

文章编号: 1003-501X(2007)08-0053-06

## 亚像素数字散斑相关测量中计算窗口的选择

李新忠<sup>1,2</sup>, 岱 钦<sup>1,2</sup>, 王希军<sup>1,2</sup>, J. W. Seo<sup>3</sup>

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130031;

2. 中国科学院研究生院, 北京 100039;

3. 弘益大学 电子电器工程学院, 首尔 121-791, 韩国)

**摘要:** 提出了一种亚像素数字散斑相关测量计算窗口的选择方法。采用模拟散斑图像, 利用亚像素数字散斑相关测量中的相关系数插值法、拟合法及梯度算法原理, 研究了计算窗口大小对这三种计算方法的测量精度和计算效率的影响, 得出了不同亚像素精度要求下, 可选择的计算方法及其最佳计算窗口。研究表明, 测量精度越高, 所需的计算窗口越大, 选择合适的计算窗口可以提高测量精度和效率。

**关键词:** 数字散斑相关测量; 亚像素; 计算窗口

中图分类号: TN247

文献标志码: A

## Selection of subset size of sub-pixel displacement registration algorithm in digital speckle correlation measurement

LI Xin-zhong<sup>1,2</sup>, DAI Qin<sup>1,2</sup>, WANG Xi-jun<sup>1,2</sup>, J. W. SEO<sup>3</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics,  
the Chinese Academy of Sciences, Changchun 130031, China;

2. Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China;

3. School of Electronic and Electrical Engineering, Hongik University, Seoul 121-791, South Korea)

**Abstract:** A selection method of subset size in sub-pixel displacement registration was proposed in this paper. According to three algorithm principles, including interpolation and fitting of distribution of the correlation coefficients, and gradient-based algorithms of sub-pixel displacement registration in digital speckle correlation measurement, the subset sizes influencing on the precision and efficiency of these algorithms were studied using computer-simulated speckle patterns. The optimal algorithm and subset size were obtained in various measurement ranges. Results show that the subset size becomes bigger while certain algorithm is more accurate. The accuracy and efficiency can be improved as the subset size is appropriate. So, the selection of subset size is an important factor for sub-pixel displacement registration in digital speckle correlation measurement.

**Key words:** digital speckle correlation measurement; sub-pixel; subset size

## 引 言

数字散斑相关方法(DSCM)是 80 年代初由日本的 I. Yamaguchi 和美国的 W. H. Peters 及 W. F. Ranson 等人提出的, 用于测量物体面内位移的非接触式光学测量方法。它具有光路简单、全场测量、非接触及对测量环境要求低等优点, 因而在实际测量中有着广泛的应用。

收稿日期: 2007-01-10; 收到修改稿日期: 2007-05-17

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60478026), 国家自然科学基金委中韩合作研究资助项目(60611140400)

作者简介: 李新忠(1979-), 男(汉族), 山东邹平人, 博士研究生, 主要从事激光测量技术的研究。E-mail: lixinzhong7922@163.com

王希军(1963-), 男(汉族), 吉林长春人, 研究员, 博士生导师, 主要从事固体激光技术、高分子材料的研究。

E-mail: xjwang@yahoo.com

在数字散斑相关测量中,散斑图记录的是离散的灰度信息,经相关运算后,得到的是以像素为单位的位移值,而真实的位移不一定恰好为整像素值,为了提高测量精度,需要进行亚像素相关测量。亚像素数字散斑相关测量方法主要有相关系数插值法<sup>[1]</sup>、拟合法<sup>[2-4]</sup>和梯度法<sup>[5-8]</sup>等。在亚像素测量中,计算窗口(包括整像素搜索窗口及亚像素拟合窗口或梯度算子窗口)的选择是影响测量精度的一个重要因素,虽然有些文献<sup>[4,7]</sup>分析了计算窗口对测量精度的影响,但未见对该问题进行系统研究的报道。

本文采用模拟图像对插值法、拟合法及梯度法进行了大量计算,系统的研究了计算窗口对测量精度的影响,给出了不同计算方法、不同测量精度要求下的最佳计算窗口。这为亚像素数字散斑相关测量提供了选择依据,从而提高了测量精度和效率。

## 1 亚像素位移算法

在数字散斑相关测量中,物体变形前后拍得两幅散斑图,在变形前的散斑图中以待测点  $P$  为中心取  $m \times m$  的子区  $A$ ,当被测物体形变后,子区  $A$  移至子区  $B$  的位置。由统计学知, $A$  与  $B$  这两个样本空间的相关系数最大。因此可以根据相关系数的最大值来确定子区  $B$  的位置,从而得到  $P$  点的位移。概率统计理论中的相关公式为

$$C = \frac{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [f(x_i, y_j) - \bar{f}][g(x_i + \mu, y_j + \nu) - \bar{g}]}{\sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [f(x_i, y_j) - \bar{f}]^2} \sqrt{\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m [g(x_i + \mu, y_j + \nu) - \bar{g}]^2}} \quad (1)$$

其中: $f(x_i, y_i)$ 为子区  $A$  中 $(x_i, y_i)$ 点处的灰度值, $g(x_i + \mu, y_i + \nu)$ 为子区  $B$  中 $(x_i + \mu, y_i + \nu)$ 点处的灰度值; $\bar{f}$ 和 $\bar{g}$ 分别为子区  $A$  和  $B$  的平均灰度。通过搜索相关系数  $C$  的峰值可以确定待测点  $x$ 、 $y$  方向的整像素位移 $(\mu, \nu)$ 。上式能够较好的消除背景光强,保证相关系数分布具有良好的单峰性<sup>[9]</sup>。

获得整像素位移后,为了提高测量精度需要进行亚像素位移测量。在亚像素位移相关测量方法中,主要有插值法、曲面拟合法及梯度法。目前,公认的测量精度为  $0.01\text{pixel}$ <sup>[10]</sup>。

### 1.1 多项式插值法

以前的插值法是对离散的灰度值进行插值,使之成为准连续的灰度场,然后进行亚像素的相关搜索。该方法计算量大、计算效果不理想。

现在采用的插值方法大多是对整像素搜索获得的相关系数进行插值:在变形前图像上取一点  $P$ ,求得变形后图像上与其对应的整像素位移点  $Q$ ,在  $Q$  点左右各取若干个对称点(包括  $Q$  点),计算在这些点上的相关系数,并对这一系列相关系数进行多项式插值,得到以  $\mu$  为自变量(若是二维情况,应是以  $\mu$ 、 $\nu$  为自变量)的连续函数,然后寻找  $C(\mu)$  取最大值时的  $\mu$  值,即可获得亚像素位移。

本文分别采用三点、五点和七点插值法进行亚像素位移相关测量。

### 1.2 曲面拟合法

常用的曲面拟合法有:二元二次多项式拟合、高斯函数拟合和二维拉格朗日插值拟合。本文仅采用实际中常用的二元二次多项式拟合来研究计算窗口对亚像素测量精度的影响。

假设整像素位移搜索到的点 $(x, y)$ 周围各点的相关系数都可用下面的二元二次函数来表示:

$$G(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 \quad (2)$$

对于  $n \times n$  的拟合窗口就有  $n \times n$  个方程,因此可用最小二乘法来求解二次曲面的待定系数  $a_0 \sim a_5$ 。

函数  $G(x, y)$  在拟合曲面的极值点满足下面的方程组:

$$\frac{\partial G(x, y)}{\partial x} = a_1 + 2a_3x + a_4y = 0, \quad \frac{\partial G(x, y)}{\partial y} = a_2 + 2a_5y + a_4x = 0 \quad (3)$$

由以上两式可求得拟合曲面的极值点位置:

$$x' = \frac{2a_1a_5 - a_2a_4}{a_4^2 - 4a_3a_5}, \quad y' = \frac{2a_2a_3 - a_1a_4}{a_4^2 - 4a_3a_5} \quad (4)$$

$(x', y')$ 即为所求的亚像素位移。

### 1.3 梯度法

令  $I_1(x, y)$ 、 $I_2(x', y')$  分别表示变形前后的图像，由图像变形得  $I_2(x', y') = I_1(x, y)$ 。其中， $x' = x + \mu_0 + \Delta\mu$ ， $y' = y + \nu_0 + \Delta\nu$ ； $\mu$ 、 $\nu$  分别为原图像中所求位移点  $(x, y)$  的整像素位移； $\Delta\mu$ 、 $\Delta\nu$  分别为与  $x$ 、 $y$  方向整像素位移对应的亚像素位移。将上式对  $\Delta\mu$ 、 $\Delta\nu$  进行一阶泰勒展开并舍去高阶小量整理后，可得：

$$I_1(x, y) - I_2(x + \mu, y + \nu) = \Delta\mu \frac{\partial I_2(x + \mu, y + \nu)}{\partial x} + \Delta\nu \frac{\partial I_2(x + \mu, y + \nu)}{\partial y} \quad (5)$$

假设  $m \times m$  的图像子区内各像素点的亚像素位移都相等，于是对这  $m \times m$  个像素就有  $m \times m$  个方程，可用最小二乘法求解亚像素位移  $\Delta\mu$ 、 $\Delta\nu$ ，得：

$$\begin{bmatrix} \Delta\mu \\ \Delta\nu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum \sum (\frac{\partial I_2}{\partial x})^2 & \sum \sum \frac{\partial I_2}{\partial x} \frac{\partial I_2}{\partial y} \\ \sum \sum \frac{\partial I_2}{\partial x} \frac{\partial I_2}{\partial y} & \sum \sum (\frac{\partial I_2}{\partial y})^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \sum \sum (I_1 - I_2) \frac{\partial I_2}{\partial x} \\ \sum \sum (I_1 - I_2) \frac{\partial I_2}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (6)$$

由上式可以看出，梯度算法的关键是灰度梯度的计算。

本文主要对比研究了常用的 Horn 算子、Barron 算子和自然样条(Spline)算子。

Horn 算子：

$$\frac{\partial I_2(i, j)}{\partial x} = \frac{1}{2} [I_2(i+1, j) - I_2(i, j) + I_2(i+1, j+1) - I_2(i, j+1)] \quad (7)$$

$$\frac{\partial I_2(i, j)}{\partial y} = \frac{1}{2} [I_2(i, j+1) - I_2(i, j) + I_2(i+1, j+1) - I_2(i+1, j)] \quad (8)$$

Barron 算子：

$$\frac{\partial I_2(i, j)}{\partial x} = \frac{1}{12} I_2(i-2, j) - \frac{8}{12} I_2(i-1, j) + \frac{8}{12} I_2(i+1, j) - \frac{1}{12} I_2(i+2, j) \quad (9)$$

$$\frac{\partial I_2(i, j)}{\partial y} = \frac{1}{12} I_2(i, j-2) - \frac{8}{12} I_2(i, j-1) + \frac{8}{12} I_2(i, j+1) - \frac{1}{12} I_2(i, j+2) \quad (10)$$

自然样条算子：

$$\frac{\partial I_2(i, j)}{\partial x} = \frac{1}{8} I_2(i-2, j) - \frac{6}{8} I_2(i-1, j) + \frac{6}{8} I_2(i+1, j) - \frac{1}{8} I_2(i+2, j) \quad (11)$$

$$\frac{\partial I_2(i, j)}{\partial y} = \frac{1}{8} I_2(i, j-2) - \frac{6}{8} I_2(i, j-1) + \frac{6}{8} I_2(i, j+1) - \frac{1}{8} I_2(i, j+2) \quad (12)$$

## 2 模拟实验结果

利用文献[5]的方法模拟生成了散斑图，用上述三种方法对其进行了相关运算。散斑图是用数学方法根据已知变形场计算得到的变形前后的散斑图来模拟得到的，采用模拟散斑图的主要原因是便于控制位移以及散斑的特征。

在研究中，共生成了 12 幅散斑图  $I_0 \sim I_{11}$ ，其中， $I_0$  为基准图像， $I_1 \sim I_{11}$  在  $I_0$  的基础上分别移动 0.001、0.003、0.008、0.01、0.03、0.07、0.09、0.1、0.4、0.6、0.8 pixel 后得到。散斑图像大小为 512 pixel × 512 pixel，散斑尺寸为 3 pixel，散斑总数为 1800。其中两幅散斑图见图 1。

### 2.1 插值法

利用计算机生成的散斑图，采用 1000 次一维插值，计算窗口为  $21 \times 21 \sim 161 \times 161$  (单位：Pixel，下同)，计算点数为 169 点。

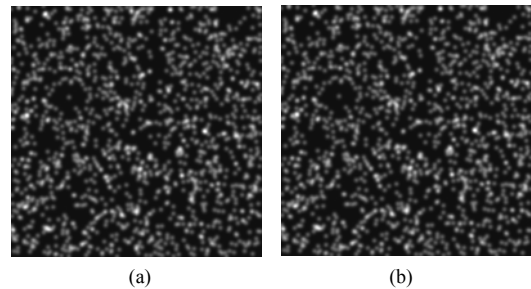


图 1 计算机生成的两幅散斑图

Fig.1 Two speckle patterns simulated by computer

通过计算可知,  $0.1 \sim 1\text{pixel}$  间的位移测量较易实现, 三点、五点和七点插值法即使在  $21 \times 21$  的计算窗口下也可以把误差控制在 5% 左右。

下面主要讨论插值法在  $0.1\text{pixel}$  以下的测量精度与计算窗口的关系。

通过计算可知, 计算值随计算窗口的增大迅速收敛于真值, 当计算窗口大于  $71 \times 71$  时, 计算精度没有明显提高。图 2 在计算窗口为  $81 \times 81$  时, 比较了三种插值方法对  $0.001 \sim 0.1\text{pixel}$  的测量能力, 采用对数坐标, 对计算结果进行了放大显示。从图 2(a) 可以看出, 五点和七点插值计算结果与真值符合的较好, 相对误差可控制在 5% 左右, 但在  $0.008\text{pixel}$  时误差变大, 这可能由于插值时的偏离误差造成的<sup>[11]</sup>, 见图 2(b)。三点插值法在  $0.01\text{pixel}$  以下偏离真值较远, 相对误差大于 10%, 计算结果不稳定。

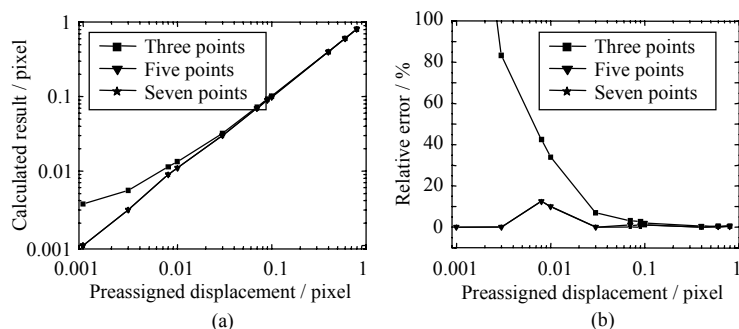


图 2  $0.001 \sim 0.1\text{pixel}$  位移三种插值方法的计算结果

Fig.2 Calculated results of three interpolation methods in the range of  $0.001 \sim 0.1\text{pixel}$

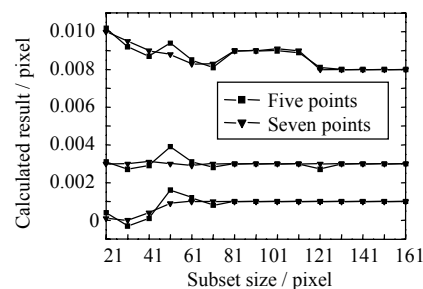


图 3  $0.01\text{pixel}$  以下位移计算结果与计算窗口的关系

Fig.3 Relationship between calculated results less than  $0.01\text{pixel}$  and subset size

为了讨论  $0.001 \sim 0.01\text{pixel}$  测量精度与计算窗口的关系, 对五点和七点插值法测量结果和计算窗口的作图比较, 见图 3。

由图 3 可以看出, 计算结果随计算窗口的增大而迅速收敛, 当计算窗口大于  $61 \times 61$  时, 五点和七点插值曲线与预设真实位移值吻合的较好, 只是在  $0.008\text{pixel}$  时, 由于偏离误差的影响, 测量结果偏离真值较远。当计算窗口增大至  $131 \times 131$  时, 能够克服偏离误差的影响, 计算结果稳定, 相对误差可以控制在 3% 以内。综合考虑测量精度和效率,  $0.01\text{pixel}$  以下的位移测量, 可选用五点插值法, 计算窗口可选为  $131 \times 131$ 。

由以上分析可知,  $0.1\text{pixel}$  以下的位移测量, 随计算窗口的增大, 测量结果迅速收敛。五点插值法在  $0.03 \sim 0.1\text{pixel}$  搜索时, 仅需要  $51 \times 51 \sim 71 \times 71$  的窗口即可, 误差在 4% 以内。当计算窗口大于  $131 \times 131$  时, 五点和七点插值法可以较容易的达到  $0.001\text{pixel}$  的测量, 误差小于 1%。而三点插值法的计算精度不高, 仅能达到  $0.01 \sim 0.1\text{pixel}$ , 这也需要  $121 \times 121$  的计算窗口。

## 2.2 拟合法

采用二次多项式曲面拟合求解亚像素位移时, 整像素搜索窗口和亚像素拟合窗口对计算精度均有影响。首先, 研究整像素搜索窗口的影响, 拟合窗口固定为  $3 \times 3$ , 计算点数为 169 点。

通过计算得知,  $0.1\text{pixel}$  以下的位移测量, 误差在 10% 以上, 这由图 4(a) 可以看出。所以, 二次多项式曲面拟合法不适合应用于  $0.1\text{pixel}$  以下的亚像素位移测量。

由图 4(b) 可知, 在测量  $0.1 \sim 1\text{pixel}$  位移时, 整像素计算窗口为  $81 \times 81$  时, 测量精度可以控制在

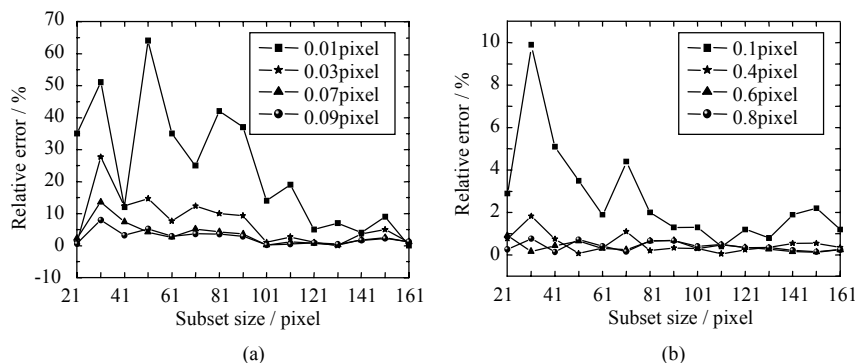


图 4 整像素计算窗口对测量结果的影响

Fig.4 Influence of integral-pixel subset size on calculated results

3%以内。若测量精度放宽在 5%左右,可以把整像素计算窗口减小至  $41 \times 41$ 。从图中可以清楚地看到,在二次多项式曲面拟合时,随着计算窗口的增大,位移计算结果的波动减小,逐渐趋于稳定。

图 5 是亚像素拟合窗口对测量结果的影响。整像素搜索窗口分别采用  $41 \times 41$ (a) 和  $81 \times 81$  (b);拟合窗口选取

了常用的  $3 \times 3$  和  $5 \times 5$  窗口,计算点数为 169 点,对坐标取对数放大显示。

从图 5 可以看到,  $3 \times 3$  的拟合窗口线性要好于  $5 \times 5$  的拟合窗口,此外  $3 \times 3$  窗口的计算效率远高于  $5 \times 5$  窗口;因此,对于二次多项式曲面拟合,最佳拟合窗口应选为  $3 \times 3$ 。

2.3 梯度算子

由梯度算法的原理可知,整像素计算窗口对亚像素计算精度没有影响。计算中,能保证准确获得整像素位移即可,设定为  $41 \times 41$ ,梯度算子窗口计算范围  $11 \times 11 \sim 161 \times 161$ 。

图 6 是梯度算子窗口对计算结果的影响。可以看出,随着梯度算子窗口的增大,亚像素位移计算值与位移真值间的收敛速度非常快。图 6(a)是  $0.1\text{pixel}$  位移时三种梯度算子的计算结果。当计算窗口大于  $41 \times 41$  时,三种梯度算子均能很容易的搜索到  $0.1 \sim 1\text{pixel}$  的位移。表 1 是梯度算子窗口为  $51 \times 51$  时  $0.1\text{pixel}$  位移的计算结果。可以看出,三种梯度算子中, Horn 算子相对误差最小,但标准差稍大; Spline 算子的相对误差较大,但标准差较小。综合考虑,可选用 Barron 算子。

由图 6(b)可知,三种梯度算子在  $0.01 \sim 0.1\text{pixel}$  间的计算结果和真值符合得很好,子区窗口在  $51 \times 51$  时,误差可控制在 5%以内。通过详细比较各算子的误差曲线, Barron 算子的误差起伏较小,建议首先选用。在  $0.01\text{pixel}$  时,误差随计算窗口的增大呈正弦波起伏,在大于  $121 \times 121$  后稳定在 4%以内,这可能由于泰勒展开式的舍入误差在该点最大所致。

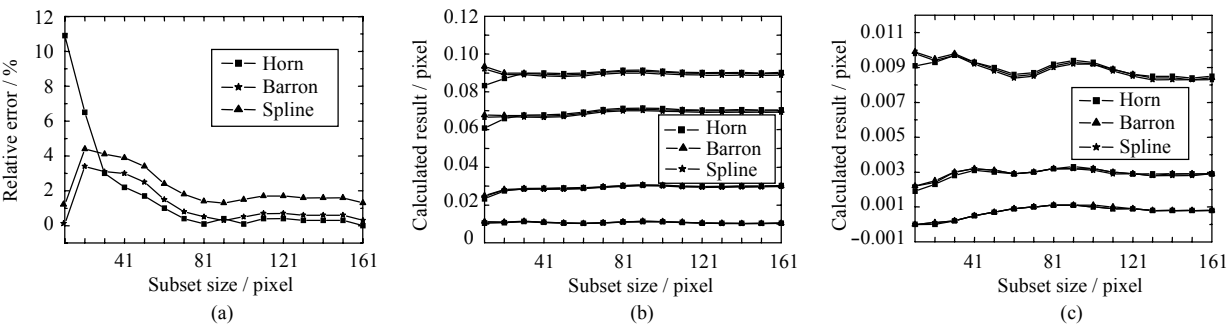


图 6 0.1pixel (a), 0.01~0.1pixel (b)和 0.001~0.01pixel (c) 位移计算结果与计算窗口的关系

Fig.6 Relationship between calculated results of 0.1pixel(a), 0.01~0.1pixel (b) and 0.001~0.01pixel (c)

表 1 平移 0.1pixel 散斑图的计算结果

Table 1 Calculated results after speckle patterns displace 0.1 pixel

Gradient operator	Maximum	Minimum	Mean	Mean absolute error	Relative error	Standard deviation ( $\times 10^{-4}$ )
Horn	0.0997	0.0974	0.0983	0.0017	1.7%	4.8720
Barron	0.0985	0.0965	0.0975	0.0025	2.5%	4.7954
Spline	0.0976	0.0956	0.0966	0.0034	3.4%	4.6279

图 6(c)表示了 0.001~0.01pixel 间的位移与梯度算子计算窗口的关系,随计算窗口的增大,其三种算子的测量精度均没有明显提高;且测量值偏离真值较远、起伏较大;通过计算相对误差知,其误差一般在 10% 以上。要想测量 0.01pixel 以下的位移,必须对梯度算法进行改进。

### 3 结 论

由模拟实验结果可知,在亚像素位移数字散斑相关测量中,计算窗口的选择对测量结果的精度和效率有着很大的影响。

综合考虑测量精度和效率,可得如下结论:

1) 0.1~1pixel 位移的测量,可选用三点插值法,计算窗口:41×41;拟合法,整像素计算窗口:41×41,拟合窗口:3×3;梯度算法,选用 Barron 算子,整像素计算窗口:41×41,梯度算子窗口:31×31。

2) 0.01~0.1pixel 位移的测量。五点插值法,计算窗口:81×81;梯度算法,Barron 算子,整像素计算窗口:41×41,梯度算子窗口:51×51。

3) 0.001~0.01pixel 位移的测量。五点插值法,计算窗口:131×131。

#### 参考文献:

- [1] 孟利波,马少鹏,金观昌.数字散斑相关测量中亚像素位移测量方法的比较[J].实验力学,2003,18(3):343-348.  
MENG Li-bo, MA Shao-peng, JIN Guan-chang. On the performance of the subpixel displacement Estimations used in digital speckle correlation method [J]. **Journal of Experimental Mechanics**, 2003, 18(3): 343-348.
- [2] 李善祥,孙一翎,李显镇.数字散斑相关测量中亚像素位移搜索的曲面拟合研究[J].光子学报,1999,28(7):638-640.  
LI Shan-xiang, SUN Yi-ling, LI Xian-zhen. Curved surface fit of subpixels displacement searching in digital speckle correlation measurement technology [J]. **Acta Photonica Sinica**, 1999, 28(7): 638-640.
- [3] 王琛影,何小元.相关识别中的曲面拟合法[J].实验力学,2000,15(3):280-285.  
WANG Zhen-ying, HE Xiao-yuan. Curved surface approximation in correlation recognition method [J]. **Journal of Experimental Mechanics**, 2000, 15(3): 280-285.
- [4] 潘兵,续伯钦,陈丁,等.数字图像相关中亚像素位移测量的曲面拟合法[J].计量学报,2005,26(2):128-134.  
PAN Bing, XU Bo-qin, CHEN Ding, et al. Sub-pixel registration using quadratic surface fitting in digital image correlation [J]. **Acta Metrologica Sinica**, 2005, 26(2): 128-134.
- [5] Zhou P, Goodson Kenneth E. Subpixel displacement and deformation gradient measurement using digital image/speckle correlation [J]. **Opt. Eng**, 2001, 40(8): 1613-1620.
- [6] Barron J L, Fleet D J. Systems and experiment performance of optical flow techniques [J]. **International Journal of Computer Vision**, 1994, 12(1): 43-77.
- [7] Zhang J, Jin G C. Application of an improved subpixel registration algorithm on digital speckle correlation measurement [J]. **Optics & Laser Technology**, 2003, 35: 533-542.
- [8] 潘兵,续伯钦,李克景.梯度算子选择对基于梯度的亚像素位移算法的影响[J].光学技术,2005,31(1):26-31.  
PAN Bing, XU Bo-qin, LI Ke-jing. Performance of gradient operators in algorithm of gradient-based subpixel registration [J]. **Optical technique**, 2005, 31(1): 26-31.
- [9] 金观昌.计算机辅助光学测量[M].北京:清华大学出版社,1997:143-161.  
JIN Guan-chang. **Computer-aided optical measurement** [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997: 143-161.
- [10] Vendroux G, Knauss W. G. Submicron deformation field measurements: Parts 2. Improved digital image correlation [J]. **Exp. Mech**, 1998, 38: 86-92.
- [11] Schreier H W, Braasch J R, Sutton M A. Systemic errors in digital image correlation caused by intensity interpolation [J]. **Opt. Eng**, 2000, 39(11): 2915-2929.