

# 基于 Hermite 插值的弹道外推算法

A Ballistic Extrapolation Based On Hermit Arithmetic

(中科院长春光学精密机械与物理研究所) 于 洋  
YU Yang

摘要:在利用外引导数据进行引导时,由于数据传输的延迟,需对弹道数据进行外推处理。本文提出了一种高阶赫米特插值算法用来进行弹道预测。相对于以往的线性外推,Hermite 插值算法具有较高的精度,在目标速度变化较快时,能有效的提高引导精度。

关键词: Hermite 插值; 弹道外推; 引导精度  
中图分类号: TP274.2 文献标识码: A

Abstract: While tracked, ex-data need be extrapolated for the lag. In this paper, Hermit arithmetic has be used in ballistic extrapolation. Comparing with linearity arithmetic, Hermite arithmetic has better leading precision with high speed target.

Key words: Hermite arithmetic; ballistic extrapolation; leading precision

## 引言

在利用外弹道进行引导时,由于设备间的数据延迟,往往需要对引导数据进行外推处理,来预测未来一帧或几帧数据;同时,当外引导数据帧频过低时,也需要对数据进行插值处理。以往采用的线性法在目标速度变化较快时,会降低引导精度,使跟踪设备在跟踪过程中产生抖动,Hermite 插值采用高阶多项式插值,具有较高的精度,在数据外推过程中能有效的提高引导精度。

## 1 基础理论

### 1.1 数值插值法概述

对于函数  $y=f(x)$  上一系列点  $x_i$  的函数值  $y_i=f(x_i)(i=0,1,\dots,n)$ ,选择多项式函数  $p(x)$ ,使  $p(x_i)=f(x_i)(i=0,1,\dots,n)$ ,对于 Hermite 插值,同时满足条件  $p'(x_i)=f'(x_i)(i=0,1,\dots,n)$ 。

### 1.2 均差

定义  $f[x_0, x_1] = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$ , 为函数  $f(x)$  关于点  $x_0, x_1$  的一阶均差。

定义  $f[x_0, x_1, x_2] = \frac{f[x_1, x_2] - f[x_0, x_1]}{x_2 - x_0}$ , 为函数  $f(x)$  的二阶均差,定义  $f[x_0, x_1, \dots, x_k] = \frac{f[x_1, \dots, x_k] - f[x_0, \dots, x_{k-1}]}{x_k - x_0}$ , 为函数  $f(x)$  的  $k$  阶均差。

### 1.3 牛顿插值公式

设已知函数  $y=f(x)$  上一系列点  $x_i$  的函数值  $y_i=f(x_i)(i=0,1,2,\dots,n)$ ,根据均差定义,把  $x$  看成  $[a, b]$  上一点,可得

$$f(x) = f(x_0) + f[x_0, x_1](x-x_0) + f[x_0, x_2, x_2](x-x_0)(x-x_2) + \dots + f[x_0, x_2, \dots, x_n](x-x_0)(x-x_2)\dots(x-x_n) + R(x)$$

式中  $R(x)$  为余项,令

$$N(x) = f(x_0) + f[x_0, x_2](x-x_0) + f[x_0, x_2, x_2](x-x_0)(x-x_2) + \dots + f[x_0, x_2, \dots, x_n](x-x_0)(x-x_2)\dots(x-x_n)$$

为牛顿插值多项式,则  $N(x)$  满足  $N(x_i)=f(x_i)(i=0,1,\dots,n)$

$$j_i, \omega_n(x) = (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_n)$$

$$\text{则 } \omega'_n(x_i) = (x-x_0)(x-x_1)\dots(x-x_{i-2})(x-x_{i+1})\dots(x-x_n)$$

牛顿插值多项式变为

$$N_n(x) = f(x_0) + f[x_0, x_2]\omega_0(x) + f[x_0, x_2, x_2]\omega_2(x) + \dots + f[x_0, x_2, \dots, x_n]\omega_n(x) \quad (1)$$

1.4 Hermite 插值

不少实际的插值问题不但要求在节点上函数值相等,而且还要求对应的导数值也相等,例如在弹道预测过程中,计算插值函数时,除了在指定时间点要求插值函数与实际弹道位置相同外,还要求其对应时间点上插值函数的导数与目标的速度相同,因此,采用 Hermite 插值。

设函数  $y=f(x)$  在节点  $a \leq x_0 < x_1 < \dots < x_n \leq b$  上,

$$y_i = f(x_i), m_i = f'(x_i) (i=0, 1, \dots, n)$$

要求插值多项式  $H(x)$ , 满足条件

$$H(x_i) = y_i, H'(x_i) = m_i (i=0, 1, \dots, n)$$

这里给出了  $2n+2$  个条件,可唯一确定一个次数不超过  $2n+1$  的多项式

$$H_{2n+1}(x) = H(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_{2n+1}x^{2n+1}$$

## 2 Hermite 插值多项式的构造

由式 1,先构造一个  $n$  次牛顿插值多项式:

$$N_n(x) = f(0) + f[x_0, x_2]\omega_0(x) + f[x_0, x_2, x_2]\omega_2(x) + \dots + f[x_0, x_2, \dots, x_n]\omega_n(x)$$

显然,  $N_n(x)$  满足  $y_j = N_n(x_j), (j=0, 1, \dots, n)$

由于  $H_{2n+1}(x)$  为一个  $2n+1$  次多项式,现构造如下  $2n+1$  次 Hermite 插值多项式:

$$H_{2n+1}(x) = N_n(x) + \omega_n(x)A_n(x) \quad (2)$$

上式中  $A_n(x)$  为一个  $n$  次多项式,显然,  $H_{2n+1}(x)$  满足

$$y_j = H_{2n+1}(x_j), (j=0, 1, \dots, n)$$

为了满足条件  $H'_{2n+1}(x_i) = m_i (i=0, 1, \dots, n)$

对式 2 两边求导得:

$$H'_{2n+1}(x) = N'_n(x) + \omega'_n(x)A_n(x) + \omega_n(x)A'_n(x)$$

则  $H'_{2n+1}(x_i) = N'_n(x_i) + \omega'_n(x_i)A_n(x_i) + \omega_n(x_i)A'_n(x_i) = m_i$

由于  $\omega_n(x_i) = 0$ , 则上式变为

$$H'_{2n+1}(x_i)N'_n(x_i) + \omega'_n(x_i)A_n(x_i) = m_i$$

于 洋: 助理研究员

技术创新

解得  $A_n(x_i) = (m_i - N'_n(x_i)) / w'_n(x_i)$

令  $z_i = (m_i - N'_n(x_i)) / w'_n(x_i)$

则  $A_n(x_i) = z_i$

故  $A_n(x_i)$  为一以序列点  $(x_i, z_i)$  为插值点的  $n$  次插值多项式, 仿照式 1 可求得  $A_n(x_i)$ 。

### 3 算法仿真

硬件环境:

CPU:P4 2.8G;

内存:512M;

软件环境:

操作系统:microsoft windowsXP SP3;

编程语言:microsoft visual C++ 6.0;

实验数据:某弹道数据节选。

利用原始弹道数据中前两帧数据, 分别采用线性外推法、2 点 Hermite 插值和 3 点 Hermite 插值方法外推下一帧数据, 再与原始数据中对应时间点数据相比较。分析比较如表 1、表 2、表 3 所示。

表 1 线性外推方法

Tab.1 Linearity extrapolating

序号	原始数据		线性插值	位置差
	位置	速度		
1	5238508.089000	141.686535	-	-
2	5238646.081000	134.365000	-	-
3	5238776.824000	127.080565	5238784.073000	7.249000
4	5238900.286000	119.763535	5238907.567000	7.281000
5	5239016.390000	112.442000	5239023.748000	7.358000
6	5239125.181000	105.165230	5239132.494000	7.313000
7	5239226.624000	97.811075	5239233.972000	7.348000
8	5239320.782000	90.445595	5239328.067000	7.285000
9	5239407.638000	83.159410	5239414.940000	7.302000
10	5239487.131000	75.853555	5239494.494000	7.363000

表 2 两点 Hermite 外推方法

Tab.2 two points Hermite extrapolating

序号	原始数据		两点 Hermite 插值	位置差
	位置	速度		
1	5238508.089000	141.686535	-	-
2	5238646.081000	134.365000	-	-
3	5238776.824000	127.080565	5238776.954070	0.130070
4	5238900.286000	119.763535	5238900.161260	-0.124740
5	5239016.390000	112.442000	5239016.191270	-0.198730
6	5239125.181000	105.165230	5239125.165070	-0.015930
7	5239226.624000	97.811075	5239226.770920	0.146920
8	5239320.782000	90.445595	5239320.983760	0.201760
9	5239407.638000	83.159410	5239407.396530	-0.241470
10	5239487.131000	75.853555	5239486.886830	-0.244170

表 3 三点 Hermite 外推方法

Tab.3 three points Hermite extrapolating

序号	原始数据		三点 Hermite 插值	位置差
	位置	速度		
1	5238508.089000	141.686535	-	-
2	5238646.081000	134.365000	-	-
3	5238776.824000	127.080565	-	-
4	5238900.286000	119.763535	5238900.141690	-0.144310
5	5239016.390000	112.442000	5239015.494985	-0.895015
6	5239125.181000	105.165230	5239124.757325	-0.423675
7	5239226.624000	97.811075	5239226.845675	0.221675
8	5239320.782000	90.445595	5239321.896815	1.114815
9	5239407.638000	83.159410	5239407.455395	-0.182605
10	5239487.131000	75.853555	5239485.682625	-1.448375

比较 Hermite 插值方法和线性插值方法, 可见 Hermite 插值

方法效果明显优于线性插值。

### 4 结束语

Hermite 插值算法作为一种常用的插值方法, 具有速度快、精度高的特点。本文利用了 Hermite 插值算法进行弹道的外推, 根据当前和过去的弹道点预测下一时刻弹道。一般来说, 并非选取的点越多插值效果越好, 这是由于当插值点过多时, 会产生一个高次的插值多项式, 可能产生龙格震荡; 同时, 当插值点过多时, 插值数据累积时间过长。一般情况下, 两点的 Hermite 插值算法在精度和速度上都能达到较好的效果。

作者对本文版权全权负责, 无抄袭。

参考文献

- [1] 陈传森. 科学计算概论[M]. 北京: 科学出版社, 2007.
- [2] 李庆扬, 关治, 白峰山. 数值计算原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [3] 浦发, 芮筱亭. 外弹道学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1989.
- [4] 李全虎, 李世义, 罗会甫, 肖洪兵, 王琴. 弹道修正引信用电动机设计与仿真[J]. 微计算机信息, 2009, 3-1: 7-9.

作者简介: 于洋, (1981-), 男(汉族), 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 助理研究员, 主要从事计算机软件算法研究。

**Biography:** YU Yang, (1981-), male (the Han nationality), Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, engineer, Now engaged in design and develop of electrical.

(130033 吉林 长春光学精密机械与物理研究所) 于洋  
(Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 130033, China) YU Yang  
通讯地址: (130033 吉林 长春市东南湖大路 3888 号长春光机所光电对抗部) 于洋

(收稿日期: 2010.07.27)(修稿日期: 2010.10.27)

(上接第 227 页)

[5] 施化吉, 伍剑等. 一种基于 MDCT 变换的组合压缩音频水印算法[J]. 微计算机信息. 2007, 8-3: P202-204

作者简介: 陈玮, (1964-), 女, 江苏扬州人, 上海理工大学副教授, 硕士, 主要从事 WEB 应用、智能信息处理等研究; 余晔, (1981-), 男, 湖南郴州人, 上海理工大学, 硕士, 主要从事多媒体应用技术研究。

**Biography:** CHEN Wei, (1964-), Female, Jiangsu, University of Shanghai for Science and Technology, Associate professor, Master, Research in WEB applications and intelligent information processing. (200093 上海理工大学) 陈玮 余晔

通讯地址: (200093 上海理工大学) 陈玮

(收稿日期: 2010.09.13)(修稿日期: 2010.12.13)

## 书 讯

《现场总线技术应用 200 例》  
55 元 / 本 (免邮资) 汇至

《PLC 应用 200 例》  
110 元 / 本 (免邮资) 汇至

地址: 北京市海淀区中关村南大街乙 12 号天作 1 号楼 B 座 812 室 微计算机信息 邮编: 100081  
电话: 010-62132436 010-82168297(T/F)

技术创新