

平面光栅效率仪测量过程分析与结果修正

寇婕婷^{1,2} 巴音贺希格¹ 唐玉国¹ 齐向东¹ 于宏柱¹

(¹ 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033)
(² 中国科学院研究生院, 北京 100049)

摘要 为了获得准确的平面光栅衍射效率测量结果, 需要对平面光栅效率仪的测量过程进行分析。通过对测量过程中影响测量结果的光栅出射光谱增宽和衍射光束截面变化等主要因素进行分析, 给出了两者关于入射波长和光栅刻线密度的关系式。运用多元线性回归分析的数学方法, 在大量实验数据的基础上, 建立了回归修正公式, 分别从理论和实验上验证了修正公式的准确性和可靠性, 并将此修正公式编入测量程序, 可以在测量结束的同时自动修正测量结果。结果表明, 经过修正后的测量值更加接近理论值, 偏差均在 $\pm 2\%$ 以内, 可以实现对光栅衍射效率的准确测量。该方法不仅实时性强, 而且不必对仪器部件做出任何改动, 满足仪器操作简单、测量快速准确的要求。

关键词 衍射与光栅; 衍射效率; 回归分析; 修正公式

中图分类号 O433.4 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201131.0705002

Testing Process and Result Revising on Instrument for Plane Grating Diffraction Efficiency

Kou Jieting^{1,2} Bayanheshig¹ Tang Yuguo¹ Qi Xiangdong¹ Yu Hongzhu¹

(¹ Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun, Jilin 130033, China)
(² Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

Abstract In order to get precise testing results from the instrument used for measuring the diffraction efficiency of plane grating, the analysis has been done on the instrument. Through analyzing the main factors that spectral broadening of exit beam and cross-section change of diffracted beam, which influence the testing results during measurement, the relation between wavelength and groove density of them is given. Based on a large number of experimental data, multiple linear regression analysis is used to establish regression equation based on two primary factors which influence the testing result during the testing process, and the equation is proved to be exact and credible not only in theory but also in experiment. Furthermore, the equation has been programmed in the testing programming, and it can correct the testing results automatically after finishing the test. By the results, the testing results which have been corrected are closer to the theoretical value, and the difference is less than $\pm 2\%$, which prove that the method can be used to measure the diffraction efficiency of the plane grating. This method is strongly real-time, and any change is not necessary to the components of the instrument, which can satisfy the requirements of simple operation, testing speediness and preciseness.

Key words diffraction and gratings; diffraction efficiency; regression analysis; revision formula

OCIS codes 050.0050; 050.1950; 120.0120; 120.4640

收稿日期: 2011-03-02; 收到修改稿日期: 2011-03-22

基金项目: 国家自然科学基金(60478043)、“十一五”国家科技支撑计划重大项目(2006BAK03A02)、中国科学院重大科研装备研制项目(YZ200804)、吉林省科技发展计划项目(20070523、20086013)、吉林省重大科技攻关项目(09ZDGG005)和长春市应用技术研究计划项目(08YJ07)资助课题。

作者简介: 寇婕婷(1983—), 女, 博士研究生, 主要从事光栅检验及光谱仪器研发等方面的研究。

E-mail: koujieting@163.com

导师简介: 唐玉国(1967—), 男, 博士, 研究员, 主要从事光谱仪器及医用光谱技术等方面的研究。

E-mail: tangyg@yiliaoyiqi.com

1 引言

光栅作为一种重要的光学元件,已经广泛应用于光谱学、集成光学、信息处理、计量、光通信及航天技术等领域^[1-2]。近年来,各行各业对高精密光谱分析仪器的需求越来越迫切,而衍射光栅是光谱仪器的核心元件,因此,衍射光栅的制造与检测技术发展水平成为光谱仪器行业高度关注的课题^[3-4]。衍射效率是光栅的重要技术指标,它影响光谱仪器的能量传输特性。光栅衍射效率可分为相对衍射效率和绝对衍射效率,在测量中通常指相对衍射效率,即在给定波长和衍射级次下,探测器接收到的光栅的衍射光通量与一块同孔径的标准反射镜的反射光通量之比。经过近半个多世纪的发展,光栅衍射效率的测量已从线谱法发展为连续扫描法。连续扫描法的优点是能够给出光栅衍射效率相对于波长的连续曲线,并且可以反映包括光栅瑞利异常和共振异常等在内的衍射特性^[5-6]。整个测量过程完全由仪器自动控制,避免过多人工操作带来的额外测量误差,符合先进测量方法的发展趋势^[7-8]。

根据光栅相对衍射效率测量原理^[9],在测量过程中,影响衍射效率测量准确性的因素主要是光栅色散导致的出射光谱增宽和衍射光束截面变化,这两者都随着被测光栅的规格和入射波长的不同而变化。当测量不同规格光栅时,随着入射波长的变化,对测量结果带来不同的影响,尤其在实现连续扫描测量时,准确反映被测光栅的衍射特性是需要解决的问题。本文对光栅色散导致的出射光谱增宽和衍射光束截面变化这两个主要因素进行分析,给出两者关于入射波长和光栅刻线密度的关系式,并进行数值分析。拟结合多元线性回归分析的数学方法,在大量实验数据基础上建立测量结果的回归修正公式,并将此公式编入测量程序,以便在测量结束后能够自动修正测量结果,使仪器测量结果真实反映被测光栅的衍射特性。

2 测量过程分析和结果修正

2.1 仪器结构及参数

仪器结构如图1所示,主要由光源、前置单色仪、测量单色仪和探测器组成,光源和前置单色仪为测量提供单色光。在测量单色仪中,采用 Czerny-Turner 水平对称光路结构^[10-11],光栅转台可以自动调整被测光栅或标准反射镜对应入射波长的位置。测量时,由于被测光栅对入射光有色散作用,使得出

射光束光谱宽度增加;同时,仪器自动调整被测光栅对应入射波长的位置时,衍射光束截面也随之变化。由于反射镜不具有色散功能,不存在上述问题。修正由此引入的测量误差是仪器研制的组成部分。

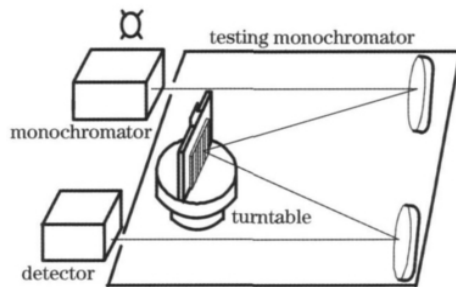


图1 仪器结构示意图

Fig. 1 Schematic of instrument structure

仪器的主要结构参数如下:狭缝宽度为0.2 mm;狭缝高度为5 mm;被测光栅尺寸为30 mm × 30 mm ~ 110 mm × 110 mm;前置单色仪中分光光栅为1200 line/mm,反射镜焦距为100 mm,出入臂夹角为45°,光谱带宽为4 nm;测量单色仪中出入臂夹角为28°,反射镜尺寸为110 mm × 110 mm,反射镜焦距为520 mm。

2.2 光谱增宽与光束截面影响分析

结合仪器的结构参数,如图1所示,在测量单色仪中,根据光栅方程得出入射波长 λ 与被测光栅衍射角 β 的对应关系式为

$$\lambda = \frac{2d}{m} \cos \frac{A}{2} \sin \left(\beta - \frac{A}{2} \right), \quad (1)$$

式中 d 为被测光栅常数, m 为光谱级次,取+1级; A 代表入射光束与出射光束的夹角, $A = 28^\circ$ 。由线色散的定义,和前置单色仪的输出带宽 $\Delta\lambda$,可以得出在测量单色仪中反射聚光镜上由色散形成的光谱宽度为

$$\Delta w = f \frac{\partial \beta}{\partial \lambda} \Delta \lambda = \frac{f \Delta \lambda}{\sqrt{\left(2d \cos \frac{A}{2} \right)^2 - \lambda^2}}, \quad (2)$$

式中 f 为反射聚光镜的焦距。

设衍射光束截面变化因子为 $k(\delta)$,令 $k(\delta) = \Delta S_g / \Delta S_r$,其中 ΔS_g 为被测光栅的衍射光束截面积, ΔS_r 为标准反射镜反射光束截面积。根据仪器结构的几何关系,并且分析测量过程可得

$$k(\delta) = \frac{\Delta S_g}{\Delta S_r} = \frac{\cos(A - \beta)}{\cos \frac{A}{2}}. \quad (3)$$

根据(1)式,可得衍射光束截面变化因子 $k(\delta)$ 随入射波长 λ 、被测光栅常数 d 变化的关系式为

$$k(\delta) = \frac{\cos\left\{\frac{A}{2} - \arcsin\left[\lambda/\left(2d\cos\frac{A}{2}\right)\right]\right\}}{\cos\frac{A}{2}} \quad (4)$$

2.3 测量数据汇总与处理

图2是根据(2)式得到的不同刻线密度的衍射光栅在不同入射波长情况下,色散形成的光谱宽度分布。当被测光栅刻线密度为3600 line/mm时,色散宽度随入射波长的变化陡升;对于2400 line/mm的被测光栅,色散宽度分布在2.3~7 mm之间;对于1800 line/mm的光栅,色散宽度分布范围在1.9~2.4 mm之间;对于刻线密度为1200 line/mm和600 line/mm的被测光栅,色散宽度随波长变化的数值比较稳定。可以看出,光栅刻线密度越大,其色散本领越强;当光栅常数在给定波长范围内时,曲线开始呈指数上升趋势变化,随着入射波长的增大,变化趋势越加明显;反之,则曲线变化缓慢。

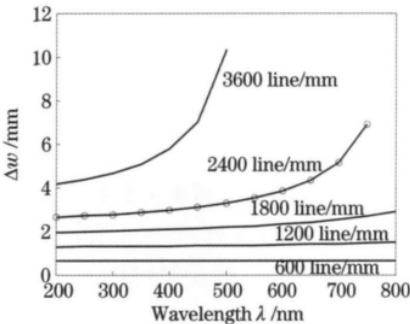


图2 光栅色散宽度变化

Fig.2 Changing of grating's dispersion width

图3是根据(4)式得到的不同刻线密度的被测光栅在200~800 nm波长范围内,衍射光束截面变化的曲线。对于刻线密度为600 line/mm和1200 line/mm的被测光栅, $k(\delta)$ 值的变化在1~1.05之间;对于1800 line/mm的被测光栅, $k(\delta)$ 的变化在0.88~1.03之间;对于2400 line/mm的被测光栅, $k(\delta)$ 变化范围在

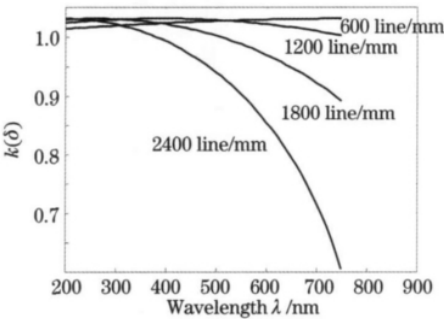


图3 衍射光束截面变化

Fig.3 Cross-section changing of diffracted beam

0.61~1.04之间。可以看出,光栅刻线密度越大,衍射光束截面变化越明显;当光栅常数在给定波长范围内时,曲线开始呈余弦函数下降趋势变化,随着入射波长的增大,下降趋势越加明显;反之,则曲线变化缓慢。

综上,以2400 line/mm,宽度为110 mm的平面光栅为被测光栅为例,使用本效率仪测得其衍射效率值 M_0 ,当被测光栅一定时, $k(\delta)$ 和 Δw 均随入射波长变化, M 是对应波长的理论值。对应数据如表1所示。

表1 数据列表
Table 1 List of data

λ /nm	M_0	$k(\delta)$	Δw /mm	M
200	0.4025	1.030	2.656	0.5371
225	0.4917	1.030	2.679	0.6515
250	0.516	1.028	2.706	0.6680
275	0.5357	1.025	2.736	0.6903
300	0.4961	1.021	2.771	0.6194
325	0.4582	1.016	2.810	0.5651
350	0.4129	1.010	2.855	0.5420
375	0.3809	1.000	2.905	0.5140
400	0.3229	0.992	2.961	0.4390
425	0.282	0.982	3.025	0.3841
450	0.2834	0.970	3.098	0.3589
475	0.2778	0.960	3.180	0.3396
500	0.2461	0.940	3.275	0.3185
525	0.2253	0.922	3.384	0.3047
550	0.2027	0.902	3.511	0.2989
575	0.1755	0.880	3.661	0.2954

从表1可以看出,由于光谱增宽 Δw 和衍射光束截面变化 $k(\delta)$ 的影响,光栅相对衍射效率实测值比对应的理论值偏低。其原因是仪器结构参数已经固定,在测量光栅时,光谱增宽和衍射光束截面变化造成衍射光通量未能全部通过出射狭缝,部分损失;而测量反射镜时,不存在光谱增宽和光束截面变化的影响,反射光通量没有损失。因此,采用回归算法修正这种系统测量误差。

2.4 修正算法的数学依据

多元线性回归分析是讨论多个变量之间与实验结果的数学表示。方法是从一组变量出发,确定这些变量之间的数学表达式—回归方程或经验公式;并对回归方程的可信程度进行统计检验^[12~14]。

通过实验获得 n 组数据: $(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im}; y_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, 根据分析可以得到结构形式:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{bmatrix}$$

设 $\hat{\beta}_0, \hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_m$ 分别是系数 β 的最小二乘估计, 则回归方程为

$$\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \dots + \hat{\beta}_m x_m. \quad (5)$$

根据最小二乘法 $\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 x_1 - \dots - \hat{\beta}_m x_m)^2$, 方程组对应的矩阵解为

$$\beta = (X^T X)^{-1} X^T Y,$$

式中

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1m} \\ 1 & x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix}, \quad Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, \quad (6)$$

为检验回归方程的有效性, 可以对其进行拟合优度检验和显著性检验。

拟合优度检验即计算 R^2 , R^2 描述了自变量 x 与因变量 y 之间的相关程度, 根据统计^[14]可以得到

$$R^2 = \frac{S_u}{S_t} = 1 - \frac{S_Q}{S_t}, \quad (7)$$

式中 S_u 为回归平方和 $S_u = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$, S_Q 残余平方和 $S_Q = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$, 总平方和 $S_t = S_u + S_Q$ 。

很明显 R^2 的取值范围为 $[0, 1]$ 。若 $R^2 = 1$, 说明 x 与 y 之间是完美的拟合; 若 $R^2 = 0$, 说明回归模型是无效的。因此, 在检验回归方程拟合优度时, 总是期望 R^2 的值接近于 1。

回归方程显著性检验通常采用统计量 F 检验

法, 即观察自变量 x 从整体上对因变量 y 是否有明显的影响。因此计算

$$F = \frac{S_u/n_x}{S_Q/n - 1 - n_x}, \quad (8)$$

式中 n_x 为自变量的个数。检验时, 需查出 F 分布表^[12]中对三种不同显著性水平 α 的数值, 记为 $F_\alpha(n_x, n - 1 - n_x)$, 将这三个数与计算的 F 值进行比较:

1) 若 $F \geq F_{0.01}(n_x, n - 1 - n_x)$, 则认为回归是高度显著的, 或称在 0.01 水平上显著;

2) 若 $F_{0.05}(n_x, n - 1 - n_x) \leq F < F_{0.01}(n_x, n - 1 - n_x)$, 则称回归是显著的, 或称在 0.05 水平上显著;

3) 若 $F_{0.1}(n_x, n - 1 - n_x) \leq F < F_{0.05}(n_x, n - 1 - n_x)$, 则称回归在 0.1 水平上显著;

4) 若 $F < F_{0.1}(n_x, n - 1 - n_x)$, 则认为回归不显著。

2.5 回归修正

回归修正方法的实施步骤如图 4 所示, 以出射光谱增宽和衍射光束截面变化为变量, 结合表 1 的实验数据, 依据多元线性回归分析的数学思想, 建立回归修正方程式:

$$\hat{M} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 M_0 \times \frac{1}{k(\delta)} + \hat{\beta}_2 \frac{\Delta w}{110} \times 100\%, \quad (9)$$

根据 (6) 式解得回归修正系数

$$\beta_{2400} = \begin{bmatrix} 0.0293 \\ 1.3075 \\ -1.0317 \end{bmatrix}.$$

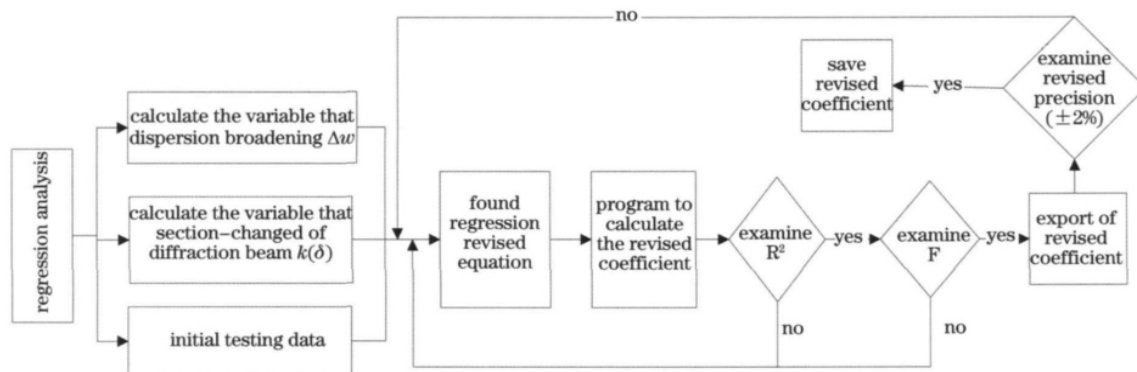


图 4 回归分析的流程图

Fig. 4 Flowchart of regression analysis

按照 (7) 式计算 $R^2 = 0.9778$, 说明回归方程的拟合程度比较好。

根据 (8) 式计算 $F = 286.85$, 查 F 分布表可知 $F > F_{0.01}(2, 13)$, 说明本文所建立的回归修正方程

式是高度显著的。

同理, 分别以 600, 1200 和 1800 line/mm 的平面光栅为被测光栅, 整理对应数据并建立回归修正公式, 所得回归修正系数为

$$\beta_{600} = \begin{bmatrix} -0.413 \\ 1.0503 \\ 15.681 \end{bmatrix}, \quad \beta_{1200} = \begin{bmatrix} -0.2291 \\ 1.167 \\ 8.674 \end{bmatrix},$$

$$\beta_{1800} = \begin{bmatrix} 0.4081 \\ 0.9534 \\ -9.5327 \end{bmatrix}.$$

对其分别进行拟合优度检验和显著性检验,结果都满足修正要求。最后,将(2)、(4)、(9)式同时编入效率仪测量程序中,可以在测量结束后,自动修正色散增宽和衍射光束截面变化的影响。

3 测量结果对比

分别选用 600、1200、1800 和 2400 line/mm 的平

面光栅为被测光栅,使用本效率仪在不同波段范围内测得衍射效率测量值 M_0 ; 记录被测光栅刻线密度、入射波长等参数,生成对应的 $k(\delta)$ 与 Δw 值。根据回归修正系数直接获得该光栅的衍射效率修正值 M ; 利用原子力显微镜测得该光栅的槽型轮廓剖面图,从中截取一个周期单元,用自动扫描识别软件对其横纵坐标进行扫描取值,进而拟合出实际槽型函数,用编程的方法将拟合函数嵌入到计算光栅衍射效率的主程序里^[6,15],得出该光栅的衍射效率理论值。除以标准反射镜的反射率,即可获得该光栅相对衍射效率的理论值。将该光栅的衍射效率测量值、修正值和理论值三者进行比较,结果如图 5 所示。

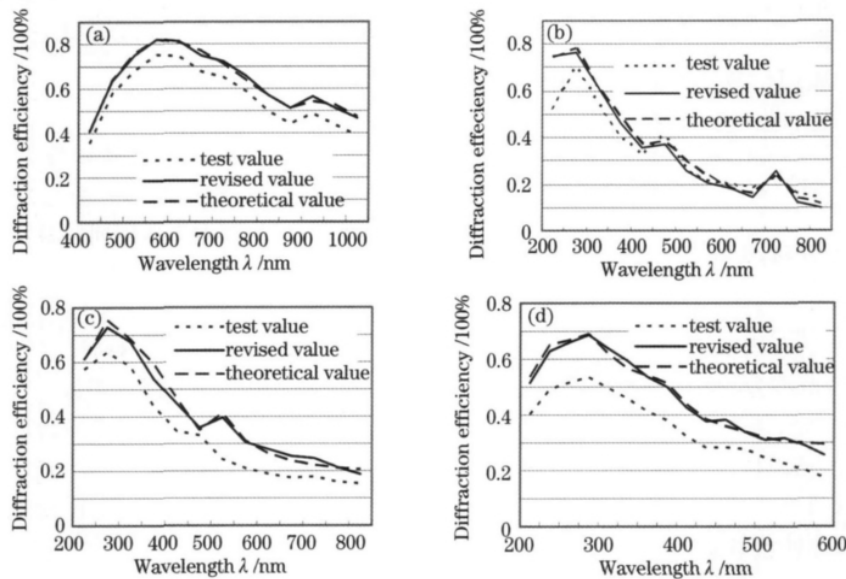


图 5 数据结果对比。(a) 600 line/mm; (b) 1200 line/mm; (c) 1800 line/mm; (d) 2400 line/mm

Fig. 5 Comparison of the testing results. (a) 600 line/mm; (b) 1200 line/mm; (c) 1800 line/mm; (d) 2400 line/mm

从图 5 数据对比结果可以看出,经过修正后的测量结果更加准确,未经修正的实测值虽然总体上可以反应效率曲线,但数值上存在偏差,个别波长处差别较大。对于 600 line/mm 的光栅,波长小于 500 nm 时,效率曲线相差较小,在波长为 650 nm 处,实测值偏差最大可达 -9.31%; 对于 1200 line/mm 的光栅,波长大于 400 nm 时,实测值偏差均小于 5%,在 200 nm 处,实测值与理论值偏差最大接近 -20%; 对于 1800 line/mm 的光栅,实测值整体上均偏低,闪耀波长处偏低 10%,在 500 nm 处实测值偏低最大达 17.01%,明显未反应出效率异常位置; 对于 2400 line/mm 的光栅,实测值可以在整个波段反映效率曲线,但数值差别较大,在闪耀波长处最明显,偏低大约 15%。而经过修正的测量曲

线,与理论曲线偏差很小,差值均在 $\pm 2\%$ 以内,符合测量要求。

4 结 论

依据回归分析的数学思想,对自行研制的平面光栅衍射效率全自动扫描测试仪的测量准确性进行了分析与修正。对测量过程中光栅色散导致的出射光谱增宽和衍射光束截面变化进行分析,在大量实验数据基础上,建立了测量结果的修正公式,实现了光栅衍射效率的准确测量。使用回归分析的检验方法对修正公式进行拟合优度检验和显著性检验,使修正公式本身的可信程度得以保证,其准确性和可靠性已在测量结果对比中得到证实。而且,该修正公式可以编入测量程序,在测量结束后对测量结果

进行自动修正,不必对仪器部件做任何改动,使仪器操作简单、实时性强。另外,对影响测量结果的两个主要因素进行分析,可以用来指导人工操作,避免带来额外的测量误差。

参 考 文 献

- 1 Zhou Shaolin, Yang Yong, Chen Wangfu *et al.*. Dual-grating-based nanometer measurement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(3): 702~706
周绍林,杨 勇,陈旺富等. 基于双光栅的纳米测量方法[J]. *光学学报*, 2009, **29**(3): 702~706
- 2 Yu Benguo, Wang Jianzhong. Research on spectrum detection with non-scanning spectrometer [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(7): 2001~2005
余本国,王建中. 基于非扫描式干涉仪的光谱探测研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(7): 2001~2005
- 3 Fan Shuwei, Zhou Qinghua, Li Hong. Research of optimization design of groove diffraction grating profile parameters [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(11): 3133~3139
樊叔维,周庆华,李 红. 槽型衍射光栅结构参数优化设计研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(11): 3133~3139
- 4 Wang Fang, Qi Xiangdong, Yu Hongzhu *et al.*. Design and analysis on automatic measurement instrument for the diffraction efficiency of plane reflection grating [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2009, **29**(2): 556~560
王 芳,齐向东,于宏柱. 平面反射光栅衍射效率自动测试仪的设计与分析[J]. *光谱学与光谱分析*, 2009, **29**(2): 556~560
- 5 Zhang Shanwen, Bayanheshig. Compensating effect of blazed wavelength to grating anomalies in design of broadband metallic diffraction gratings [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2009, **17**(5): 990~1000
张善文,巴音贺希格. 宽波段金属光栅设计中闪耀波长对光栅异常的补偿效应[J]. *光学 精密工程*, 2009, **17**(5): 990~1000
- 6 Bayanheshig, Zhu Hongchun. Analytical method of the diffraction characteristic of ruled grating based on profile fitting function [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(7): 3893~3899
巴音贺希格,朱洪春. 基于槽型函数拟合的刻划光栅衍射特性分析方法[J]. *物理学报*, 2007, **56**(7): 3893~3899
- 7 John. C. Stover, *Optical Scattering. Measurement and analysis* [M]. 2nd ed. Bellingham: SPIE Optical Engineering Press, 1995. 181~186
- 8 Erwin G. Loewen, Evgeny Popov. *Diffraction gratings and applications* [M]. New York: Marcel dekker, 1997. 413~423
- 9 Bayanheshig. *The Study on the Dispersion Theory, Design, Manufacture, and Efficiency Test of Diffraction Gratings* [D]. Beijing: Graduate University of Chinese Academy of Sciences, 2004. 144~155
巴音贺希格. 衍射光栅色散理论与光栅设计、制作和检验方法研究[D]. 北京: 中国科学院研究生院, 2004. 144~155
- 10 Wu Guoan. *Design of Optical Spectrometer* [M]. Beijing: Science Press, 1978. 101~108
吴国安. *光谱仪器设计* [M]. 北京: 科学出版社, 1978. 101~108
- 11 Li Quanchen, Jiang Yuejuan. *The Theory of Spectrometer* [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1999. 115~125
李全臣,蒋月娟. *光谱仪器原理* [M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1999. 115~125
- 12 Fei Yetai. *Error Theory and Data Processing* [M]. Beijing: China Machine Press, 1999. 140~147
费业泰. *误差理论与数据处理* [M]. 北京: 机械工业出版社, 1999. 140~147
- 13 Xu Zhongmin, Yu Bingxi. Wavelength calibration for PC2000-PC/104 spectrometer [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2004, **12**(1): 11~14
徐中民,禹秉熙. 对 PC2000-PC/104 型光谱仪的波长定标[J]. *光学 精密工程*, 2004, **12**(1): 11~14
- 14 Ling Shusen. The statistical treatment and error analysis of experiment data-regression analysis [J]. *Physical Testing*, 2001, **37**(6): 271~276
凌树森. 实验数据的统计处理和误差分析—回归分析[J]. *理化检验物理分册*, 2001, **37**(6): 271~276
- 15 Zhu Hongchun, Bayanheshig. Analysis and simulation of diffraction characteristics of the ultraviolet ruled grating master and the second duplicate [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7): 1151~1155
朱洪春,巴音贺希格. 紫外刻划光栅母版及二代版衍射特性的模拟和分析[J]. *光学学报*, 2007, **27**(7): 1151~1155