾角 θ_0 为 $\pi/3$进行解算。和图 3,图 4 为利用四阶龙格—库塔方法解算得到的弹道数据,与通过 MATLAB 仿真得到的弹道数据比较,验证了该算法的准确性。

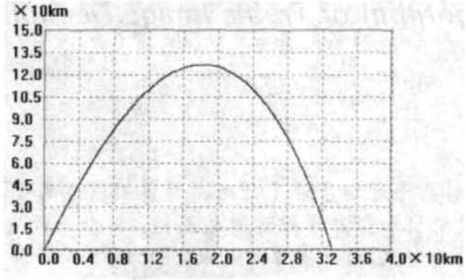

图 3 弹道曲线

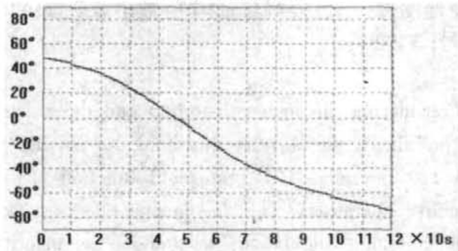

图 4 弹道倾角曲线

4 结论

据本算法编制的软件在 DSP 上实现,解算时间经测算可以控制的 80ms 之内,满足火控解算实时性要求。解算精度以及满足射表精度要求。摆脱对射表数据的依赖。解决了新型火控系统研制时缺少射表的矛盾。对于实际工程具有很大的实用价值。同时,该程序只需作适当的参数改动后,就可应用于解算其他型号高炮的外弹道微分方程组。

作者对本文版权全权负责,无抄袭。

参考文献

[1]周启煌,单东升著. 坦克火力控制系统[M]. 北京:国防工业出版社,1992.
[2]郭 治,现代火控理论[M]北京:国防工业出版社,1996.
[3]郭锡福,赵子华.火控弹道模型理论及应用[M]. 国防工业出版社 1997.
[4]刘京郊.光电对抗技术与系统[M].北京:中国科学技术出版社.2004.
[5]孙福佳,李厦.基于 CPLD 和 DSP 的线阵 CCD 检测系统的设计[J].微计算机信息,2007,9-2:225-226.
[6]黄克明. 解命中的快速迭代方法. 火控技术,1984,9(4).
[7]易大义,沈云宝,李有法. 计算方法[M].浙江大学出版社,2002.

作者简介:李丹,(1981-),女(汉族),中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,助理研究员,主要从事电子学设计研究。

Biography: LI Dan, (1981-), female (the Han nationality), Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, engineer, Now engaged in design and develop of electrical.

(130033 吉林 长春光学精密机械与物理研究所) 李 丹

通讯地址:(130033 吉林 长春市东南湖大路 3888 号长春光机所光电对抗部) 李 丹

(收稿日期:2010.07.21)(修稿日期:2010.10.21)