

# 基于 Wassermann-Wolf 方程的共形光学系统设计研究

李东熙<sup>1)†</sup> 卢振武<sup>1)</sup> 孙 强<sup>1)</sup> 刘 华<sup>1)</sup> 张云翠<sup>1)‡</sup>

1) 长春光学精密机械与物理研究所, 应用光学国家重点实验室, 长春 130033)

2) 中国科学院研究生院, 北京 100039)

(2006 年 12 月 3 日收到, 2007 年 1 月 29 日收到修改稿)

提出了基于多项式拟合 Wassermann-Wolf 曲面设计共形光学系统的设计方法, 并给出了完整的设计结果. 共形光学系统要求整流罩具有流线型几何外观以减少空气阻力, 其次考虑导引头的光学系统设计, 所以共形整流罩引入的像差通常高达几十甚至一百个波长量级, 为导引头光学系统的设计带来了极大的困难. 通过多项式拟合 Wassermann-Wolf 曲面提供共形光学系统初始结构, 建立 Zernike 多项式特殊优化函数取代传统的光学系统评价函数, 克服了用传统光学设计方法设计共形光学系统时系统评价函数收敛缓慢的问题, 实现了共形光学系统的设计. 设计结果表明, 系统的调制传递函数在整个目标视场范围内达到了衍射极限.

关键词: 共形光学, Wassermann-Wolf 方程, Zernike 多项式, 目标视场

PACC: 4215E

## 1. 引 言

随着现代信息化战争的需求, 以红外成像制导为代表的现代精确制导武器得到了飞速的发展. 传统的光学系统设计一般把导引头提供的红外成像系统的图像质量以及多种制导方式的融合为设计重点. 但是随着光学制造、检测技术的日益发展, 不仅要求制导武器能提供精确的图像信息, 而且还要求制导武器具有优良的飞行性能, 以满足远距离、快速突破敌方地、空防御网, 实施精确打击目标. 共形整流罩的流线型结构能够显著地减小飞行阻力, 提高飞行速度, 大大增强导弹的作战性能. 于是近年来共形光学得到了重视与发展.

以 Mills<sup>[1]</sup>对共形光学的定义, 共形光学是指用具有流线形几何外观的椭球、抛物面、双曲面或者多项式形式的一些特殊表面取代传统的平板、球形整流罩, 减少飞行中导弹的空气阻力, 提升导弹的飞行性能. 因为球形整流罩产生的空气阻力占整个机身产生空气阻力的 50%<sup>[2]</sup>, 所以整流罩几何外观对减少导弹机身的空气阻力显得尤为重要. 与传统球形

整流罩相比, 共形整流罩能够显著减小空气阻力, 提高导弹作战性能.

共形光学系统优先确保导弹的空气动力学性能, 其次考虑光学系统设计. 所以与球形整流罩引入的像差相比, 共形整流罩引入的像差通常高达几十甚至一百个波长量级<sup>[3]</sup>. 共形光学系统不像球形结构具有点对称性质, 所引入的像差随目标视场变化而变化. 这种像差变化特性大大增加了共形光学系统的设计难度. 针对这些像差变化特点, 已有多篇文献提出了解决方法: 第一种方法是利用具有 Zernike 形式的两个位相板<sup>[4-7]</sup>的旋转或相对平移运动, 补偿共形整流罩引入的随目标视场变化像差. 但是这一方法使位相板只能具有单一的 Zernike 形式的表面类型, 校正与之对应的特定像差, 而且还需要借助 Risley 棱镜实现光线的偏转. 因此这种动态校正系统对光机电控制要求很高, 事实上难以真正实现. Whale<sup>[8]</sup>提出的柱透镜校正像散的方法同样存在上述缺点. 第二种方法是非对称形式的固定校正方法<sup>[9]</sup>. 非对称形式的弧形校正板受自身非轴旋转对称形状的限制, 导引头跟踪系统只能取上下扫描工作方式, 水平方向受到很大的限制, 严重限制了导引

头光学系统的前方扫描范围,并且这种前后表面都是高次非球面,又具有非轴对称形式的校正板大大增加了制造与检测难度<sup>[10]</sup>。

通过求解 Wasserman-Wolf 微分方程,可以精确确定光学系统所采用的非球面<sup>[11]</sup>,而且可以自由选择其透镜位置。Trotta<sup>[12]</sup>提出可以把 Wasserman-Wolf 方程用于共形光学系统,但是未见报道采用该方法设计共形光学系统和相应结果。本文通过多项式拟合 Wassermann-Wolf 曲面提供共形光学系统初始结构,建立 Zernike 多项式特殊优化函数取代传统的光学系统评价函数,克服了用传统光学设计方法<sup>[13]</sup>设计共形光学系统时系统评价函数收敛缓慢的问题,实现了共形光学系统的设计。根据上述设计方法设计的共形光学系统像空间  $F/\#$  为 1.0,工作波段为 3—5  $\mu\text{m}$ ,目标视场为  $\pm 33^\circ$  瞬间视场为  $\pm 0.3^\circ$ 。设计结果表明,系统的调制传递函数在整个目标视场范围内达到了衍射极限。

## 2. 共形光学系统的像差分析

本文采用 Zernike 多项式分析了共形光学系统的像差变化特性。因为在单位圆域内,Zernike 多项式展开式各项互相正交,且每一项都代表特定种类、特定级次的像差。光学系统波前的 Zernike 多项式表达式为

$$\mathcal{A}(\rho, \theta) = \sum_{n,m} a_n^m R_n^m(\rho) \cos m\theta, \quad (1)$$

定义域为连续的单位圆,其中  $0 \leq \rho \leq 1$ ,  $0 \leq \theta \leq 2\pi$ 。

Zernike 多项式  $R_n^m(\rho)$  数学表达式为

$$R_n^m(\rho) = \frac{1}{\left[\frac{n-m}{2}\right]! \rho^m} \left[ \frac{d}{d\rho^2} \right]^{\frac{n-m}{2}} \times [(\rho^2)^{\frac{n+m}{2}} (\rho^2 - 1)^{\frac{n-m}{2}}], \quad (2)$$

其中  $m, n$  为整数, $n-m$  为偶数且  $\geq 0$ 。Fringe Zernike 多项式展开式中  $Z5, Z8, Z9$  分别对应  $45^\circ$  初级像散、初级彗差和初级球差项。

利用 ZEMAX 光学设计软件,对整流罩为椭圆旋转面、 $F/\#$  为 1.0 的理想薄透镜组成的共形光学系统分析了像差变化特点,并给出了 Zernike 像差系数随目标视场变化特性。图 1 表示共形光学系统示意图,图 2 为 Fringe Zernike 像差系数随目标视场变化曲线,表 1 给出了上述共形光学系统主要参数。

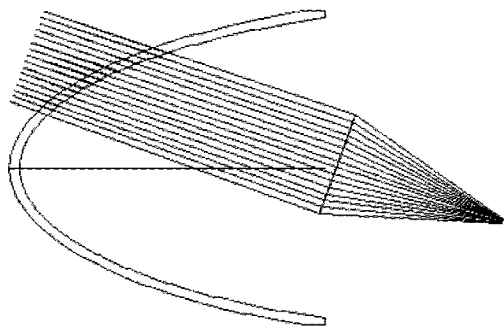


图 1 旋转到目标视场  $35^\circ$  时共形光学系统结构示意图

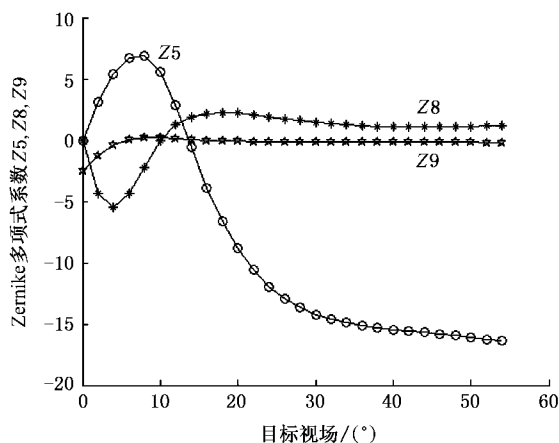


图 2 Zernike 像差系数  $Z5, Z8, Z9$  随目标视场变化

表 1 由理想薄透镜构成的共形光学系统参数

光学系统参数	设计值
像空间 $F/\#$	1.0
出瞳直径/mm	30
工作波长/ $\mu\text{m}$	3—5
目标视场/ $^\circ$	$\pm 55$
瞬间视场/ $^\circ$	$\pm 0.1$
整流罩直径/mm	100
径长比 $F$	1.5
整流罩材料	ZnS
整流罩厚度/mm	3.0

从图 2 中可以明显地看出,随着目标视场的变化,初级彗差项  $Z8$  和初级像散项  $Z5$  是影响系统成像质量的两个主要像差,其中像散的影响还要大于彗差项。与大的彗差、像散比较,本例中球差项的影响要小很多,这主要与具体选定的光学系统光束口

径有关.这与 Crouther 等<sup>[3]</sup>利用 CODE V 分析的结果一致.由以上分析可以看出,校正初级彗差、初级像散及其高阶项成为设计共形光学系统中首先要解决的任务.

### 3. Wassermann-Wolf 非球面理论

Born<sup>[14]</sup>在谈到非球面设计时,指出利用两个相邻的非球面消除光学系统引入的像散,并且满足正弦条件,即 Wassermann-Wolf 曲面. Wassermann-Wolf 微分方程组表达式如下:

$$\frac{dZ}{dt} = \left( \frac{nD \cos U - n''D_z}{nD \sin U - n''D_y} + \tan U \right)^{-1} \times \left( \frac{dH}{dt} - Z \frac{d}{dt}(\tan U) \right), \quad (3)$$

$$\frac{dZ'}{dt'} = \left( \frac{n'D \cos U' - n''D_z}{n'D \sin U' - n''D_y} + \tan U' \right)^{-1} \times \left( \frac{dH'}{dt'} - Z' \frac{d}{dt'}(\tan U') \right), \quad (4)$$

$$D_y = Y - Y',$$

$$D_z = d + Z' - Z,$$

$$D = \sqrt{D_y^2 + D_z^2}. \quad (5)$$

$$Y = H - Z \tan U,$$

$$Y' = H' - Z' \tan U'. \quad (6)$$

边界条件:

$$t = t' = 0 \text{ 时, } Z = Z' = 0. \quad (7)$$

正弦条件:

$$\sin U' / \sin U = C, \quad (8)$$

$$\text{或是 } H'/H = C \text{ (} C \text{ 为常数)} \quad (9)$$

图 3 中从物点  $p$  发出的光线经前方光学系统、曲面  $S, S'$  和后方光学系统会聚于像点  $Q$ . 光轴沿  $Z$  轴正方向,  $n, n'', n'$  分别为 Wassermann-Wolf 曲面前方、中间、后方的介质折射率,  $H, H'$  和  $U, U'$  分别为

Wassermann-Wolf 前表面、后表面坐标系下的入射高度和入射角,  $Z, Z'$  为曲面矢高,  $Y, Y'$  为对应纵坐标.

令  $t = t(Y), t' = t'(Y')$ , 根据 (3) (4) 和 (9) 式得到

$$\frac{dZ}{dY} = \left( \frac{nD \cos U - n''D_z}{nD \sin U - n''D_y} + \tan U \right)^{-1} \times \left( \frac{dH}{dt} \frac{dt(Y)}{dY} - Z \frac{d}{dt}(\tan U) \frac{dt(Y)}{dY} \right) \times \frac{dt(Y)}{dY}, \quad (10)$$

$$\frac{dZ'}{dY'} = \left( \frac{n'D \cos U' - n''D_z}{n'D \sin U' - n''D_y} + \tan U' \right)^{-1} \times \left( \frac{dH'}{dt'} \frac{dt'(Y')}{dY'} - Z' \frac{d}{dt'}(\tan U') \frac{dt'(Y')}{dY'} \right) \times \frac{dt'(Y')}{dY'}. \quad (11)$$

根据不同的入射光束、曲面参数、正弦条件和 (10) (11) 式, 对共形光学系统, Wassermann-Wolf 曲面可分为以下三种类型:

$$1) \text{ 当 } \left. \frac{d^2 Y}{dZ^2} \right|_{Z=Z_0} = 0 \text{ 或 } \left. \frac{d^2 Y'}{dZ'^2} \right|_{Z'=Z_0} = 0 \text{ 时,}$$

Wassermann-Wolf 曲线出现拐点.

$$2) \text{ 当 } \left. \frac{dY}{dZ} \right|_{Z=Z_0} = \infty \text{ 且 } \left. \frac{dY}{dZ} \right|_{Z=Z_0+\varepsilon} \times \left. \frac{dY}{dZ} \right|_{Z=Z_0-\varepsilon} <$$

0 时, Wassermann-Wolf 曲线为多值型曲线, 其中  $Z_0 \neq 0, \varepsilon \in \forall R$  ( $R$  为实数), 同样对 (11) 式存在类似结果.

3) 除上述情况为多项式拟合型.

以上多值型和拐点型 Wassermann-Wolf 曲线不适合设计具有大目标视场共形光学系统. 在光学系统设计中, 利用单个的非球面可以使入射光束精确地会聚于像点, 但不能保证满足正弦条件. 而采用两个连续非球面的 Wassermann-Wolf 曲面则克服了上述缺点. 图 4 表示了采用多值型 Wassermann-Wolf 透镜时轴上一对共轭点成像情况.

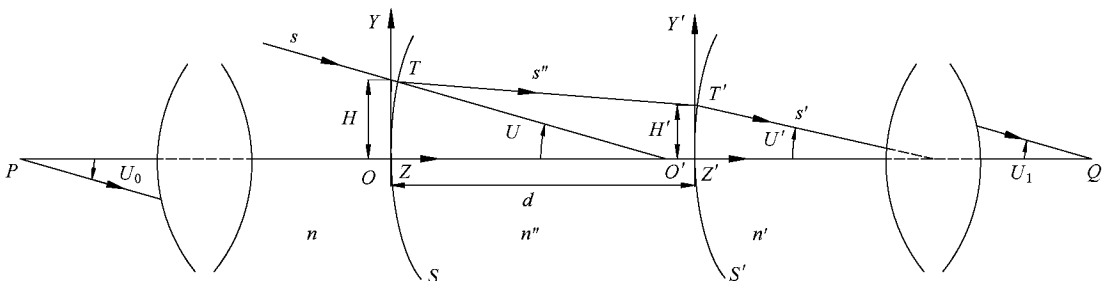


图 3 Wassermann-Wolf 曲面光学系统示意图

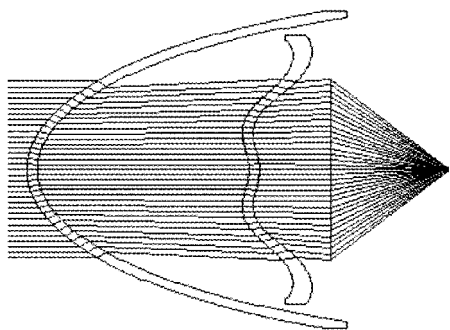


图4 采用多值型 Wassermann-Wolf 曲面时光学系统光路图

## 4. 设计实例

基于上述方法,设计了椭圆形整流罩径长比为 1.0,像空间  $F/\#$  为 1.0,工作波段为  $3\text{--}5\ \mu\text{m}$ ,目标视场为  $\pm 33^\circ$ ,瞬间视场为  $\pm 0.3^\circ$ ,光阑口径为 30 mm 共形光学系统.整个系统由三块固定折射透镜和两镜反射系统组成,如图 5 所示.其中第一块为多项式拟合 Wassermann-Wolf 透镜,第三块透镜前、后表面都采用了高次非球面.反射系统的主、次镜均为二次曲面,并承担了大部分系统光焦度.在保证一定的后焦距和遮挡比条件下,根据初级像差理论,反射系统初始结构留有一定的剩余像差,用于补偿前方系统残留的各种轴外像差.

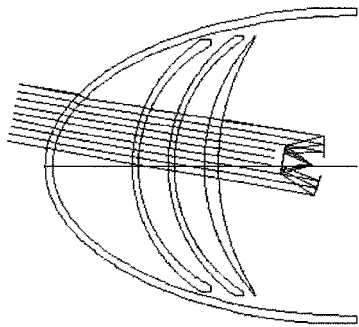


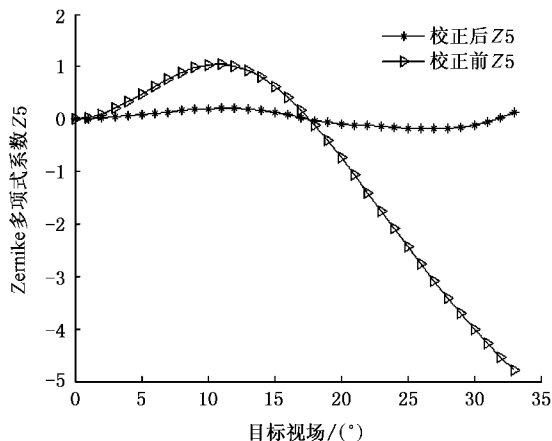
图5 共形光学系统示意图

共形光学系统具有较大目标视场、瞬间视场情况下,采用传统的优化方法时,光学系统评价函数收敛缓慢.为此,引入了 Zernike 多项式形式的像质评价函数.光学系统评价函数的一般形式为

$$(MF)^{\mathcal{Y}} = \sum_i W_i (V_i - T_i)^{\mathcal{Y}} / \sum_i W_i, \quad (12)$$

其中  $i$  为评价选项,  $V_i$  为系统当前评价选项值,  $T_i$  为相应的目标值,  $W_i$  为权重.结合共形光学系统像差分析结果,利用(12)式构造 Zernike 多项式评价函数.

通过选取适当的权重,反复优化之后,系统的球差、彗差以及像散均明显地减小.其中,初级像散项  $Z_5$  大小从 5.0 减小到 0.5 以内,如图 6 所示.

图6 系统优化前、后像散项  $Z_5$  随目标视场变化曲线

系统调制传递函数在整个目标视场范围内接近衍射极限,如图 7 所示.为了平衡边缘目标视场处像差,系统在  $0^\circ$  目标视场调制传递函数有所下降,但是其 30 线对的 MTF 值仍然保持大于 0.4.此外在  $\pm 0.3^\circ$  瞬间视场范围之内,系统的成像质量均得到较好的结果.

## 5. 结 论

本文采用多项式拟合 Wassermann-Wolf 曲面设计方法,通过 Zernike 多项式优化函数,初步设计了共形光学系统,并给出了完整的设计结果.整个共形光学系统在较大的目标视场范围内达到衍射极限.由于共形光学系统主要受到光学元件的几何外形限制,利用传统的光学设计方法难以获得合适的初始结构,系统的评价函数收敛缓慢.通过本次设计结果表明,多项式拟合 Wassermann-Wolf 曲面为共形光学系统提供了很好的设计起点.

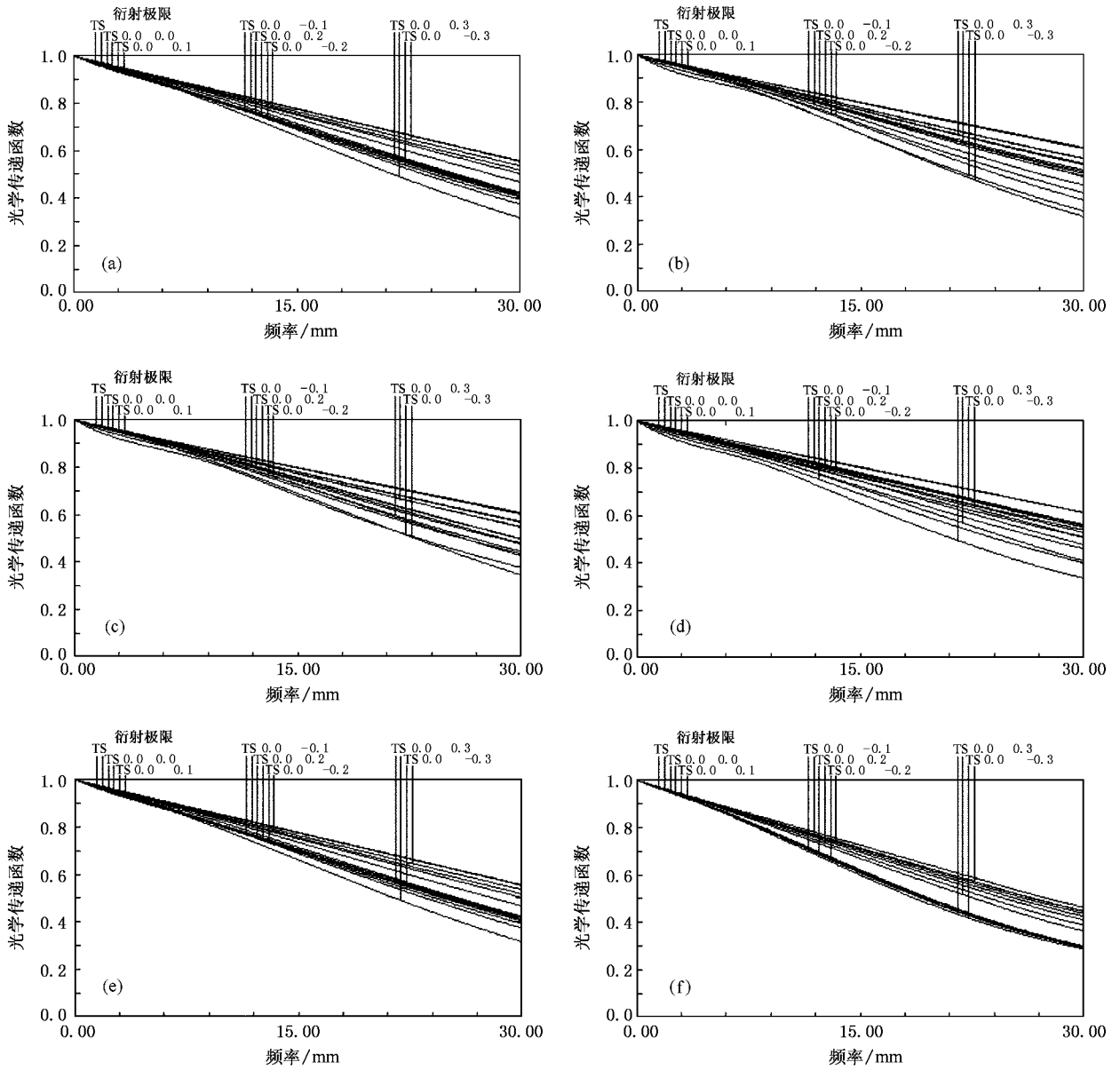


图7 (a)(b)(c)(d)(e)(f)分别表示 $0^\circ$ 、 $5^\circ$ 、 $10^\circ$ 、 $18^\circ$ 、 $28^\circ$ 、 $33^\circ$ 目标视场下系统调制传递函数

- [ 1 ] Mills J P 2001 *Proc. SPIE* **4442** 101
- [ 2 ] Knapp D J , Mills J P , Hegg R G , Trotta P A , Smith C B 2001 *Proc. SPIE* **4375** 146
- [ 3 ] Crouther B G , Mckenney D B , Mills J P 1998 *Proc. SPIE* **3482** 48
- [ 4 ] Mills J P , Sparrold S W , Mitchell T A , Ellis K S , Knapp D J , Manhart P K 1999 *Proc. SPIE* **3705** 201
- [ 5 ] Sparrold S W , Mills J P , Knapp D J , Ellis K S , Mitchell T A , Manhart P K 2000 *Proc. SPIE* **3705** 1822
- [ 6 ] Palusinski I A , Sasian J M , Greivenkamp J E 1998 *Proc. SPIE* **3482** 90
- [ 7 ] Mitchell T A , Sasian J M 1999 *Proc. SPIE* **3705** 209
- [ 8 ] Whale M R 1998 *Proc. SPIE* **3482** 62
- [ 9 ] Sparrold S W 1999 *Proc. SPIE* **3705** 189
- [ 10 ] Xie B C , Lu Z W , Li F Y 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3144 ( in Chinese ) 谢本超、卢振武、李凤有 2005 物理学报 **54** 3411 ]
- [ 11 ] Jetter R , Ries H 2005 *Proc. SPIE* **5875** 58750A1
- [ 12 ] Trotta P A 2001 *Proc. SPIE* **4375** 96
- [ 13 ] Wang F , Zhu Q H , Jiang D B , Zhang Q Q , Deng B , Jing F 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5277 ( in Chinese ) 王 芳、朱启华、蒋东滨、张清泉、邓 武、景 峰 2006 物理学报 **55** 5277 ]

## A research of conformal optical system based on Wassermann-Wolf equations

Li Dong-Xi<sup>1,2)†</sup> Lu Zhen-Wu<sup>1)</sup> Sun Qiang<sup>1)</sup> Liu Hua<sup>1)</sup> Zhang Yun-Cui<sup>1,2)</sup>

<sup>1</sup> *State Key Laboratory of Applied Optics , Changchun Institute of Optics , Fine Mechanics and Physics , Chinese Academy of Sciences , Changchun 130033 , China )*

<sup>2</sup> *Graduate School of the Chinese Academy of Science , Beijing 100039 ,China )*

( Received 3 December 2006 ; revised manuscript received 29 January 2007 )

### Abstract

A method for polynomial fitting of Wassermann-Wolf surfaces and the results are presented. Conformal optics by which the missile dome is shaped to aerodynamic requirements generally introduces various kinds of aberrations as large as tens to hundreds of wave lengths across the field of regard. Through polynomial fitting of Wassermann-Wolf surfaces and using Zernike polynomials instead of traditional merit function , the conformal optical system is implemented and an example is demonstrated. The results show that MTF of the optical system approaches to the diffraction limit across the field of view.

**Keywords** : conformal optics , Wassermann-Wolf equations , Zernike polynomials , field of regard

**PACC** : 4215E