

亚波长衍射微透镜色散的数值分析*

刘玉玲 卢振武

(中国科学院长春光学精密机械与物理研究所,应用光学国家重点实验室,长春 130022)

(2003 年 8 月 29 日收到,2003 年 10 月 31 日收到修改稿)

采用旋转体时域有限差分法对亚波长衍射微透镜进行数值分析,给出了在微透镜焦平面上的电场强度分布和从近场到远场的电场强度分布.研究了亚波长衍射微透镜的色散,给出了入射波长不同于设计波长的色散曲线,数值分析结果表明了亚波长衍射微透镜的负向色散特性,而且随着波长的减小焦距增加得更快.

关键词:亚波长衍射微透镜,色散,时域有限差分法

PACC:4225F

1. 引言

亚波长衍射微透镜具有体积小、重量轻、集成度高、易于复制等特点被广泛应用于图像识别和处理、光学传感、光通讯、激光医学、空间光学等许多领域.对于亚波长尺寸的元件,标量衍射理论已经不能对其进行精确分析^[1,2],必须采用严格的矢量分析方法.然而目前的文献大多只是对周期结构的光栅进行矢量衍射分析^[3],而关于分析非周期结构的亚波长衍射微透镜的文献却非常少.本文把旋转体时域有限差分法(BOR FDTD)^[4]作为分析方法,说明了分析过程、理论公式和 Matlab 程序流程,以此为工具对亚波长衍射微透镜进行数值分析,给出了在微透镜焦平面上的电场强度分布和从近场到远场的电场强度分布.研究了亚波长衍射微透镜的色散,给出了入射波长不同于设计波长的色散曲线,数值分析结果表明了亚波长衍射微透镜的负向色散特性,即随着入射波长的减小焦距增加,而且随着波长的减小焦距增加得更快.

2. 分析方法

本文采用 BOR FDTD 来分析旋转对称的亚波长衍射微透镜.使用该方法的优点是不仅能对旋转对称的微透镜进行精确的模拟,而且能将三维问题转

化为二维问题并且只需分析半个微透镜结构,因此大大简化了计算,节约了时间.

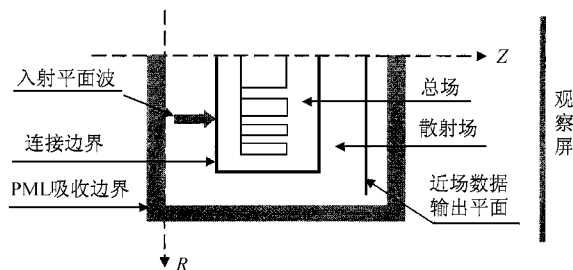


图 1 BOR FDTD 分析微透镜的几何框图

图 1 为采用 BOR FDTD 算法分析亚波长衍射微透镜的几何框图,图中 Z 轴为旋转对称轴. BOR FDTD 算法利用 Yee 氏网格对计算空间进行离散,被分析的元件位于网格空间中,通过赋予网格点电磁参数的方法来模拟元件的电磁结构.在 BOR FDTD 计算空间的外边界设置了具有一定厚度的完全匹配层(PML)^[5]用来截断计算空间,在 PML 内采用完全匹配吸收边界条件(PML ABC)算法来消除非物理因素引起的电磁波的反射,从而模拟电磁波在开放空间的传播,这样既可以大大减轻计算负担又可以节约计算时间.

为了便于设置连续平面波源,把 BOR FDTD 计算空间划分为总场和散射场,被分析的元件位于总场内,如图 1 所示.总场内既存在入射波又存在散射波,在散射场内只考虑散射波,不计入射波,总场

* 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所创新项目(批准号 2002LQ.04)资助的课题.

与散射场的交界处为连接边界,垂直入射的平面波便由连接边界引入总场.在初始时刻整个计算网格空间的电磁场均设为零,而后平面波源被接通,随着时间步的增加,入射平面波由连接边界向总场区内传播,当碰到被分析的元件时与它发生相互作用而产生散射波,散射波再通过连接边界向散射场内传播,遇到完全匹配层后能够比较理想的被吸收掉,好像在无限空间中传播一样.经过足够的时间步以后,总场和散射场都达到稳态分布.

靠近元件的近区电磁场的数据输出平面位于散射场内,达到稳态以后,对该面上各电磁分量进行一个简单的时域傅里叶变换就可得到位相与振幅信

息,然后通过平面波谱传播算法^[6]可以计算出观察屏上的场分布.

3. 理论分析

旋转体时域有限差分法是在柱坐标系中将电磁场的各个分量对方位角展开为傅里叶级数的形式,并考虑入射场的极化对各电磁分量奇偶性的影响,将各分量的展开式代入积分形式的 Maxwell 方程组,然后用中心差分替代各场分量对空间、时间的微分,可以得到计算各场分量的基本差分公式,表达式为

$$E_r \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{2\epsilon - \sigma\Delta t}{2\epsilon + \sigma\Delta t} E_r \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{2m\Delta t}{(2\epsilon + \sigma\Delta t) \left(i + \frac{1}{2}\right) \Delta r} H_z \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^n - \frac{2\Delta t}{(2\epsilon + \sigma\Delta t) \Delta z} \left[H_\phi \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+1}^n - H_\phi \Big|_{i+\frac{1}{2}, j}^n \right], \quad (1)$$

$$E_\phi \Big|_{i, j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{2\epsilon - \sigma\Delta t}{2\epsilon + \sigma\Delta t} E_\phi \Big|_{i, j+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{2\Delta t}{(2\epsilon + \sigma\Delta t) \Delta r} \left[H_z \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^n - H_z \Big|_{i-\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^n \right] + \frac{2\Delta t}{(2\epsilon + \sigma\Delta t) \Delta z} \left[H_r \Big|_{i, j+1}^n - H_r \Big|_{i, j}^n \right], \quad (2)$$

$$E_z \Big|_{i, j}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{2\epsilon - \sigma\Delta t}{2\epsilon + \sigma\Delta t} E_z \Big|_{i, j}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{2\Delta t}{(2\epsilon + \sigma\Delta t) \Delta r} \left[\left(i + \frac{1}{2}\right) H_\phi \Big|_{i+\frac{1}{2}, j}^n - \left(i - \frac{1}{2}\right) H_\phi \Big|_{i-\frac{1}{2}, j}^n \right] - \frac{2m\Delta t}{(2\epsilon + \sigma\Delta t) \Delta r} H_r \Big|_{i, j}^n, \quad (3)$$

$$H_r \Big|_{i, j}^{n+1} = H_r \Big|_{i, j}^n + \frac{m\Delta t}{\mu \Delta r} E_z \Big|_{i, j}^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} \left[E_\phi \Big|_{i, j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - E_\phi \Big|_{i, j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right], \quad (4)$$

$$H_\phi \Big|_{i+\frac{1}{2}, j}^{n+1} = H_\phi \Big|_{i+\frac{1}{2}, j}^n + \frac{\Delta t}{\mu \Delta r} \left[E_z \Big|_{i+1, j}^{n+\frac{1}{2}} - E_z \Big|_{i, j}^{n+\frac{1}{2}} \right] - \frac{\Delta t}{\mu \Delta z} \left[E_r \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - E_r \Big|_{i+\frac{1}{2}, j-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right], \quad (5)$$

$$H_z \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^{n+1} = H_z \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^n - \frac{m\Delta t}{\mu \left(i + \frac{1}{2}\right) \Delta r} E_r \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\mu \left(i + \frac{1}{2}\right) \Delta z} \left[\left(i + 1\right) E_\phi \Big|_{i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - i \cdot E_\phi \Big|_{i, j+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right]. \quad (6)$$

在连接边界通过对入射场的增减可以实现总场与散射场的转换,因此(1)~(6)式既适用于总场又适用于散射场.公式中 ϵ , μ , σ 分别为介电常数、磁导率和电导率, Δt 为时间步长, Δr , Δz 分别为 r , z

方向上的空间步长, m 指时间步.空间步长与时间步长的选取要考虑数值色散与数值稳定条件,通常情况 $\min\{\Delta r, \Delta z\} \leq \lambda/20$, λ 为入射波长, $\Delta t \leq \min\{\Delta r, \Delta z\} / c$, c 为真空中的光速,当 $m=0$ 时

$s = \sqrt{2}$, $m \geq 1$ 时 $s = m + 1$ ^[7]. 本文中波源为垂直入射的平面波, 此时 $m = 1$. 在 PML 内电磁场各分量的计算要采用 PML ABC 算法, 具体的计算公式见文献 [8].

按照上述分析方法和理论公式可以编制出用来分析微透镜的 BOR FDTD 程序, 本文所用的计算程序是使用 Matlab 软件编制的, 其流程如图 2 所示.

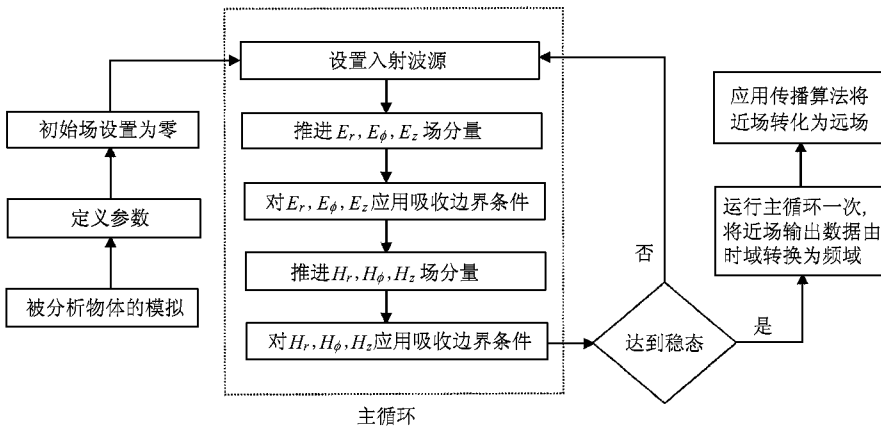


图 2 BOR FDTD 流程图

4. 亚波长衍射微透镜的数值分析

4.1. 亚波长衍射微透镜的场强分布

按照文献 [9] 的方法设计了一个大数值孔径的亚波长衍射微透镜, 设计参数为: 10 个波带, 入射波长 $2\mu\text{m}$, 焦距 $10\mu\text{m}$, 折射率 1.5, 直径 $56.568\mu\text{m}$, 最小特征尺寸 $0.1\mu\text{m}$, 如图 3 所示. 对其进行 BOR FDTD 分析可以得到它在焦平面上的一维电场强度分布, 如图 4(a) 所示; 从靠近元件的近场到远场的二维电场强度分布, 如图 4(b) 所示; 焦平面上的三维电场强度分布, 如图 4(c) 所示.

4.2. 亚波长衍射微透镜色散的分析

采用 BOR FDTD 方法可以分析出入射光通过微透镜后的电磁场分布, 包括平行光轴方向和垂直光轴方向, 由此可以分析微透镜的光学特性. 以下就

微透镜的色散特性进行分析.

以一个大数值孔径的亚波长衍射微透镜为分析实例, 设计参数为: 15 个波带, 焦距 $20\mu\text{m}$, 设计波长 $1.0\mu\text{m}$, 折射率 1.5, 直径 $57.446\mu\text{m}$, 如图 5 所示. 采用不同波长的平面电磁波作为入射波源, 分别计算沿光轴方向的电场强度分布, 根据场强最大值所在位置确定不同波长对应的焦点位置和焦距, 从而分析其色散特性. 分析结果如图 6(a) 和图 6(b) 所示.

图 6(a) 给出了入射波长小于设计波长时亚波长微透镜的色散情况. 分别用 $1.0\mu\text{m}$, $0.9\mu\text{m}$, $0.8\mu\text{m}$, $0.7\mu\text{m}$ 波长的平面电磁波作为波源, 入射光通过微透镜后沿光轴的电场强度大小如图所示, 可以看出随着波长的减小焦距在增加, 反映了亚波长衍射微透镜的负向色散特性.

图 6(b) 给出了入射波长大于设计波长时亚波长微透镜的色散情况. 分别用 $1.0\mu\text{m}$, $1.1\mu\text{m}$, $1.3\mu\text{m}$, $1.5\mu\text{m}$ 波长的平面电磁波作为波源, 入射光通过微透镜后沿光轴的电场强度大小如图所示, 可

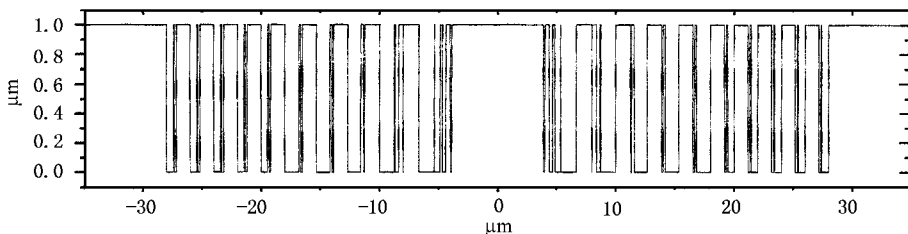


图 3 亚波长衍射微透镜

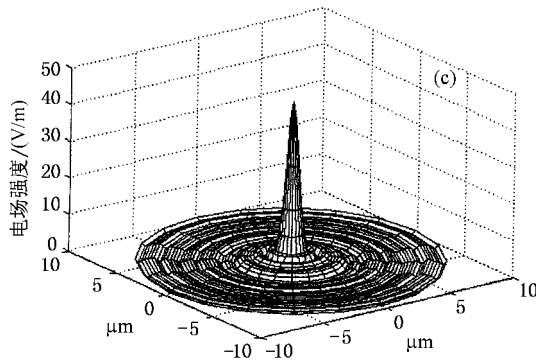
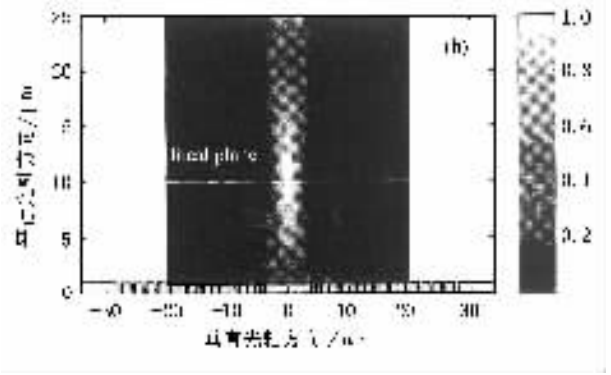
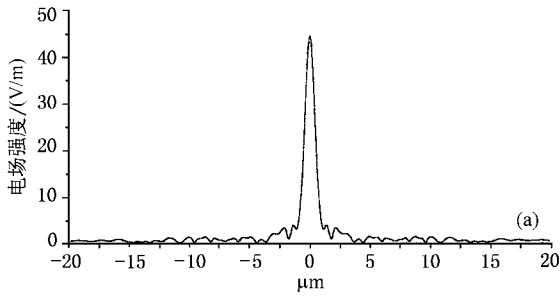


图4 (a)焦平面上电场强度的一维分布 (b)从近场到远场的二维电场强度分布 (c)焦平面上电场强度的三维分布

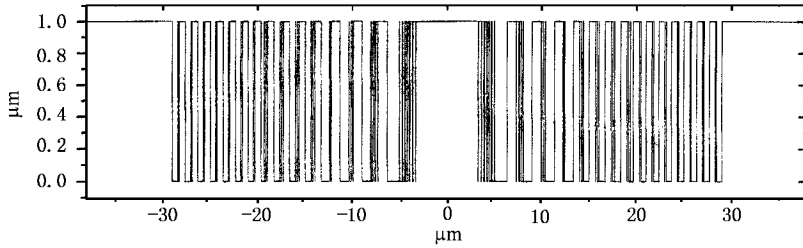


图5 亚波长衍射微透镜

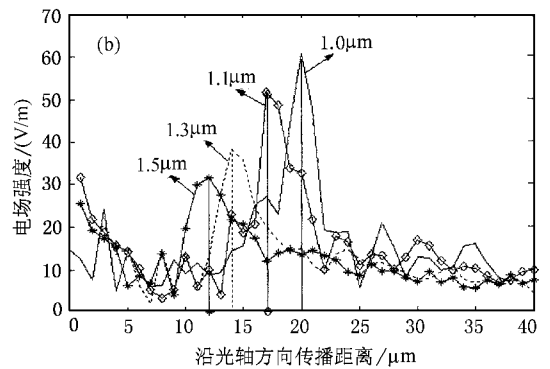
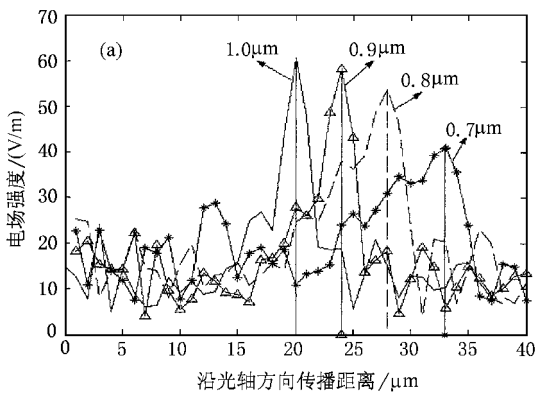


图6 (a)入射波长小于设计波长时亚波长衍射微透镜的色散 (b)入射波长大于设计波长时亚波长衍射微透镜的色散



以看出随着波长的增加焦距在减小,而且随着波长增加焦距减小变慢.

表 1 给出了对应于每一个入射波长的具体的焦距. 根据表 1 的数据,使用 origin 软件做出了色散曲线,如图 7 所示,可以看出焦距随波长增加而减小. 图 7 中还给出了一条二次多项式拟合曲线(7)式是拟合曲线所对应的焦距与波长的函数关系式,函数中的参数值如表 2 所示.

$$f = A + B_1\lambda + B_2\lambda^2. \quad (7)$$

表 1 亚波长衍射微透镜的焦距随入射波长的变化

入射波长 $\lambda/\mu\text{m}$	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1	1.3	1.5
焦距 $f/\mu\text{m}$	33.0	28.0	24.0	20.0	17.0	14.0	12.0

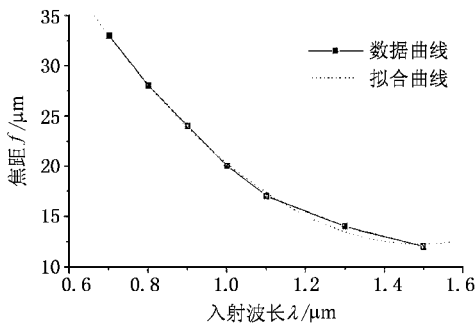


图 7 亚波长衍射微透镜的色散

表 2 拟合函数的参数值

参数	数值	误差
A	85.57049	2.62897
B_1	-98.19235	4.98309
B_2	32.8567	2.25076

以上分析的结果与文献 [10] 给出的衍射微透镜的色散只与入射波长有关,并且满足关系式 $f(\lambda) = f_0\lambda_0/\lambda$ 有所不同,本文的分析结果不满足焦距与波长的完全反比例关系. 文献 [11] 采用标量衍射理论分析了较大尺寸衍射透镜的色散,指出衍射透镜的色散不仅存在波长色散同时存在材料色散. 本文使用 BOR-FDTD 的好处是可以具体计算出不同波长对应的焦距及焦点处的场强大小,从而准确地分析色散情况.

5. 结 论

本文说明了旋转体时域有限差分法的分析过程、理论公式和 Matlab 程序流程,并以此为工具对亚波长衍射微透镜进行数值分析. 先以一个 10 个波带的亚波长衍射微透镜为例,计算出了在微透镜焦平面上的一维及三维电场强度分布和从近场到远场的二维电场强度分布;又以一个 15 个波带的亚波长衍射微透镜为例研究了它的色散情况,给出了入射波长不同于设计波长的色散曲线,数值分析结果表明了亚波长衍射微透镜的负向色散特性,即焦距随着波长变短而增加,而且随着波长的减小焦距增加得更快.

[1] Pommet D A, Moharam M G and Grann E B 1994 *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 1827
 [2] Yi Y X, Wang G P and Long Y B 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 604 (in Chinese) [易永祥、汪国平、龙拥兵 2003 物理学报 **52** 604]
 [3] Ba Y H X G, Qi X D and Tang Y G 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1157 (in Chinese) [巴音贺希格、齐向东、唐玉国 2003 物理学报 **52** 1157]
 [4] Prather D W and Shi S Y 1999 *J. Opt. Soc. Am. A* **16** 1131
 [5] Jean-Pierre Berenger 1994 *Journal of Computational Physics* **114** 185
 [6] Shi S Y and Prather D W 1999 *Optics Letters* **24** 1445

[7] Taflove A and Hagness S C 2000 *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method* (Boston London: Artech House) p549
 [8] Liu Y L et al 2003 *Optics Communications* **223** 39
 [9] Mait J N, Prather D W and Mirotznik M S 1998 *Optics Letters* **23** 1343
 [10] Swanson G J and Veldkamp W B 1989 *Optical Engineering* **28** 605
 [11] Zhang G P, Ye J X and Li Z G 1997 *Opto-Electronic Engineering* **24** 23 (in Chinese) [张国平、叶嘉雄、李再光 1997 光电工程 **24** 23]

Numerical analysis of the dispersion of subwavelength diffractive microlens^{*}

Liu Yu-Ling Lu Zhen-Wu

(*State Key Laboratory of Applied Optics , Changchun Institute of Optics , Fine Mechanics and Physics ,
Chinese Academy of Sciences , Changchun 130022 , China*)

(Received 29 August 2003 ; revised manuscript received 31 October 2003)

Abstract

Subwavelength diffractive microlenses are analyzed by use of body-of- revolutionary finite-difference time-domain method. The electric field distributions on the focal plane of the element and the distributions from near field to far field are shown. The dispersion property of subwavelength diffractive microlens is investigated. The dispersion curve in the case of incident wavelength different from the design wavelength is shown. Numerical result illustrates the negative dispersion characteristic of the element , and the increase of focal length is faster than the decrease of incident wavelength.

Keywords : subwavelength diffractive microlens , dispersion , finite-difference time-domain method

PACC : 4225F

^{*} Project supported by the Foundation for Innovation of Topics of Chinese Academy of Sciences ,Changchun Institute of Optics ,Fine Mechanics and Physics (Grant No.2002LQ.04).