第 53 卷 第 4 期 2004 年 4 月
1000-3290/2004/53(04)/1015-05

物 理 学 报
ACTA PHYSICA SINICA

Vol.53,No.4,April,2004
©2004 Chin.Phys.Soc.

关于 $\overline{B}^0 \to \overline{K}^0 \pi^0$ 衰变过程研究*

吴向尧[1)2)†] 尹新国[1)] 郭义庆[2)5)] 张晓波[3)] 尹建华[4)] 谢远亮[4)]

1)(淮北煤炭师范学院物理系,淮北 235000)

2)(南开大学物理学院,天津 300071)

3)(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,长春 130022)

4)(吉林大学物理系,长春 130025)

5)(中国科学院高能物理研究所,北京 100039)

(2002 年 11 月 14 日收到;2003 年 6 月 23 日收到修改稿)

系统地计算 $\overline{B}^0 \to \overline{K}^0 \pi^0$ 衰变过程的强子矩阵元,它包括领头阶因子化部分,α_s 修正的硬胶子交换部分和软胶子交换部分.其中软胶子交换部分,无论在量子色动力学(QCD)因子化方法中,还是在微扰 QCD 中都不能进行计算.用光锥 QCD 求和规则系统地计算了这部分贡献,并发现在该衰变道中软胶子交换部分与领头阶因子化部分以及 α_s 修正的硬胶子交换部分有相同的数量级,因此不能忽略.最后计算了该衰变过程的分支比,计算结果与实验结果相一致.

关键词:B 介子衰变, 强子矩阵元, 分支比

PACC:1000, 1235E, 1235H, 1390

1. 引 言

我们知道,对 B 介子的非轻子衰变的理论预言面临着很大的挑战,这是由于衰变过程中存在的非微扰问题.更好地理解 B 介子非轻子衰变,对我们研究电荷宇称破坏机制以及检验标准模型和寻找标准模型以外的新的物理思想都具有非常重要的意义.近 20 年来,在研究 B 介子非轻子衰变中取得相当大的进展[1—10].

最近几年,Beneke 等[8]给出在重夸克极限下,对 $B \to \pi\pi, \pi K$ 进行次领头阶的计算.如对 $B \to \pi\pi$ 衰变过程的强子矩阵元按 α_s 和 Λ_{QCD}/m_b 的幂次展开为

$$\langle \pi\pi | O_i | B \rangle = \langle \pi | j_1 | B \rangle \langle \pi | j_2 | 0 \rangle \times \left[1 + \sum \gamma_n \alpha_s^n + O\left(\frac{\Lambda_{QCD}}{m_b} \right) \right], \quad (1)$$

其中 O_i 是弱有效哈密顿量中四夸克算符,$j_{1,2}$ 是双线性夸克流.他们指出,在重夸克极限下,(1)式的强子矩阵元在 α_s 任意阶的修正都可用 PQCD 方法进行计算.同样,来自于与旁观夸克硬散射的非因子化贡献也可以在 PQCD 框架内计算.(1)式中第三项 $O\left(\frac{\Lambda_{QCD}}{m_b}\right)$ 是幂次修正项,它主要包括夸克横向动量修正的贡献、湮没图贡献、高扭度波函数贡献以及软胶子交换的贡献.它们都是 Λ_{QCD}/m_b 压低的.在本文中,我们详细讨论在 $\overline{B}^0 \to \overline{K}^0 \pi^0$ 衰变中软胶子交换对衰变振幅的贡献.

最近,Khodjamirian[10]首次用光锥 QCD 求和规则方法(LCSR)研究 B 介子非轻子衰变的强子矩阵元,在这种方法中,强子矩阵元在 α_s 和 $\frac{1}{m_b}$ 的领头阶等于形状因子与衰变常数的乘积.因此与 QCD 因子化预言是一致的.但在 LCSR 方法中形状因子是直接由 LCSR 计算的.我们知道软胶子的效应在 QCD 因子化和 PQCD 中都是不能计算的,但在 LCSR 中可进行系统地计算.由于在 LCSR 中,其领头阶贡献与 QCD 因子化结果一致,对因子化的领头阶和非因子化的硬胶子贡献,直接用 QCD 因子化方法的结果.因此,我们只需计算 $\overline{B}^0 \to \overline{K}^0 \pi^0$ 衰变中软胶子效应的贡献,其中包括所有树图、电弱企鹅图和 QCD 企鹅图.

* 安徽省教育厅自然科学基金(批准号:2004KJ323)资助的课题.

† E-mail:phymath@etang.com

下面给出 $\Delta B=1$ 跃迁过程的有效哈密顿量[8,10]，

$$H_{\rm eff}=\frac{G_{\rm F}}{\sqrt{2}}V_{ub}V_{ud}^{*}\left\{\left(c_1(\mu)+\frac{c_2(\mu)}{3}\right)O_1(\mu)+2c_2(\mu)\widetilde{O}_1(\mu)+\cdots\right\}. \tag{2}$$

在(2)式中省略了 QCD 和弱电企鹅图算子.

对 $\overline{B}^0\to\overline{K}^0\pi^0$ 过程，

$$\begin{aligned}O_1&=(\bar{s}\Gamma_\mu d)(\bar{d}\Gamma^\mu b),\\ \widetilde{O}_1&=\left(\bar{s}\Gamma_\mu\frac{\lambda^a}{2}d\right)\left(\bar{d}\Gamma_\mu\frac{\lambda^a}{2}b\right),\end{aligned} \tag{3}$$

其中 $\Gamma_\mu=\gamma_\mu(1-\gamma_5)$，$\mathrm{Tr}[\lambda^a\lambda^b]=2\delta^{ab}$，算符 $O_2=(\bar{d}\Gamma_\mu d)(\bar{s}\Gamma^\mu b)$经 Fierz 变换得到

$$O_2=\frac{1}{3}O_1+2\widetilde{O}_1. \tag{4}$$

2. 构造三点关联函数

在这一节中，我们集中讨论 $\overline{B}^0\to\overline{K}^0\pi^0$ 中算子 O_1 和 $\widetilde{O}_1$ 的强子矩阵元，作为 LCSR 方法的起始工作，首先构造下列的真空-π 介子的三点关联函数：

$$F_\alpha^{(O)}(p,q,k)=-\int{\rm d}^4x\,{\rm e}^{-{\rm i}(p-q)x}\times\int{\rm d}^4y\,{\rm e}^{{\rm i}(p-k)y}\times\langle 0|T\{j_{\alpha_5}^{(K)}(y)O(0)j_5^{(B)}(x)\}|\pi(q)\rangle, \tag{5}$$

其中

$$\begin{aligned}j_{\alpha_5}^{(K)}(y)&=\bar{d}(y)\gamma_\alpha\gamma_5 s(y),\\ j_5^{(B)}(x)&={\rm i}m_b\bar{b}(x)\gamma_5 u(x)\end{aligned}$$

分别作为 K，B 介子的内插夸克流. 算子 O 表示 O_1 或 $\widetilde{O}_1$. 关联函数(5)式是三个独立动量 q，$p-k$ 和 k 的函数. π 介子是在壳的，在手征限下 $m_\pi=0$，所以 $q^2=m_\pi^2=0$. 关联函数(5)式可分解成下列洛仑兹结构形式：

$$\begin{aligned}F_\alpha^{(O)}&=(p-k)_\alpha F^{(O)}+q_\alpha\widetilde{F}_1^{(O)}\\&\quad+k_\alpha\widetilde{F}_2^{(O)}+\varepsilon_{\alpha\beta\lambda\rho}q^\beta p^\lambda k^\rho\widetilde{F}_3^{(O)},\end{aligned} \tag{6}$$

即按独立动量展开，并含有四个不变振幅，而其中只有振幅 $F^{(O)}$ 与我们要计算的强子矩阵元有关.

我们把(3)式中的色八重态算子 $\widetilde{O}_1$ 代入(5)式中的关联函数，得到

$$\begin{aligned}F_\alpha^{(\widetilde{O}_1)}(p,q,k)&=2\int{\rm d}^4x\,{\rm e}^{-{\rm i}(p-q)x}\int{\rm d}^4y\,{\rm e}^{{\rm i}(p-k)y}\\&\quad\times\Big(\langle 0|T\Big\{\bar{d}(y)\gamma_\alpha\gamma_5 s(y)\bar{s}(0)\\&\quad\times\frac{\lambda^a}{2}\gamma_\mu d(0)\bar{d}(0)\frac{\lambda^a}{2}\gamma^\mu\gamma_5 b(0)\\&\quad\times{\rm i}m_b\bar{b}(x)\gamma_5 u(x)\Big\}|\pi(q)\rangle\\&\quad+\langle 0|T\Big\{\bar{d}(y)\gamma_\alpha\gamma_5 s(y)\bar{s}(0)\\&\quad\times\frac{\lambda^a}{2}\gamma_\mu\gamma_5 d(0)\bar{d}(0)\frac{\lambda^a}{2}\gamma^\mu b(0)\\&\quad\times{\rm i}m_b\bar{b}(x)\gamma_5 u(x)\Big\}|\pi(q)\rangle\Big).\end{aligned} \tag{7}$$

经复杂计算，最后给出算符 $\widetilde{O}_1$ 对 $\overline{B}^0\to\overline{K}^0\pi^0$ 的强子矩阵元总的贡献.

(1)发射 K 介子：

$$\begin{aligned}A_1&={\rm i}m_B^2\left(\frac{1}{4\pi^2 f_K}\int_0^{s_0^K}{\rm d}s\,{\rm e}^{-s/M^2}\right)\\&\quad\times\left(\frac{m_b^2}{2f_B m_B^4}\int_{u_0^B}^1\frac{{\rm d}u}{u}{\rm e}^{m_B^2/M'^2-m_b^2/uM'^2}\right.\\&\quad\times\left[\frac{m_b f_{3\pi}}{u}\int_0^u\frac{{\rm d}v}{v}\varphi_{3\pi}(1-u,u-v,v)\right.\\&\quad+f_\pi\int_0^u\frac{{\rm d}v}{v}\left[3\widetilde{\varphi}_\perp(1-u,u-v,v)\right.\\&\quad\left.-\left(\frac{m_b^2}{uM'^2}-1\right)\frac{\Phi_1(1-u,u)}{u}\right]\\&\quad\left.\left.+f_\pi\left(\frac{m_b^2}{uM'^2}-2\right)\frac{\Phi_2(u)}{u^2}\right]\right).\end{aligned} \tag{8}$$

(2)发射 π 介子：

$$\begin{aligned}A_2&={\rm i}m_B^2\left(\frac{1}{4\pi^2 f_\pi}\int_0^{s_0^\pi}{\rm d}s\,{\rm e}^{-s/M^2}\right)\\&\quad\times\left(\frac{m_b^2}{2f_B m_B^4}\int_{u_0^B}^1\frac{{\rm d}u}{u}{\rm e}^{m_B^2/M'^2-m_b^2/uM'^2}\right.\\&\quad\times\left[\frac{m_b f_{3K}}{u}\int_0^u\frac{{\rm d}v}{v}\varphi_{3K}(1-u,u-v,v)\right.\\&\quad+f_K\int_0^u\frac{{\rm d}v}{v}\left[3\widetilde{\varphi}_\perp(1-u,u-v,v)\right.\\&\quad\left.-\left(\frac{m_b^2}{uM'^2}-1\right)\frac{\Phi_1(1-u,u)}{u}\right]\\&\quad\left.\left.+f_K\left(\frac{m_b^2}{uM'^2}-2\right)\frac{\Phi_2(u)}{u^2}\right]\right).\end{aligned} \tag{9}$$

对 $\overline{B}^0\to\overline{K}^0\pi^0$ 衰变过程，经计算得到总衰变振幅

$$\begin{aligned}&M(\overline{B}^0\to\overline{K}^0\pi^0)\\&=M_{f+\alpha_s}(\overline{B}^0\to\overline{K}^0\pi^0)+M_{nf}(\overline{B}^0\to\overline{K}^0\pi^0),\end{aligned} \tag{10}$$

其中 $M_{f+\alpha_s}$ 为领头阶与 α_s 修正的硬胶子交换部分的振幅，M_{nf} 为软胶子交换部分的振幅，它们的表达式为

$$
\begin{aligned}
&M_{f+\alpha_s}(\overline{B}^0\to\overline{K}^0\pi^0)\\
&= i\frac{G_F}{2}f_K F_0^{B\pi}(0)(m_B^2-m_\pi^2)\\
&\quad\times\left\{V_{tb}V_{ts}^*\left[a_4-\frac{1}{2}a_{10}+\left(a_6-\frac{1}{2}a_8\right)R_5\right]\right\}\\
&\quad+i\frac{G_F}{2}f_\pi F_0^{BK}(0)(m_B^2-m_K^2)\\
&\quad\times\left\{V_{ub}V_{us}^*a_2-V_{tb}V_{ts}^*\ \frac{3}{2}(a_9-a_7)\right\},
\end{aligned}\tag{11}
$$

$$
\begin{aligned}
&M_{nf}(\overline{B}^0\to\overline{K}^0\pi^0)\\
&=2G_F V_{ub}V_{us}^*c_1A_2-G_F V_{tb}V_{ts}^*\\
&\quad\times\left(-c_3A_1+\frac{1}{2}c_9A_1+c_8A_2+c_{10}A_2\right).
\end{aligned}\tag{12}
$$

3. 数值计算和结果讨论

有了上节中的计算结果,输入有关参数,可计算 $\overline{B}^0\to\overline{K}^0\pi^0$ 衰变道的分支比,并与实验结果进行比较.

对 π,K 介子的输入参数取为

$$
f_\pi=132\ \text{MeV},\quad f_K=160\ \text{MeV},
$$
$$
s_0^\pi=0.7\ \text{GeV}^2,\quad s_0^K=1.62\ \text{GeV}^2,
$$
$$
M^2=0.5-1.5\ \text{GeV}^2.
$$

有效阈值 s_0 和 Borel 参数 M^2 由两点 QCD 求和规则[10]得到.对 B 介子的输入参数为

$$
f_B=180\pm30\ \text{MeV},\quad m_b=4.7\pm0.1\ \text{GeV},
$$
$$
s_0^B=35\pm2\ \text{GeV}^2,\quad \mu_b=\sqrt{m_B^2-m_b^2}\approx2.4\ \text{GeV}
$$
$$
M'=10\pm2\ \text{GeV}^2,\quad f_{3\pi}=0.0026\ \text{GeV}^2,
$$
$$
f_{3K}=0.0035\ \text{GeV}^2,\quad \delta^2(\mu_b)=0.17\ \text{GeV}^2.
$$

π,K 介子的扭度-3,扭度-4 光锥波函数均取渐近形式.B 到 π 介子跃迁形状因子是按 LCSR 计算的结果,

$$
F_0^{B\pi}(0)=0.28\pm0.05,
$$
$$
F_0^{BK}(0)=0.32\pm0.05.
$$

下面我们给出 $\overline{B}^0\to\overline{K}^0\pi^0$ 的衰变道分支比,并考虑了因子化、硬胶子交换的非因子化修正和软胶子交换的非因子化效应的总贡献.其中 Wilson 系数 c_i 和系数 a_i 计算到次领头阶,并在标度 $\mu=m_b/2$ 下的值由文献[11]给出:

$$
c_1=1.137,\quad c_2=-0.295,\quad c_3=0.021,
$$
$$
c_4=-0.051,\quad c_5=0.010,\quad c_6=-0.065,
$$
$$
c_7=\frac{-0.024}{129},\quad c_8=\frac{0.096}{129},
$$
$$
c_9=\frac{-1.325}{129},\quad c_{10}=\frac{0.331}{129},
$$
$$
a_1=1.073+i\,0.048,\quad a_2=-0.039-i\,0.113,
$$
$$
a_3=0.008+i\,0.004,\quad a_4=-0.031-i\,0.023,
$$
$$
a_5=-0.011-i\,0.005,\quad a_6=-0.052-i\,0.017,
$$
$$
a_7=\frac{0.007}{129}+i\frac{0.004}{129},\quad a_8=\frac{0.09}{129}-i\frac{0.001}{129},
$$
$$
a_9=-\frac{1.258}{129}-i\frac{0.040}{129},\quad a_{10}=\frac{0.062}{129}+i\frac{0.168}{129}.\tag{13}
$$

经数值计算,我们得到 $\overline{B}^0\to\overline{K}^0\pi^0$ 衰变过程的振幅为

$$
\begin{aligned}
&M_f^T+M_{\alpha_s}^T+M_{nf}^T\\
&=V_{ub}V_{us}^*\{[i\,5.7144\times10^{-7}]+[7.68723\times10^{-7}\\
&\quad-i\,8.36752\times10^{-7}]+[i\,4.56625\times10^{-7}]\},
\end{aligned}\tag{14}
$$

其中 M_f^T,$M_{\alpha_s}^T$,M_{nf}^T 分别表示在树图中因子化振幅、α_s 修正的非因子化振幅和软胶子交换的非因子化振幅.

$$
\begin{aligned}
&M_f^P+M_{\alpha_s}^P+M_{nf}^P\\
&=V_{tb}V_{ts}^*\{[-i\,7.3756\times10^{-7}]+[2.5094\times10^{-7}\\
&\quad-i\,8.55746\times10^{-8}]+[i\,5.24382\times10^{-9}]\},
\end{aligned}\tag{15}
$$

其中 M_f^P,$M_{\alpha_s}^P$,M_{nf}^P 分别表示在企鹅图中因子化振幅、α_s 修正的非因子化振幅和软胶子交换的非因子化振幅.

由以上计算结果可得重要结论:在衰变道的树图中,因子化、α_s 修正和软胶子的贡献有相同的数量级.只是在企鹅图中软胶子贡献较小,但软胶子总的贡献较大,因此不能忽略,而在以往的所有计算中都没有考虑软胶子的贡献.

我们取 CKM 矩阵的 Wolfenstein 参数[11,12]

$$
A=0.8,\quad \lambda=0.22,
$$
$$
\rho=-0.77,\quad \eta=0.64.\tag{16}
$$

在 B 介子的静止系中,两体衰变 $B\to P_1P_2$(表示两个介子)的宽度为

$$
\Gamma(B\to P_1P_2)=\frac{1}{8\pi}|M(B\to P_1P_2)|^2\frac{|P|}{m_B^2},\tag{17}
$$

其中

$$
|P|=\frac{[(m_B^2-(m_{P_1}+m_{P_2})^2)(m_B^2-(m_{P_1}-m_{P_2})^2)]^{\frac{1}{2}}}{2m_B}.\tag{18}
$$

相应的分支比为

$$
BR(B\to P_1P_2)=\frac{\Gamma(B\to P_1P_2)}{\Gamma_{tot}},\tag{19}
$$

其中 Γ_{tot} 是衰变总宽度.实验给出 B 介子的寿命[13]

$$\tau(B^{\pm}) = 1.65 \times 10^{-12} s,$$
$$\tau(B^{0}) = 1.56 \times 10^{-12} s. \tag{20}$$

我们计算得到该衰变道分支比为

$$BR(\overline{B}^0 \to \overline{K}^0 \pi^0) = 9.89 \times 10^{-6}. \tag{21}$$

实验给出的分支比为[14]

$$BR(\overline{B}^0 \to \overline{K}^0 \pi^0) = (8.2^{+3.1}_{-2.7} \pm 1.2) \times 10^{-6}. \tag{22}$$

由此可见,在实验误差范围内我们的计算结果与实验结果完全一致.

4. 结 论

在本文中,我们系统地分析了 $\overline{B}^0 \to \overline{K}^0 \pi^0$ 衰变过程的强子矩阵元,既包括领头阶因子化部分,又包括非因子化 α_s 的硬胶子交换和软胶子交换部分.其中软胶子交换的贡献无论在 PQCD 理论还是 QCD 因子化中都没有办法计算,而只能在 LCSR 理论中进行计算.最后,我们计算了 $\overline{B}^0 \to \overline{K}^0 \pi^0$ 衰变道的分支比,其结果在实验给出的测量范围内.

在计算过程中,因子化部分和软胶子交换的非因子化部分是在 LCSR 框架内进行的,而硬胶子交换的非因子化部分直接引用了 QCD 因子化结果.为了一致性,这部分也应该在 LCSR 内进行,但目前还存在技术上困难,这是我们下一步要做的工作.我们希望在同一框架内研究 B 介子的非轻衰变过程,从而使计算结果得到进一步改善.

[1] Braun V M, Filyanov I B 1989 *Z. Phys.* C **44** 157

[2] Balitsky I I, Braun V M, Kolesnichenko A V 1989 *Nucl. Phys.* B **312** 509

[3] Aliev T M, Ovchinnikov A A, Slobodeniuk V A 1990 *Phys. Lett.* B **237** 569

[4] Amundson J F, Boyd C G, Jenkins E *et al* 1992 *Phys. Lett.* B **296** 415

[5] Li H N, Yu H L 1995 *Phys. Rev. Lett.* **74** 4388

[6] Wu N, Ruan T N, Zheng Z P 2001 *Chin. Phys.* **10** 611

[7] Wang Z G, Wan S L, Wang K L 2001 *Chin. Phys.* **10** 497

[8] Beneke M, Buchalla G, Neubent M *et al* 1999 *Phys. Rev. Lett.* **83** 1914 ;Beneke M, Buchalla G, Neubent M *et al* 2000 *Nucl. Phys.* B **591** 313

[9] Kou S P 2001 *Chin. Phys.* **10** 398

[10] Khodjamirian A 2001 *Nucl. Phys.* B **605** 558

[11] Beneke M, Buchalla G, Neubert M *et al* 2001 *Nucl. Phys.* B **606** 245

[12] Muta T, Sugamoto A, Yang M Z *et al* 2000 *Phys. Rev.* D **62** 94020

[13] Caso C *et al* 1998 *Eur. Phys. J.* C **3** 1

[14] Casey B C K *et al* 2002 *Phys. Rev.* D **66** 92002

Research on $\bar{B}^0 \to \bar{K}^0 \pi^0$ decay *

Wu Xiang-Yao[1)2)] Yin Xin-Guo[1)] Guo Yi-Qing[2)5)] Zhang Xiao-Bo[3)] Yin Jian-Hua[4)] Xie Yuan-Liang[4)]

[1)] (*Department of Physics, Huaibei Coal Industry Teachers College, Huaibei 235000, China*)

[2)] (*Institute of Physics, Nankai University, Tianjin 300071, China*)

[3)] (*Institute of Changchun Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130022, China*)

[4)] (*Department of Physics, Jilin University, Changchun 130025, China*)

[5)] (*Institute of High Energy Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China*)

(Received 14 November 2002; revised manuscript received 23 June 2003)

Abstract

In this paper, the hadronic matrix element of $\bar{B}^0 \to \bar{K}^0 \pi^0$ decay is calculated systematically, which includes the contribution of factorization in the leading order, the $O(\alpha_s)$ correction from hard gluon exchange and the correction from soft gluon exchange. The soft gluon exchange cannot be calculated in quantum chromodynamics (QCD) factorization as well as in perturbed QCD, but it can be calculated in terms of the light cone QCD sum rules, and the calculation shows that the amplitudes of soft gluon exchange, the factorization in the leading order and the $O(\alpha_s)$ correction in the decay channel are of the same order of magnitude. So, the soft gluon exchange effect cannot be neglected. Finally, the branch ratio is calculated and it is consistent with the experimental result.

Keywords: B meson decay, hadronic matrix element, branch ratio

PACC: 1000, 1235E, 1235H, 1390

* Project supported by the Natural Science Foundation from Education Bureau of Anhui Province, China (Grant No. 2004KJ323).