

伺服系统受摩擦扰动产生极限环的原因及稳定性分析

宋彦^{1,2}, 高慧斌¹, 田彦涛³, 张淑梅¹

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039;
3. 吉林大学 控制理论与智能系统研究室 长春 130022)

摘要: 讨论了低速工况下, 由摩擦造成极限环现象。首先, 采用分段线性化的方法, 将 Stribeck 摩擦模型转换为线性的摩擦模型, 获得了系统的状态方程; 随后, 应用系统平衡点性质分析和 Poincare-Bendixson 定理, 证明了极限环的存在, 确定了存在区域; 最后, 通过对 Poincare 映射的分析, 判断了极限环的稳定性。仿真与实验结果均表明, 在低速状态下, 受摩擦扰动的伺服系统存在稳定的极限环; 原因是运动过程中平衡点的稳定性反复发生变化。对系统根轨迹的分析表明: 避免极限环出现的方法在于系统受摩擦扰动时, 保证闭环系统的鲁棒稳定性。

关键词: 自动控制技术; 摩擦扰动; 非线性动力学; 极限环; 速度平稳性

中图分类号: TP273 文献标志码: A 文章编号: 1671-5497(2011)01-0214-07

Reasoning and stability of limit cycle generated by friction in servo system

SONG Yan^{1,2}, GAO Hui-bin¹, TIAN Yan-tao³, ZHANG Shu-mei¹

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China; 2. Graduate University of the Chinese Academy of Science, Beijing 100039, China; 3. Lab of Control Theory and Intelligent System, Jilin University, Changchun 130022, China)

Abstract: The phenomenon of limit cycle was observed in low-velocity servo system. With the help of nonlinear analysis tools, this paper analyzes the kinetics of limit cycle and finds out the reasons that induce this phenomenon. First, the Stribeck model was converted to piecewise linearized friction model and the state space model was also obtained. Then, by analyzing the feature of the system balance point and using Poincare-Bendixson theorem, the existence of the limit cycle was proved. The region where the limit cycle occurs was also found. Finally, the stability of the limit cycle was analyzed based on the Poincare map. Simulation and experiment results show that, under low-velocity state, stable limit cycle occurs in the servo system that is disturbed by friction. The reason is that the stability of the equilibrium changes repeatedly. Through the analysis of the system root locus, the measure to eliminate the limit cycle is found.

Key words: automatic control technology; friction disturbance; non-linear dynamic; limit cycle; velocity stability

收稿日期: 2009-05-12.

基金项目: “863”国家高技术研究发展计划项目(2008AA0047).

作者简介: 宋彦(1983-), 男, 博士研究生, 研究方向: 精密跟踪伺服控制技术. E-mail: mesy. ciomp@163. com

通信作者: 高慧斌(1963-), 男, 研究员, 博士生导师, 研究方向: 光电测量, 跟踪控制技术. <http://www.cnki.net>

E-mail: yuaxinxin_y@163. com

摩擦作为一种非线性扰动,在各类伺服系统中广泛存在。尤其当伺服系统处于低速状态时,对速度平稳性影响显著。文献[1]综述了摩擦对伺服系统产生的影响,主要表现为零速附近的畸变、极限环振荡等现象。文献[2]采用了描述函数法,分析了当位置环采用 PID 算法时,若静摩擦大于滑动摩擦,将会出现滞滑现象(Stick-slip motion),速度输出表现出周期运动的行为。文献[3,4]提出了一种计算滞滑现象周期的方法。随着摩擦模型理论的完善,文献[5]采用了动态摩擦模型研究了存在摩擦时的系统动力学行为。总结现阶段国内外研究现状,作者认为:①大部分文献在讨论这一问题时,都采用静摩擦+库仑摩擦的模型。采用这一模型,忽略了摩擦的 Stribeck 效应,没有充分反映出伺服系统低速状态时的一些运动学特点;②目前文献对出现极限环振荡的原因探讨尚不多见,对极限环现象的判断也大多基于数值仿真。

针对上述问题,本文以经纬仪伺服系统为研究对象,研究系统受摩擦扰动时出现的极限环现象,分析极限环的特点和产生原因,以及避免出现极限环、保持速度平稳性的方法。

1 系统数学模型

1.1 摩擦模型及其线性化结果

本文采用 Stribeck 模型^[1]反映系统的摩擦扰动,这是一种静态摩擦模型,其模型描述为:

$$F_f = \begin{cases} [F_C + (F_S - F_C)e^{-|\omega/\omega_S|}] \text{sign}(\omega) + F_\omega \omega, & \omega \neq 0 \\ u, \omega = 0 \text{ and } |u| < F_S \\ F_S \text{sign}(u), \text{ otherwise} \end{cases} \quad (1)$$

式中: F_S 为物体所受的静摩擦力; F_C 为库仑摩擦力; ω 为物体的运动角速度; F_ω 为黏滞摩擦因子; ω_S 为 Stribeck 速度; u 为输出转矩。

考虑对摩擦模型采用分段线性化的表示方法^[6],对 1、3 象限的摩擦力曲线分别用两段直线近似。以速度正方向为例,将式(1)的非线性模型在 $[0, F_f(0)]$ 点做 Taylor 级数展开:

$$d_1 = F_S + \left. \frac{\partial F_f(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=0} \omega + \Delta\omega \approx F_S + (F_\omega - \frac{F_S - F_C}{\omega_S}) \omega \quad (2)$$

同理,在速度最高点处展开式为

$$d_2 = F_f(\omega_{\max}) + \left. \frac{\partial F_f(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=\omega_{\max}} (\omega - \omega_{\max}) \Delta\omega \approx F_f(\omega_{\max}) + (F_\omega - \frac{F_S - F_C}{\omega_S} e^{-\frac{\omega_{\max}}{\omega_S}}) (\omega - \omega_{\max}) \quad (3)$$

设 d_1, d_2 两条直线相交于 ω_{Stw} 点,如图 1 所示。当 $\omega > 0$ 时的摩擦模型可以描述为

$$F_{f+} = \begin{cases} b_1 + k_1 \omega, 0 < \omega \leq \omega_{Stw} \\ b_2 + k_2 \omega, \omega_{Stw} < \omega \leq \omega_{\max} \end{cases} \quad (4)$$

式中: $b_1 = F_S; k_1 = F_\omega - (F_S - F_C)/\omega_S; b_2 = F_f(\omega_{\max}) - \{F_\omega - [(F_S - F_C)/\omega_S] e^{-\omega_{\max}/\omega_S}\} \omega_{\max}; k_2 = F_\omega - [(F_S - F_C)/\omega_S] e^{-\omega_{\max}/\omega_S}; \omega_{Stw} = (b_1 - b_2)/(k_2 - k_1)$ 。

速度反方向的摩擦模型可以用同样的方法得到类似的结果。

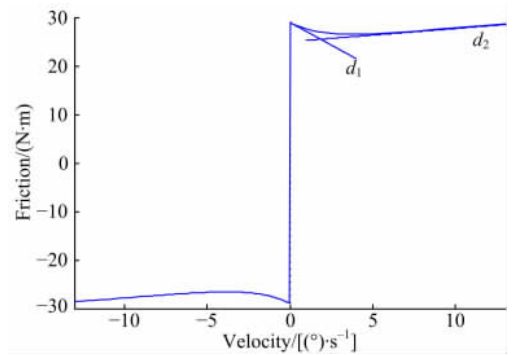


图 1 Stribeck 摩擦模型及在速度正方向的线性化
Fig. 1 Linearization of Stribeck model in positive velocity

1.2 模型参数

当 $0 < \omega < \omega_S$ 时, b_1 为静摩擦力, k_1 表现了在低速状态下 Stribeck 效应反映出的摩擦力随速度增大而减小的特性。当 $\omega > \omega_S$ 时,若有 $\omega_{\max} \rightarrow +\infty$, 则有:

$$b_2 = \lim_{\omega_{\max} \rightarrow \infty} F_f(\omega_{\max}) - (F_\omega - \frac{F_S - F_C}{\omega_S} e^{-\frac{\omega_{\max}}{\omega_S}}) \omega_{\max} = F_C \quad (5)$$

$$k_2 = \lim_{\omega_{\max} \rightarrow \infty} F_\omega - \frac{F_S - F_C}{\omega_S} e^{-\frac{\omega_{\max}}{\omega_S}} = F_\omega \quad (6)$$

式中: b_2, k_2 分别为库仑摩擦力和黏滞摩擦因子。

这一模型虽然忽略了摩擦的动态特性,但文献[6]指出,一个准确的 Stribeck 模型,能够对整个摩擦现象做到 90% 的近似。且忽略的摩擦特性大多发生在速度过零时,如磁滞(hysteresis)、静摩擦的可变特性(varying break away force)。对于本文考察的低速平稳性,这些情况基本不会

发生。所以,可以采用分段线性化的摩擦模型研究系统的特性。综上考虑,可将摩擦力建模为

$$F_f(\omega) = d_i + F_{\Delta}, i = 1, 2, 3, 4 \quad (7)$$

式中: F_{Δ} 为建模误差, $|F_{\Delta}| \leq F_{\Delta\max}$ 。

1.3 伺服系统数学模型

经纬仪伺服系统结构^[7]如图 2 所示,以某型

号经纬仪伺服系统为例,图中各环节及摩擦模型参数取值为: $K_{PWM} = 43.47$; $K_T = 86.32 \text{ N} \cdot \text{m/A}$; $R = 3.31 \text{ } \Omega$; $K_e = 86.32 \text{ V}/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$; $J = 1075.35 \text{ N} \cdot \text{m}^2$; $F_s = 35 \text{ N} \cdot \text{m}$; $F_c = 25 \text{ N} \cdot \text{m}$; $F_w = 0.0873 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/(\text{ }^\circ)$; $\omega_s = 0.1 \text{ } (\text{ }^\circ)/\text{s}$ 。

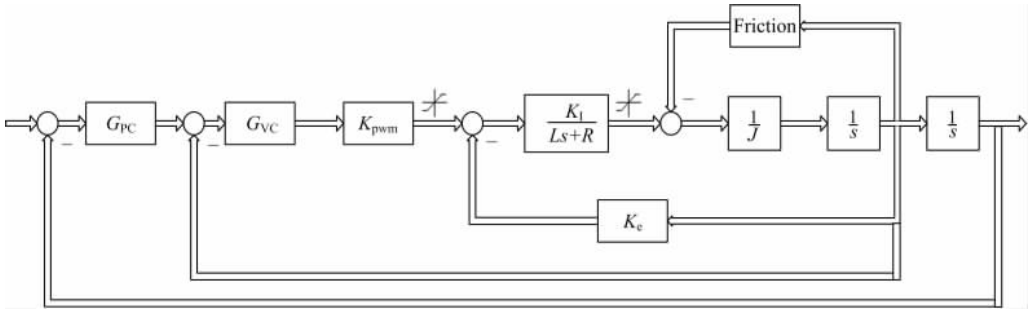


图 2 经纬仪伺服系统结构简图

Fig. 2 Structure of theodolite servo system

位置环调节器为 $G_{PC} = \frac{7(0.5s + 1)}{3s + 1}$,速度环

调节器为 $G_{VC} = \frac{150(0.1s + 1)}{0.8s + 1}$,根据上述参数,

在 $\omega \in (0, \omega_{\max})$ 内线性化以后的摩擦模型为

$$F_f = \begin{cases} F_{f1} : F_{f1} = -25787.9656\omega + 35, \omega \in (0, \omega_s] \\ F_{f2} : F_{f2} = 5\omega + 24.95, \omega \in (\omega_s, \omega_{\max}) \end{cases} \quad (8)$$

为了分析问题方便,可将系统模型转换为状态空间模型,设系统输入为 $u = [r, F_{\Delta} + b_i]^T$,系统输出为 ω ,则系统状态空间模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = A_i x + B[r, F_{\Delta} + b_i]^T, i = 1, 2, 3, 4 \\ y = Cx \end{cases} \quad (9)$$

选择状态变量为 $x_1 = \omega, x_2 = \int \omega dt$;将速度环和位置环调节器化为严真传递函数后,取其中惯性环节的输出为 x_3, x_4 。模型参数为

$$\begin{cases} A_1 = \begin{bmatrix} 2.467 & -10.3534 & 17.2556 & 77.6502 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -0.3333 & 0 \\ -1 & -1.1667 & 1.9444 & -1.25 \end{bmatrix} \\ A_2 = \begin{bmatrix} -9.9612 & -10.3534 & 17.2556 & 77.6502 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -0.3333 & 0 \\ -1 & -1.1667 & 1.9444 & -1.25 \end{bmatrix} \\ B = \begin{pmatrix} 10.3534 & 0 & 1 & 1.1667 \\ -0.0005 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^T \\ C = (1 \ 0 \ 0 \ 0), D = (0 \ 0) \end{cases} \quad (10)$$

2 极限环的产生

当电机速度在 $(-\omega_{\max}, -\omega_s)$ 和 $(\omega_s, \omega_{\max})$ 内,摩擦力与电机运动速度成正比,对伺服系统的影响是产生一定稳态误差。当电机速度在区间 $(0, \omega_s)$ 和 $[-\omega_s, 0)$ 时,由于摩擦力矩和速度存在负斜率关系,将会对系统稳定性产生影响。图 3 为 k_i (线性化摩擦模型的斜率)从 $5 \rightarrow -25787.9656$ 连续变化时,闭环系统特征值的变化曲线,有一对特征值从复平面的左半平面穿越到右半平面,使平衡点的性质发生变化,产生了分岔现象。而在系统的调节过程中,速度反复穿越 ω_s 值,使平衡点的性质反复发生变化,这样,系统出现孤立的周期解,即极限环。

下面,本文将用 Poincare-Bendixson 定理的一个推论^[8]证明极限环存在。首先给出如下引理。

引理 1 考虑系统 $\dot{x} = f(x)$,设 M 是一个有界闭子集,使 ① M 不包含平衡点,或只包含一个平衡点,且 Jacobi 矩阵 $[\partial f/\partial x]$ 在该点有实部为正的 eigenvalue; ② 每条始于 M 的轨线在将来所有时刻都保持在 M 内。那么, M 包含系统 $\dot{x} = f(x)$ 的一个周期轨道。

对于条件 ②,文献^[8]给出了一个等价条件:考虑一条由方程 $V(x) = c$ 定义的闭合曲线,其中 $V(x)$ 连续可微。此时,对集合 $M = \{V(x) \leq c\}$,当 $c > 0$ 时,如果在边界 $V(x) = c$ 上有 $f(x) \nabla V(x) \leq 0$,那么轨线就在 M 内。

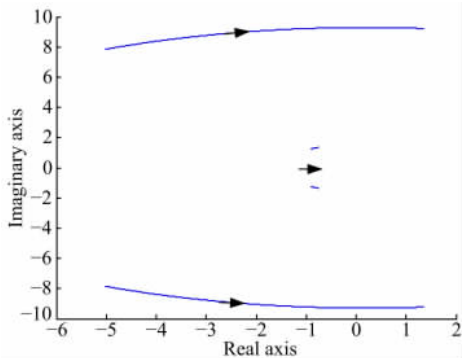


图 3 系统矩阵特征值随摩擦特性变化曲线

Fig. 3 Eigenvalues' locus of varying friction parameter

定理 1 对于集合 $M = \{V(x) \leq c_1, 0 < x_1, 0 < x_2 < c_2 x_1\}$, 其中 $V(x) = (x_1 - \omega_s)^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2, c_1 > 0, c_2 > 6.9$, 系统(9) 在上述集合定义的有界闭区域内存在极限环。

证明 对于系统(9), 考虑其无激励状态方程 $\dot{x} = A_1 x$, 其平衡点为 $x_{eq} = [0, 0, 0, 0]^T$, 对于集合 $M = \{V(x) \leq c_1, 0 < x_1, 0 < x_2 < c_2 x_1\}$ 描述的有界闭区域。显然, 平衡点 $x_{eq} \notin M$ 。

对于 $x_1 > \omega_s$, 有 $\dot{x} = A_1 x$ 。此时, 可以通过非奇异线性变换 $\tilde{x} = Px$ 将 A_1 转换为对角阵

$$\tilde{A}_1 = \begin{pmatrix} 1.3362 & 9.2264 & 0 & 0 \\ -9.2264 & 1.3362 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.8944 & 1.2580 \\ 0 & 0 & -1.2580 & -0.8944 \end{pmatrix}$$

则对于 $x_1 > \omega_s$, 有

$$f(x) \nabla V(x) = -5.021(x_1^2 + x_2^2) - 0.7513(x_3^2 + x_4^2) < 0$$

对于 $x_1 \leq \omega_s$, 有 $\dot{x} = A_2 x$, 同理, 可以通过非奇异线性变换将 A_2 转换为对角阵

$$\tilde{A}_2 = \begin{pmatrix} -5.021 & 7.8425 & 0 & 0 \\ -7.8425 & -5.021 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.7513 & 1.3504 \\ 0 & 0 & -1.3504 & -0.7513 \end{pmatrix}$$

则 $f(x) \nabla V(x) = (x_1 - \omega_s)(1.336x_1 + 9.226x_2) - 9.226x_1x_2 + 1.336x_2^2 - 0.8944(x_3^2 + x_4^2) < (x_1 - \omega_s)(1.336x_1 + 9.226x_2) - 1.336x_2(6.9x_1 - x_2) - 0.8944(x_3^2 + x_4^2)$

已知 $x_1 - \omega_s \leq 0$, 且在区域 M 内, $0 < x_1, 0 < x_2 < 6.9x_1$, 故对于 $x_1 \leq \omega_s$, 亦有 $f(x) \nabla V(x) < 0$ 。

综上, 由引理 1 可知, 在给定的区域 M 内, 取 $c_2 = 6.9$ 时, 系统(9) 存在一个周期轨道。

3 极限环的稳定性

参考文献[4, 9], 本文通过分析 Poincare 映射的 Jacobi 矩阵的特征值来研究极限环的局部稳定性。对于本文所描述的极限环, 首先做出如下假设: 对于双闭环伺服系统, 当存在如式(8)描述的摩擦力矩时, 产生周期为 $T = l_1 + l_2$ 的极限环。其中 l_1 为 $\omega > \omega_s$ 的运动时间, l_2 为 $\omega < \omega_s$ 的运动时间, 设初始时间状态 $x(t_0) = a, x(t_0 + l_1) = b$ 。定义系统的 Poincare 截面为 $S_\omega = Cx = 0$, 对于系统(9), 本文给出如下定理。

定理 2 当系统存在上述假设描述的极限环时, 系统 Poincare 映射的 Jacobi 矩阵如式(11)所示时, 则极限环是局部稳定的当且仅当 $|\lambda(W)| < 1$ 。

$$W = (I - \frac{v_1 C}{Cv_1}) \Phi_1 (I - \frac{v_2 C}{Cv_2}) \Phi_2 \quad (11)$$

式中: $v_1 = A_1 a + Bu; v_2 = A_2 b + Bu$ 。

证明 考虑系统初值受扰动的运动轨迹 $\tilde{x}(t)$, 受扰动的初值为 $x(t_0) = a + \delta a$, 且 $Cx(t_0) = \omega_s$ 。设 $t_0 = 0$, 当 $t = l_1$ 时有

$$x(l_1) = e^{A_2 l_1} (a + \delta a) + \int_0^{l_1} e^{A_2(t-\tau)} Bu d\tau \quad (12)$$

设达到 $\omega = \omega_s, \omega < 0$ 的时间为 $t = l_1 + \delta l_1$, 则

$$x(l_1 + \delta l_1) = e^{A_2(l_1 + \delta l_1)} (a + \delta a) + \int_0^{(l_1 + \delta l_1)} e^{A_2(l_1 + \delta l_1 - \tau)} Bu d\tau \quad (13)$$

对式(13)做一阶 Taylor 级数展开

$$\begin{aligned} x(l_1 + \delta l_1) &= x(l_1) + \frac{\partial x(l_1)}{\partial l_1} \delta l_1 + o(\delta^2) = \\ &= e^{A_2 l_1} (a + \delta a) + e^{A_2 l_1} A_2 \delta l_1 (a + \delta a) + \\ &+ \int_0^{l_1} e^{A_2(l_1 - \tau)} Bu d\tau + \frac{\partial}{\partial l_1} \left(\int_0^{l_1} e^{A_2 \tau} Bu d\tau \right) \delta l_1 + \\ &+ o(\delta^2) = \Phi_2 (I + A_2 \delta l_1) (a + \delta a) + \\ &+ (I + A_2 \delta l_1) \int_0^{l_1} e^{A_2 \tau} Bu d\tau + Bu \delta l_1 + o(\delta^2) \end{aligned}$$

上式可化简为

$$x(l_1 + \delta l_1) = b + \Phi_2 \delta a + (A_2 b + Bu) \delta l_1 + o(\delta^2) \quad (14)$$

当 $C(l_1 + \delta) = \omega_s$, 忽略高阶无穷小 $o(\delta^2)$, 式(14) 可以化简为 $C\Phi_2 \delta a + C(A_2 b + Bu) \delta l_1 = 0$, 由

$$\left. \frac{d\omega}{dt} \right|_{t=l_1} = C(A_2 b + Bu) < 0$$

可知 $A_2 b + Bu \neq 0$

则 $\delta l_1 = -\frac{C\Phi_2 \delta a}{C(A_2 b + Bu)}$ (15)

将式(15)代入式(14),可得

$$x(l_1 + \delta l_1) = b + \delta b + o(\delta^2) \quad (16)$$

$$\text{式中: } \delta b = \left[I - \frac{(A_2 b + B_2 u) C}{C(A_2 b + B_2 u)} \right] \Phi_2 \delta a。$$

同理,可得当 $t \in [t_1, t_2]$, 初值 b 存在扰动 δb 时的系统状态方程的解为

$$x(l_1 + \delta l_1 + l_2 + \delta l_2) = e^{A_1(h_2 + \delta h_2)}(b + \delta b) + \int_0^{(h_2 + \delta h_2)} e^{A_1(h_2 + \delta h_2 - \tau)} B_1 u d\tau \quad (17)$$

对其 Taylor 一阶展开为

$$x(l_1 + \delta l_1 + l_2 + \delta l_2) = a + \Phi_1 \delta b + (A_1 a + B u) \delta l_2 + o(\delta^2)$$

当 $C_2 x(l_1 + \delta l_1 + l_2 \delta l_2) = \omega_s$, 同理有

$$\delta l_2 = -\frac{C \Phi_1 \delta b}{C(A_1 b + B u)} \quad (18)$$

$$x(l_1 + \delta l_1 + l_2 + \delta l_2) = a + W \delta a + o(\delta^2) \quad (19)$$

Jacobi 矩阵

$$W = (I - \frac{v_1 C}{C v_1}) \Phi_1 (I - \frac{v_2 C}{C v_2}) \Phi_2 \quad (20)$$

式中: $v_1 = A_1 a + B u; v_2 = A_2 b + B u。$

则当 $|\lambda(W)| < 1$ 时极限环是局部稳定的。

4 仿真分析

分析摩擦扰动下的系统运动学特性,主要分为两个部分:①验证在低速状态下出现的极限环现象,分析如何调节控制器参数,以避免极限环的产生;②分析由于摩擦扰动产生极限环的稳定性。

4.1 控制器参数对系统运动学影响

当控制器参数为

$$G_{VC} = \frac{150(0.1s + 1)}{0.8s + 1}, G_{PC} = \frac{7(0.5s + 1)}{3s + 1} \quad (21)$$

时仿真结果如图 4 所示。

当控制器参数变化为

$$G_{VC} = \frac{700(0.1s + 1)}{(0.8s + 1)}, G_{PC} = \frac{7(0.5s + 1)}{(3s + 1)} \quad (22)$$

时仿真结果如图 5 所示。

对比上述两组仿真结果可以看出,当采用第一组控制器时,相轨迹表现为闭合轨线,证明了极限环的存在。两组控制器参数的区别仅仅在于开环增益不同,为了进一步分析产生极限环的原因,本文采用根轨迹的方法分析系统运动行为。系统速度环根轨迹如图 6 所示,当速度环采用式(21)

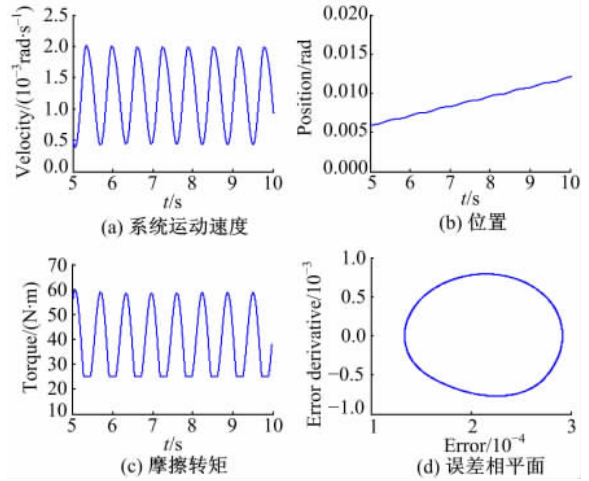


图 4 第一组控制参数的仿真结果图

Fig. 4 Simulation result for the first controller

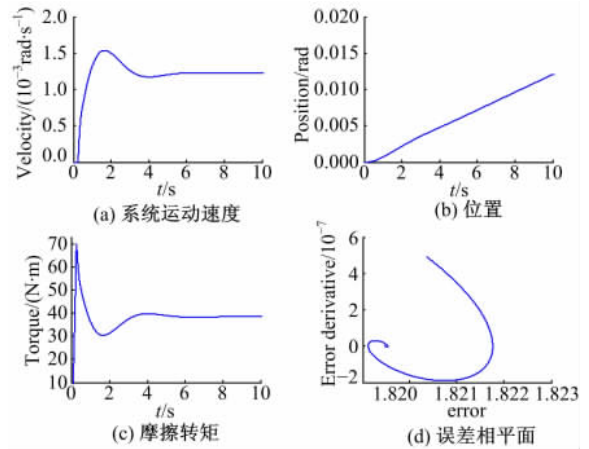


图 5 第二组控制参数的仿真结果图

Fig. 5 Simulation result for the second controller

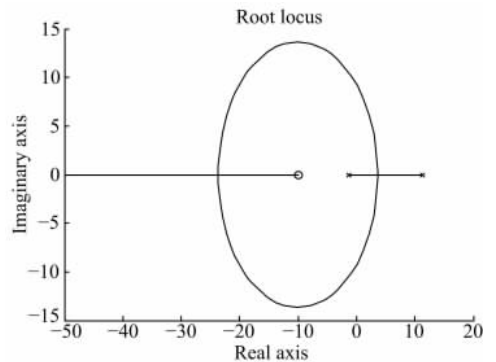


图 6 速度环根轨迹

Fig. 6 Root locus of velocity loop

所示的参数时,位置环根轨迹如图 7 所示。

由图 7 可知,系统存在一对根轨迹在 s 平面虚轴的右侧,因此会产生一对不稳定的实根,这一对根轨迹始于速度环闭环的一对复极点。若要消除这一对复极点,需增大速度环开环增益,使速度

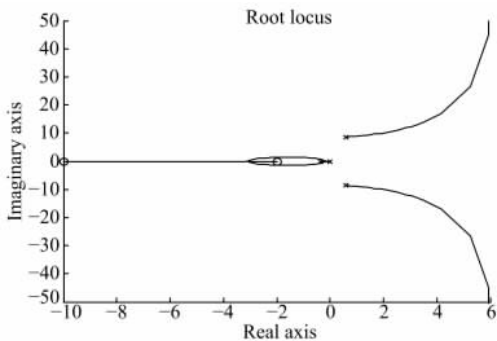


图 7 位置环根轨迹

Fig. 7 Root locus of position loop

环闭环极点位于 s 平面虚轴的左侧,且远离虚轴。这样可以避免极限环的产生。需要注意的是,此时增加系统速度环的增益,会增加速度环剪切频率,以至于接近伺服系统的机械谐振频率,在工程应用中,这是需要折衷考虑的。此时,可以考虑其他高鲁棒性的控制算法,提高系统的速度平稳度^[10-11]。

4.2 极限环稳定性判断

应用定理 2 判断极限环的稳定性,系统的状态方程如式(10)所示。由仿真结果可得上述系统数值解的周期 $l_1 = 0.2475, l_2 = 0.4515$, 模型发生切换时刻的状态为

$$a = (1.75e-3 \quad 8.35e-3 \quad 6.63e-4 \quad 3.68e-4)^T$$

$$b = (1.75e-3 \quad 8.876e-3 \quad 6.64e-4 \quad 1.46e-4)^T$$

由定理 2, Poincare 映射的 Jacobi 矩阵为

$$W = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0195 & 0.0113 & 0.6867 & -0.3933 \\ 0.0061 & -0.1056 & 0.3453 & -0.5348 \\ 0.0082 & 0.5414 & -0.2789 & 0.1495 \end{pmatrix}$$

其特征值 $\lambda_{1,2} = 0.4007 \pm 0.5193i, \lambda_3 = -0.2954, \lambda_4 = 0$, 均位于单位圆内,由定理 2 可以证明此时系统的极限环是稳定的。

5 实验验证

为了验证理论分析的结果,在伺服系统中进行了实验研究。实验设备为一维转台,电机采用成都精密电机厂生产的 J130LYX02G 永磁直流力矩电机,编码器为 21 位绝对式编码器, PWM 驱动方式为单极倍频方式,伺服控制器和功率级均为自制产品,给定速度为 $0.1 (^{\circ})/s$, 采样频率为 800 Hz。在此状态下,受编码器分辨率的影响,采用差分估计的方式已经不能准确反映转台的速度。此时,通过设计状态观测器^[12]估计速度

信号。

实际控制器结构速度环采用二阶超前—滞后校正,位置环采用一阶超前—滞后+速度前馈校正。实际调节器参数为

$$\begin{cases} G_V(s) = 500 \times \frac{(0.01s + 1)(0.05s + 1)}{(20s + 1)(0.005s + 1)} \\ G_P(s) = 3 \times \frac{0.45s + 1}{5s + 1} \end{cases} \quad (23)$$

作为对比,变换调节器参数为

$$\begin{cases} G_V(s) = 500 \times \frac{(0.01s + 1)(0.05s + 1)}{(20s + 1)(0.005s + 1)} \\ G_P(s) = \frac{0.45s + 1}{3s + 1} \end{cases} \quad (24)$$

实验结果如图 8、图 9 所示,从图 8 可看出,系统波动幅值较大,没有明显的稳速现象。在 3.3 s 附近,出现了幅值近似的周期振荡,在 3.4 s 以后,系统出现了振荡发散的现象,说明此时系统处于不稳定状态。经过振荡收敛之后,在 3.5 s 以后,系统又进入幅值近似的周期振荡状态。从图 9 中可以看出,速度波动基本在 $0.05 (^{\circ})/s$ 附近,表现出一定的稳态误差。

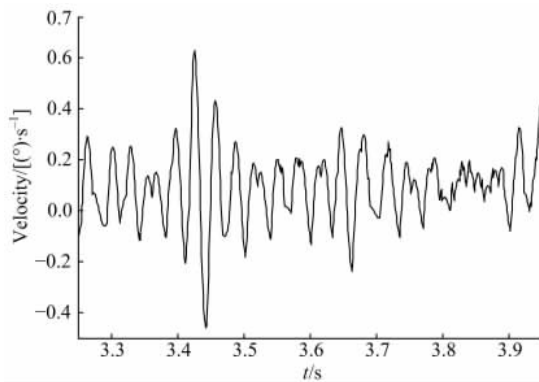


图 8 采用式(23)做控制器时的速度响应

Fig. 8 Velocity response with controller of equation(23)

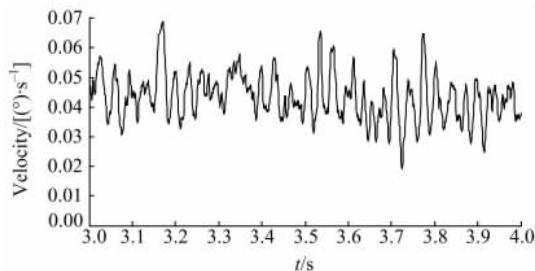


图 9 采用式(24)做控制器时的速度响应

Fig. 9 Velocity response with controller of equation(24)

对上述实验现象分析如下:

(1)在实际系统中,由于不同位置摩擦特性的非一致性,不可能采用一个统一的数学模型描述摩擦现象。此时,闭环系统成为一个参数时变系统,由于鲁棒性较差,振荡的行为更容易受到摩擦参数变化的影响。从邻近的几个采样点看,始终在给定速度附近做幅值近似的振荡。这与理论分析和仿真现象相符,因此周期振荡的极限环现象是存在的。

(2)从周期振荡的运动行为看,并没有出现明显发散和收敛现象,因此,实验现象验证了极限环是稳定的。

(3)与图 8 对比,图 9 中没有出现大幅值振荡现象。速度基本稳定在 $0.05 (^{\circ})/s$ 附近。但是摩擦对其影响是不能忽略的,这使速度输出出现一些波动和稳态误差;只是由于速度环增益的增大,保持了对摩擦扰动的鲁棒稳定性。

6 结束语

本文主要分析了受摩擦力矩扰动时,伺服系统出现的极限环现象及其性质。对 Stribeck 摩擦效应的建模,采用了一种分段线性化方法。系统在摩擦扰动影响下,产生分岔现象,改变了平衡点的稳定性。而在调节过程中该现象反复出现,导致极限环的产生。理论上,采用 Poincare-Bendixson 定理的推论,证明了极限环的存在,给出了极限环的存在区域。并通过 Poincare 映射的 Jacobi 矩阵进行分析,得出极限环为稳定极限环的结论。最后,通过对系统的根轨迹分析可以得出,避免极限环产生的关键在于:系统受 Stribeck 效应影响时,保证闭环系统的鲁棒稳定性。对于本文所述系统,增大速度环开环增益是一种最简单的方式,但同时需要折衷系统的带宽与谐振频率的关系。

参考文献:

[1] 刘强,尔联洁,刘金琨. 摩擦非线性环节的特性、建模与控制补偿综述[J]. 系统工程与电子技术, 2002,24(11):45-52.
Liu Qiang, Er Lian-jie, Liu Jin-kun. Overview of characteristics, modeling and compensation of non-linear friction in servo systems[J]. Systems Engineering and Electronics, 2002,24(11):45-52.

[2] Armstrong Brian, Amin Bimal. PID control in the presence of static friction: a comparison of algebraic and describing function analysis[J]. Automatica, 1996, 32(5):679-692.
[3] Olsson Henrik, Astrom K J. Friction generated limit cycles[C]//Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Control Applications, 1996: 798-803.
[4] Olsson Henrik, Astrom K J. Friction generated limit cycles[J]. IEEE Transactions on Control Systems Technology, 2001, 9(4):629-636.
[5] de wit C Canudas, Astrom K J. A new model for control of systems with friction[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1995,40(3):419-424.
[6] Marton Lorinc. On analysis of limit cycles in positions systems near stribek velocities[J]. Mechatronics, 2008,18(1):46-52.
[7] 张文博,范大鹏,朱华征. 基于采样控制理论的光电跟踪伺服系统内模控制[J]. 光学精密工程, 2008, 16(2):221-228.
Zhang Wen-bo, Fan Da-peng, Zhu Hua-zheng. Internal model control for electro-optical tracking servo system based on sampled-data control theory[J]. Opt Precision Eng, 2008,16(2):221-228.
[8] Khalil Hassan K. 非线性系统[M]. 朱义胜,董辉,李作洲,等译. 北京:电子工业出版社,2005.
[9] Chen L, Tan K K, Huang S N. Limit cycles in a class of system under PID-type of relay feedback[C] //The 33rd Annual Conference of IEEE Industrial Electronics Society, 2007:915-920.
[10] 李洪文. 基于内模 PID 控制的大型望远镜伺服系统[J]. 光学精密工程,2009,17(2):327-332.
Li Hong-wen. Servo system of large telescope based on internal model PID control method[J]. Opt Precision Eng, 2009,17(2):327-332.
[11] 姬伟,李奇,许波,等. 光电跟踪系统鲁棒自调整内模控制设计与分析[J]. 光学精密工程,2009,17(9):2247-2255.
Ji Wei, Li Qi, Xu Bo, et al. Analysis and design of robust self-tuning IMC for opto-electronic tracking system[J]. Opt Precision Eng, 2009,17(9):2247-2255.
[12] Yang S, Ke S. Performance evaluation of a velocity observer for accurate velocity estimation of servo motor drives[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2000, 36(1): 98-104.