

# 多自由度伺服系统的非线性解耦控制

杨天锡<sup>1</sup>, 丁雪梅<sup>2</sup>, 王伟国<sup>1</sup>, 薛乐堂<sup>1</sup>

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033; 2. 哈尔滨工业大学 电气工程及自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 多自由度伺服系统各轴之间存在的非线性耦合, 是影响系统控制性能的一个重要因素, 为了提高系统控制性能, 本文研究了多自由度伺服系统的解耦控制. 首先建立了多自由度伺服系统的一般化耦合数学模型; 然后根据Singh法求出逆系统; 最后结合期望的标称线性传递函数, 算出解耦控制规律. 本算法避开微分几何理论, 直接对矩阵进行运算, 易于理解. 文章给出了应用此方法对3轴仿真转台进行解耦控制的例子.

**关键词:** 伺服系统; 逆系统; 非线性解耦控制; 非交互式控制  
**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Nonlinear decoupling control of multi-DOF servo systems

YANG Tian-xi<sup>1</sup>, DING Xue-mei<sup>2</sup>, WANG Wei-guo<sup>1</sup>, XUE Le-tang<sup>1</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Science, Changchun Jilin 130033, China;  
2. School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** The nonlinear coupling among axes of multi-DOF servo system is an important issue which deteriorates the system control performance. To improve the system control performance, decoupling control of multi-DOF servo system is investigated. Firstly, a general coupling mathematical model of multi-DOF servo system is established, and then its inverse system is obtained by using Singh algorithm; finally, according to the desired nominal linear transfer function, a decoupling control law is developed. The proposed method avoids the differential geometry theory, and mainly involves matrix computation, so it is easy to be understood. The proposed method has been applied to the decoupling control of a three-axis simulator.

**Keywords:** servo system; inverse system; nonlinear decoupling control; noninteracting control

### 1 引言(Introduction)

本文所说的多自由度(multi-DOF)伺服系统是指用多个电机驱动各自轴系的控制系统, 各轴在伺服控制器的控制下运动. 3轴仿真转台、4轴光电稳定平台、5轴目标跟踪转台、6自由度并联机器人等是常见的多自由度伺服系统. 多自由度伺服系统各轴之间存在的非线性耦合, 是影响系统控制性能(动静误差等)的一个重要因素. 为了提高控制性能, 本文主要研究多自由度伺服系统的非线性解耦控制(即非交互式控制). 目前工程中常见的非线性解耦控制算法, 大都采用微分几何方法描述<sup>[1,2]</sup>, 本文不采用微分几何方法, 而是直接用矩阵语言进行描述和运算, 这样更易于理解.

### 2 多自由度伺服系统的耦合数学模型(Coupling mathematic model of multi-DOF servo system)

要对多自由度伺服系统进行解耦控制, 首先要知道它的耦合数学模型. 不失一般性, 假设多自由度伺服系统的轴数为 $n$ (即有 $n$ 个自由度). 设 $\theta_i$ ,

$\dot{\theta}_i(1 \leq i \leq n)$ 分别为轴 $i$ 的位置和速度,  $\dot{\theta}_i = \frac{d\theta_i}{dt}$ , 令 $x_1 = \theta_1, x_2 = \dot{\theta}_1, \dots, x_{2n-1} = \theta_n, x_{2n} = \dot{\theta}_n$ , 则多自由度伺服系统的耦合数学模型可以用下面的状态方程表示为<sup>[3~5]</sup>

$$s_0 : \begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^n g_i(x)u_i, \\ x(t_0) = x_0, y = Mx. \end{cases} \quad (1)$$

其中:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{2n-1} \\ x_{2n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \dot{\theta}_1 \\ \vdots \\ \theta_n \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix}, f(x) = \begin{bmatrix} x_2 \\ f_1(x) \\ \vdots \\ x_{2n} \\ f_n(x) \end{bmatrix},$$
$$g_i(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ a_{1i}(x) \\ \vdots \\ 0 \\ a_{ni}(x) \end{bmatrix}, x_0 = \begin{bmatrix} \theta_1(t_0) \\ \dot{\theta}_1(t_0) \\ \vdots \\ \theta_n(t_0) \\ \dot{\theta}_n(t_0) \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{n \times 2n},$$

$f_1(x), \dots, f_n(x)$  为各轴的耦合函数,  $f_i(x)$  不仅和轴  $i$  本身的特性参数如转动惯量、功率放大倍数、摩擦力等参数有关, 还和其他轴对轴  $i$  的耦合有关,  $f_i(x)$  包括线性项和非线性项, 通常情况下, 耦合项是非线性的.  $a_{11}(x)$  为轴 1 本身的电机控制系数,  $a_{12}(x)$  为轴 2 对轴 1 的耦合系数,  $a_{nn}(x), a_{1n}(x)$  等以此类推. 由式(1)可知, 如果  $a_{ij}(x) (i \neq j)$  不为 0, 则轴  $j$  对轴  $i$  存在耦合影响.  $y = [y_1 \ \cdots \ y_n]^T = [\theta_1 \ \cdots \ \theta_n]^T$ , 即在式(1)所示的状态方程中, 输出是各轴的角位置.

### 3 解耦控制律设计(Decoupling control law design)

#### 3.1 耦合系统求逆(Calculate inverse system)

可以用静态解耦算法对多自由伺服系统进行解耦<sup>[2,5,6]</sup>, 但静态解耦需要 Falb-Wolovich 矩阵可逆. Singh 算法可以处理当解耦矩阵为奇异的情况<sup>[7~9]</sup>. 本文采用 Singh 算法求多自由度伺服耦合系统的逆系统<sup>[9~11]</sup>. 从式(1)有

$$y' = \frac{dy}{dt} = M\dot{x} = \hat{c}_1(x) + \hat{D}_1(x)u = \begin{bmatrix} x_2 \\ \vdots \\ x_{2n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}, \quad (2)$$

在式(2)中,  $y'$  表示  $y$  关于时间  $t$  的一次导数. 令  $z_1 = y' = [\dot{\theta}_1 \ \cdots \ \dot{\theta}_n]^T$ ,  $\hat{c}_1(x) = [\dot{\theta}_1 \ \cdots \ \dot{\theta}_n]^T$ , 因为式(2)中  $\hat{D}_1(x)$  不可逆, 因此对  $\hat{D}_1(x)$  进行矩阵变换, 令  $D_1(x) = R_0(x)\hat{D}_1(x)$ ,  $R_0(x)$  为使  $\hat{D}_1(x)$  变换为前  $\text{rank}(\hat{D}_1(x)) = 0$  行是线性独立行向量的初等矩阵<sup>[9,10]</sup>,  $\text{rank}(\ast)$  表示矩阵的秩. 从式(2)可知  $R_0(x)$  为单位矩阵, 于是

$$D_1(x) = \hat{D}_1(x), \quad c_1(x) = \hat{c}_1(x).$$

构造系统  $s_1$

$$s_1: \begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^n g_i(x)u_i, \\ z_1 = c_1(x) + D_1(x)u. \end{cases} \quad (3)$$

因为  $D_1(x)$  不可逆, 不能从式(3)解出控制量  $u$ , 因此考虑继续构造系统  $s_2$ . 分解  $z_1$ :

$$z_1 = \begin{bmatrix} \bar{z}_1 \\ \hat{z}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{c}_1(x) \\ \hat{c}_1(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11}(x) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} u, \quad (4)$$

其中:  $\bar{z}_1 = \bar{c}_1(x) + D_{11}(x)u$ ,  $\text{rank}(D_1(x)) = \text{rank}(D_{11}(x))$ , 因为  $\text{rank}(D_{11}(x)) = 0$ , 则  $\bar{z}_1$  为空,  $\hat{z}_1$

$= z_1 = y' = \hat{c}_1(x)$ , 继续对  $\hat{z}_1$  求关于时间  $t$  的导数

$$\hat{z}_1' = [y_1'' \ \cdots \ y_n'']^T = \hat{c}_2(x) + \hat{D}_2(x)u = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ \vdots \\ f_n(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ \vdots \\ u_n \end{bmatrix}. \quad (5)$$

式(5)中:  $\hat{c}_2(x) = [f_1(x) \ \cdots \ f_n(x)]^T$ ,  $\hat{D}_2(x) = (a_{ij}) (1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n)$ . 多自由度伺服系统各轴分别由安装在各轴上的电机驱动, 通常情况下, 对某一轴  $i$  而言, 本轴电机对轴  $i$  的驱动力矩远远大于其他轴电机对轴  $i$  的耦合力矩, 即

$$|a_{ii}| \gg |a_{ij}| (1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq n, i \neq j), \quad (6)$$

因此对多自由度伺服系统而言, 矩阵  $\hat{D}_2(x)$  是一个可逆的严格对角占优矩阵, 这时不需要对  $\hat{D}_2(x)$  进行矩阵变换. 令

$$z_2 = [\bar{z}_1 \ \hat{z}_1']^T = [\theta_1'' \ \cdots \ \theta_n'']^T, \\ D_2(x) = \hat{D}_2(x), \quad c_2(x) = \hat{c}_2(x),$$

得到系统  $s_2$ :

$$s_2: \begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^n g_i(x)u_i, \\ z_2 = c_2(x) + D_2(x)u. \end{cases} \quad (7)$$

因为  $D_2(x)$  可逆, 因此从式(7)解出  $u$ :

$$u = D_2^{-1}(x)[z_2 - c_2(x)]. \quad (8)$$

如果在特殊情况下某一轴电机对本轴的驱动力矩小于其他轴对该轴的耦合力矩, 那么  $D_2(x)$  有可能不可逆. 如果  $D_2(x)$  不可逆, 则可以继续分解  $z_2$ , 对  $z_2$  中线性相关的部分(即不可逆部分)求导, 直到  $D_i(x)$  可逆时算出控制律  $u$ . 不可逆部分的物理意义可以理解为只用当前信号不可能构成逆系统, 这时需要进一步知道当前信号的下一阶导数(从位置到速度, 再到加速度、加加速度等). 式(8)中,  $z_2$  出现了加速度(角位置的二阶导数), 多自由度伺服系统一般采用光电编码器作为角位置测量元件, 速度(位置一阶导数)、加速度(位置二阶导数)一般采用微分的方式获得, 为了尽量消除微分运算带来的高频噪声, 速度或加速度信号要进行低通滤波. 从上面的推导可知, 初始值  $x_0$  的选取不影响式(8)的导出, 因为多自由度伺服系统各轴角位置的零点可以由软件选在 360 度圆周的任一位置上,  $x_0$  中除各轴速度初始值为零外, 角位置初始值可以根据需要自由选定.

#### 3.2 线性化(Linearization)

求逆系统的目的是把非线性系统化为线性系统.

令

$$\varphi = [\varphi_1 \ \cdots \ \varphi_n]^T = [y_1'' \ \cdots \ y_n'']^T, \quad (9)$$

用式(9)代替式(8)中的 $z_2$ , 即求得式(1)表示的逆系统 $s_0^{-1}$ :

$$s_0^{-1}: \begin{cases} \dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^n g_i(x)u_i, \\ u = D_2^{-1}(x)[\varphi - c_2(x)]. \end{cases} \quad (10)$$

把 $s_0^{-1}$ 串联在多自由度伺服系统(物理系统)前面, 构成动态解耦网络, 如图1所示. 图1中 $r = [r_1 \dots r_n]^T$ 为多自由度伺服系统的控制指令输入, 线性化就是求出 $\varphi$ , 使多自由度伺服系统的传递函数为期望的非耦合标称线性传递函数. 记多自由度伺服系统期望的非耦合标称线性传递函数为 $G_d(s)$ , 则

$$G_d(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \begin{bmatrix} \frac{K_1}{(J_1s + b_1)s} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \frac{K_n}{(J_ns + b_n)s} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

其中:  $R(s)$ 和 $Y(s)$ 分别为图1中 $r$ 和 $y$ 的拉普拉斯变换,  $K_1, \dots, K_n$ 分别为各轴电机的功率放大倍数,  $J_1, \dots, J_n$ 分别为折算到各轴电机上的等效转动惯量,  $b_1, \dots, b_n$ 分别为各轴的粘性摩擦力系数. 从式(9)和式(11)可以算得, 当

$$\varphi_i = \frac{K_i r_i - b_i y_i'}{J_i} \quad (1 \leq i \leq n) \quad (12)$$

时, 可使多自由度伺服系统的传递函数为 $G_d(s)$ . 把式(12)代入式(10), 就可以求出解耦控制律

$$u = D_2^{-1}(x) \left[ \begin{bmatrix} \frac{K_1 r_1}{J_1} \\ \vdots \\ \frac{K_n r_n}{J_n} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \frac{b_1 y_1'}{J_1} \\ \vdots \\ \frac{b_n y_n'}{J_n} \end{bmatrix} - c_2(x) \right], \quad (13)$$

式中:  $D_2(x), c_2(x), K_i, J_i, b_i$ 是系统模型参数,  $y_i' = \dot{\theta}_i$ 是各轴的速度, 它可用光电编码器的位置信号作差得到,  $r_i$ 是已知的指令输入, 因此式(13)中的参数或信号都是可以获得的. 使用式(13) 就可以把各轴的耦合分解开来,  $y_i$ 仅和第 $i$ 轴参数有关, 从而实现了解耦控制.

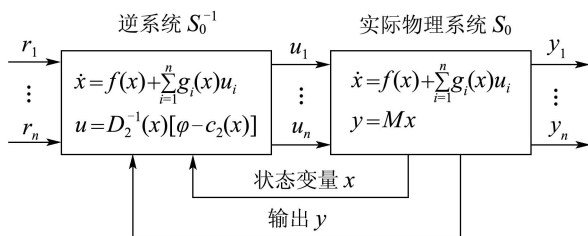


图1 多自由度伺服系统解耦框图

Fig. 1 Diagram of decoupling of multi-DOF servo system

### 4 仿真(Simulation)

以3轴仿真转台( $n = 3$ )为例来验证这种解耦算法. 仿真实例来自于文献[2], 从文献[2]可知

$$\begin{cases} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \\ \dot{x}_4 \\ \dot{x}_5 \\ \dot{x}_6 \end{cases} = \begin{bmatrix} x_2 \\ f_1(x) \\ x_4 \\ f_2(x) \\ x_6 \\ f_3(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0.19 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0.039 \sin x_3 & 0 & 0.32 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$y = [y_1 \ y_2 \ y_3]^T = [x_1 \ x_3 \ x_5]^T.$$

其中:

$$\begin{cases} f_1(x) = x_6 x_3 \cos x_3 - 0.695 x_4^2 \sin(2x_1), \\ f_2(x) = 0.39 x_4 x_2 \sin(2x_1) - 0.45 x_6^2 \sin(2x_3), \\ f_3(x) = 0.41 x_6 x_4 \sin(2x_3) - 0.17 x_2 x_4 \times \\ \cos^2 x_1 \cos x_3. \end{cases}$$

比较式(14)(1)和式(11), 可以看出3轴仿真转台期望的线性传递函数为

$$G_d(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \begin{bmatrix} \frac{1.19}{s^2} & & \\ & \frac{0.4}{s^2} & \\ & & \frac{0.32}{s^2} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

显然,

$$\begin{aligned} \frac{K_1}{J_1} &= 1.19 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2)^{-1}, \quad \frac{K_2}{J_2} = 0.4 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2)^{-1}, \\ \frac{K_3}{J_3} &= 0.32 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2)^{-1}, \quad b_1 = b_2 = b_3 = 0, \end{aligned}$$

忽略粘性摩擦力. 下面根据第3.1节和第3.2节计算解耦控制律. 根据式(14)有

$$y' = \begin{bmatrix} x_2 \\ x_4 \\ x_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

式(16)不能解出 $u$ , 对 $y'$ 继续求导, 得

$$y'' = \begin{bmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \\ f_3(x) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.19 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 \\ 0.039 \sin x_3 & 0 & 0.32 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \hat{c}_2(x) + \hat{D}_2(x)u. \quad (17)$$

因为式(17)能解出 $u$ , 于是可以确定

$$c_2(x) = \hat{c}_2(x), \quad D_2(x) = \hat{D}_2(x).$$

又已知

$$\begin{aligned} \frac{K_1}{J_1} &= 1.19 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2)^{-1}, \quad \frac{K_2}{J_2} = 0.4 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2)^{-1}, \\ \frac{K_3}{J_3} &= 0.32 \text{ (kg} \cdot \text{m}^2)^{-1}, \quad b_1 = b_2 = b_3 = 0, \end{aligned}$$

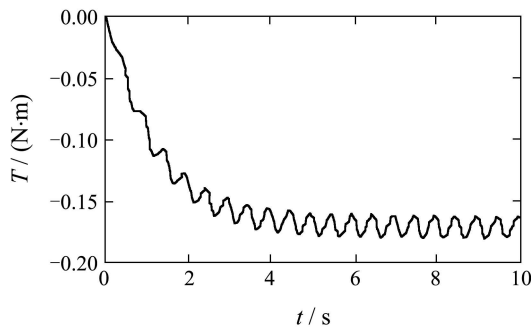
把这些已知条件代入式(13), 得

$$\begin{cases} u_1 = r_1 - 0.84x_6x_3 \cos x_3 + 0.58x_4^2 \sin(2x_3), \\ u_2 = r_2 - 0.98x_4x_2 \sin(2x_1) + 11.25x_6^2 \sin(2x_3), \\ u_3 = -0.12r_1 \sin x_3 + r_3 + 0.051x_6x_3 \sin(2x_3) - \\ \quad 0.071x_4^2 \sin x_3 \sin(2x_1) - 1.28x_6x_4 \sin(2x_3) + \\ \quad 0.53x_4x_2 \cos^2 x_1 \cos x_3. \end{cases} \quad (18)$$

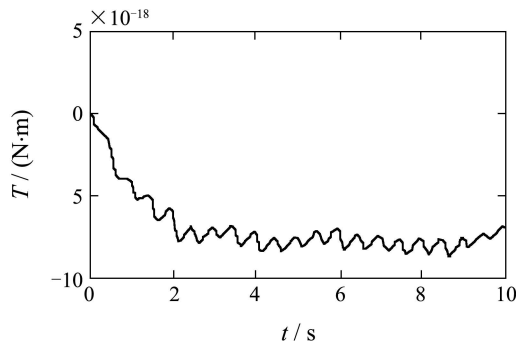
为了验证这种算法, 把式(18)代入式(17), 然后做拉普拉斯变换(因为消去了非线性项, 剩下的线性项可以作拉普拉斯变换), 可以得到式(15).

用MATLAB/Simulink进行仿真. 3轴仿真转台外框的耦合情况比内框和中框复杂<sup>[3]</sup>, 所以以外框为例说明解耦控制情况. 外框PID参数依次为50, 0, 10, 中框依次为40, 0, 5, 内框依次为40, 0, 10.

为了便于比较, 各框控制器的PID参数在解耦前后保持不变, 观察解耦前后的干扰转矩. 令外框静止不动, 观察这时的耦合干扰转矩和解耦补偿转矩, 可以看到这两部分正好相互抵消(如图4所示), 补偿效果明显. 图4中, 点线表示耦合干扰转矩, 虚线表示解耦补偿转矩, 实线表示补偿后的输出转矩.



(a) 解耦前的耦合干扰转矩



(b) 解耦后的耦合干扰转矩

图 2 3轴仿真转台解耦前后耦合干扰转矩比较  
Fig. 2 Coupling disturbing torque comparison of

with/without decoupling of three-axis simulator

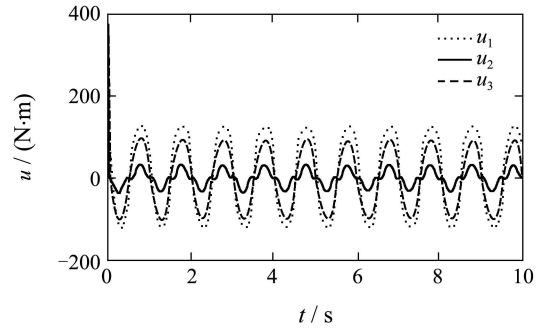
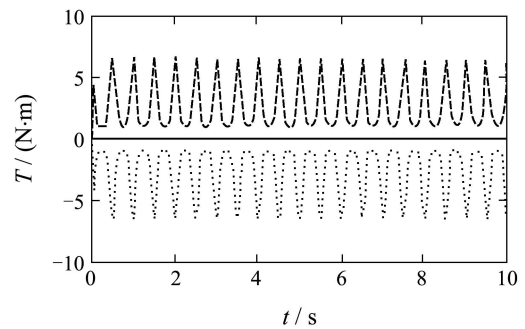


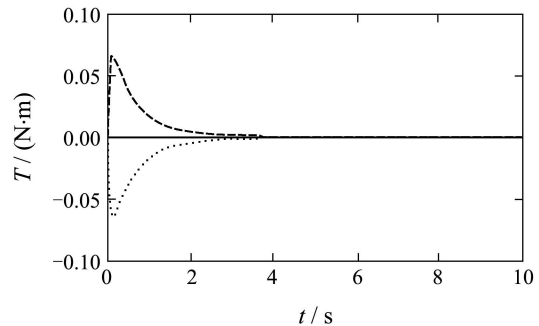
图 3 3轴仿真转台解耦控制规律

Fig. 3 Decoupling control law of three-axis simulator

事实上, 3轴仿真转台非线性解耦的本质是把物理系统存在的非线性项抵消掉, 留下线性部分. 仿真中很容易看到这一点. 外框在运动的情况下, 外框控制器的输出包括两部分, 一部分是指令输出, 一部分是解耦补偿. 令外框静止不动, 观察这时的耦合干扰转矩和解耦补偿转矩, 可以看到这两部分正好相互抵消(如图4所示), 补偿效果明显. 图4中, 点线表示耦合干扰转矩, 虚线表示解耦补偿转矩, 实线表示补偿后的输出转矩.



(a) 内、中框输入为sin(2πt)



(b) 内、中框输入为阶跃信号

图 4 外框耦合干扰转矩与解耦补偿转矩

Fig. 4 Coupling disturbing torque and decoupling compensation torque of the yaw

仿真表明, 在不改变外框控制器PID参数的情况下, 解耦后3轴仿真转台外框的正弦跟踪效果和单位阶跃响应都比解耦前好, 如图5所示(此时中框和内框都做正弦运动sin(2πt)), 图5中虚线表示解耦前控制效果, 实线表示解耦后控制效果).

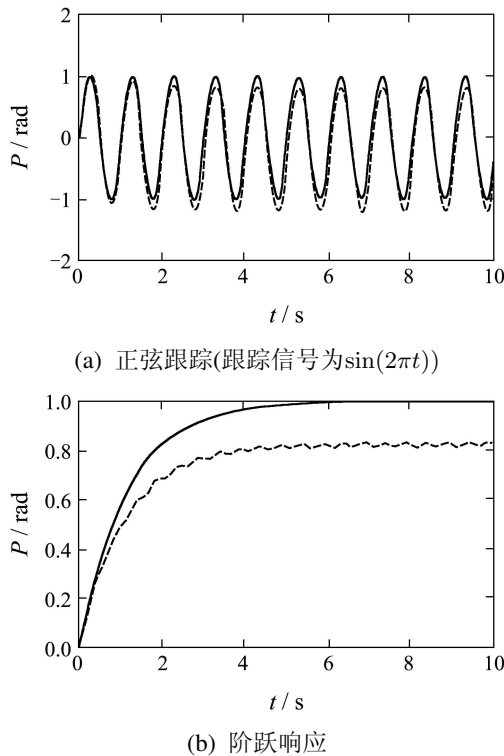


图5 外框解耦前后控制性能比较(正弦跟踪和阶跃响应)  
Fig. 5 Control performance comparison of with/without decoupling of the yaw (sinusoidal tracking and step response)

从前面的计算和仿真可知, 3轴仿真转台非线性解耦补偿的程度主要取决于建模误差、角位置传感器精度和由计算获得的速度精度。式(18)中,  $x_1, x_3, x_5$ 分别表示外、中、内框的角位置,  $x_2, x_4, x_6$ 分别表示外、中、内框的角速度, 因此, 位置测量噪声、以及用微分计算速度带来的高频噪声直接影响式(18)的控制律 $u$ 。为了抑制位置测量噪声和微分噪声, 可用低通滤波器对位置和速度进行滤波。

## 5 结论(Conclusion)

本文建立了多自由度伺服系统的一般化耦合数学模型。在这个数学模型的基础上, 利用逆系统法和反馈线性化法进行了解耦控制律设计, 讨论了测量噪声等因素对解耦的影响。本文的方法只需对矩阵进行运算, 不涉及常分几何概念, 虽然在数学本质上和微分几何法一样, 但在多自由度伺服系统非线性解耦控制这个具体应用中, 这种方法更易于理解。仿真表明, 运用本算法进行解耦后, 3轴仿真转台的控制性能(正弦跟踪和阶跃响应)得到了提高。计算和仿真都表明, 只要耦合数学模型和输出测量结果足够精确, 解耦补偿就可以做到足够精确。

## 参考文献(References):

- [1] 刘恒坤, 郝阿明, 常文森. 一磁浮列车搭接结构的非线性解耦控制[J]. 控制理论与应用, 2009, 26(8): 899 – 902.  
(LIU Hengkun, HAO Aming, CHANG Wensen. Nonlinear decoupling control of the join-structure in a maglev train[J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(8): 899 – 902.)
- [2] 王茂, 邵长东. 带有轴间动力学解耦的3轴转台自适应控制[J]. 中国惯性学报, 2003, 11(5): 5 – 11.  
(WANG Mao, SHAO Changdong. Adaptive control for three-axle table based on dynamics decoupling between frames[J]. *Journal of China Inertial Technology*, 2003, 11(5): 5 – 11.)
- [3] 何延斌, 金光, 何惠阳. 3轴仿真转台系统建模及解耦控制研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2003, 35(3): 323 – 328.  
(LIU Yanbin, JIN Guang, HE Huiyang. Modeling of three axis simulator and decoupling control[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2003, 35(3): 323 – 328.)
- [4] 刘越, 王兴启. 3轴转台运动耦合作用的仿真及实验研究[J]. 航空精密制造技术, 2006, 42(3): 24 – 27.  
(LIU Yue, WANG Xingqi. Experiment and simulation on coupling action of three-axis motion turntable[J]. *Aviation Precision Manufacturing Technology*, 2006, 42(3): 24 – 27.)
- [5] ISIDORI A. *Nonlinear Control Systems*[M]. 3rd edition. New York: Springer, 1995.
- [6] SLOTINE J E, LI W. *Applied Nonlinear Control*[M]. New Jersey: Prentice Hall Inc, 1991.
- [7] 曾加, 慕春棣. 非线性解耦控制在无人机中的应用[J]. 清华大学学报(自然科学版), 2005, 45(4): 545 – 548.  
(ZENG Jia, MU Chundi. Nonlinear doped control of unmanned aerial vehicles[J]. *Journal of Tsinghua University(Science and Technology Edition)*, 2005, 45(4): 545 – 548.)
- [8] 李春文, 冯元琨. 多变量非线性逆系统方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 1991.  
(LI Chunwen, FENG Yuankun. *Inverse System Method for Multivariable Nonlinear Control*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1991.)
- [9] SINGH S. A modified algorithm for invertibility in nonlinear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1981, 26(2): 595 – 598.
- [10] HIRSCHORN R. Invertibility of multivariable nonlinear control system[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1976, 24(6): 855 – 865.
- [11] SILVERMAN L. Inversion of multivariable linear systems[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1969, 14(3): 270 – 273.

## 作者简介:

杨天锡 (1981—), 男, 研究实习员, 目前主要从事电机伺服控制研究, E-mail: hitbuyi@yahoo.com.cn;

丁雪梅 (1959—), 女, 教授, 研究方向为光机电系统控制, E-mail: dingxuemei@hit.edu.cn;

王伟国 (1969—), 男, 副研究员, 目前从事目标跟踪伺服控制研究, E-mail: wangweiguo@sina.com;

薛乐堂 (1980—), 男, 博士研究生, 目前主要从事伺服控制的研究, E-mail: xueletang2008@sina.com.