

精密测角法中测量误差对内方位元素标定的影响

刘伟毅^{1,2}, 贾继强¹, 丁亚林¹, 耿文豹^{1,2}

(1.中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033; 2.中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘 要: 通过误差传递推导误差公式, 确定了各参数对内方位元素精度的影响关系。为了明确对相机内方位元素精度的影响因素, 对像点位置坐标精度和物方视场角精度与相机内方位元素精度的关系进行研究。在现有的精密测角法的基础上, 推导关系公式来确定各参数对内方位元素精度的影响关系。对采样点各个数据的精度及其组数对结果精度的影响进行讨论。结果表明: 在像点位置坐标标准差 $1\ \mu\text{m}$ 内, 物方视场角极限误差 $0.7''$ 内, 位置坐标精度对主距 f 精度影响较大, 而物方视场角精度对主点 x_0 精度影响较大; 测量数组数 (采样点数) 量对结果误差有很大的影响。实验证明: 该影响与实际结果相符。

关键词: 精度分析; 相机标定; 内方位元素; 精密测角法

中图分类号: TN942.2 文献标识码: A 文章编号: 1007-2276(2009)04-0705-05

Measurement error impact on intrinsic parameters calibration in precise angle measurement method

LIU Wei-yi^{1,2}, JIA Ji-qiang¹, DING Ya-lin¹, GENG Wen-bao^{1,2}

(1.Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2.Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: Based on the error propagation theory, the error formula was obtained for determining the relationship between the intrinsic parameters accuracy and all the other parameters. To define the factors for influencing the accuracy of camera intrinsic parameters, the accuracy relationship among the coordinates of image points, field of view of object and camera intrinsic parameters was studied. Based on the current precise angle measurement methods, the formula was deduced to determine the relationship between intrinsic parameters accuracy and all kinds of parameters. The impact of every data accuracy and its group numbers on the result was discussed. Results show that the accuracy of position coordinates has more effect on the principal distance f with the accuracy of standard deviation $1\ \mu\text{m}$ for image coordinates, and extreme error $0.7''$ for field of view of object, the accuracy of location coordinates has more effect on the accuracy of principal distance f , while the accuracy of field of view of object has more effect on the accuracy of principal point x_0 . The number of sampling points affects the result greatly. The experimental results show that the impact matches the real cases.

Key words: Accuracy analysis; Camera calibration; Intrinsic parameters; Precise angle measurement method

收稿日期: 2008-11-27; 修订日期: 2009-01-22

基金项目: 国家 863 计划资助项目 (2007AA701203)

作者简介: 刘伟毅 (1983-), 男, 山东烟台人, 博士生, 主要从事相机标定方面的研究。Email: 2219101@163.com

导师简介: 贾继强 (1966-), 男, 吉林长春人, 研究员, 主要从事测绘相机方面的研究。Email: jiajiqiang@sohu.com

0 引言

随着科技的进步,航测相机在国民经济及国防建设方面发挥着越来越重要的作用,对航测相机成像准确性的要求也越来越高。因此,对每台航测相机使用前都要进行精确几何标定。提高相机内方位元素(包括主点和主距)的精度,找出现有几何算法(精密测角法)中测量数据(采样点)精度对内方位元素精度的影响显得尤为重要。结合现有的实验条件,运用精密测角法^[1],采用二维转台、平行光管和 CCD 相机建立光学实验相机标定环境。采用细分技术^[2-3]通过采样点位置坐标和物方视场角的多次测量,可以使像点坐标测量精度标准差达到 1/20 pixel,转角测量精度极限误差 < 0.5"。将上述数据利用最小二乘法可求得主距和主点,结合误差传递公式可以推导出主距主点的标准差。

1 精密测角法的标定原理

图 1 为测角法测量光学系统一维畸变的原理图

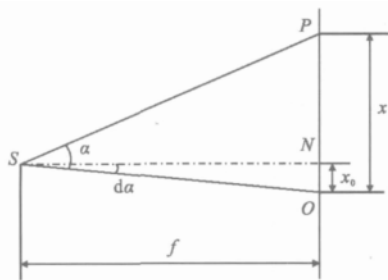


图 1 成像光束几何图

Fig.1 Geometric drawing of image bundle

(以 X 方向为例)。O 为图像坐标点, N 为主点在 X 轴上的投影, P 为 X 轴上的像点, $d\alpha$ ($\angle OSN$) 和 α ($\angle OSP$) 分别是主点和像点 P 在 X 轴上的光束角度, SN 为焦距 f。

由几何关系^[4]:

$$x - x_0 = f \cdot \tan(\alpha - d\alpha) \quad (1)$$

X 轴方向畸变表达式:

$$\Delta x = x - x_0 - f \cdot \tan(\alpha - d\alpha) \quad (2)$$

由泰勒公式:

$$\tan(\alpha - d\alpha) \approx \tan(\alpha) - d\alpha \cdot \sec^2(\alpha) \quad (3)$$

$$\text{再由} \quad d\alpha = \frac{x_0}{f} \quad (4)$$

结合公式(2)、公式(3)可得到:

$$\Delta x = x - f \cdot \tan(\alpha) + x_0 \tan^2(\alpha) \quad (5)$$

根据主点畸变最小,采用最小二乘法使畸变均方和最小^[5-7]。

$$\begin{cases} f \cdot \sum \tan^2(\alpha_i) - x_0 \cdot \sum \tan^3(\alpha_i) = \sum \tan(\alpha_i) \cdot x_i \\ -f \cdot \sum \tan^3(\alpha_i) + x_0 \cdot \sum \tan^4(\alpha_i) = -\sum \tan^2(\alpha_i) \cdot x_i \end{cases} \quad (6)$$

可以得出:

$$\begin{cases} x_0 = \frac{\sum \theta_i^3 \cdot \sum \theta_i x_i - \sum \theta_i^2 x_i \cdot \sum \theta_i^2}{\sum \theta_i^2 \cdot \sum \theta_i^4 - (\sum \theta_i^3)^2} \\ f = \frac{\sum \theta_i^4 \cdot \sum \theta_i x_i - \sum \theta_i^2 x_i \cdot \sum \theta_i^3}{\sum \theta_i^2 \cdot \sum \theta_i^4 - (\sum \theta_i^3)^2} \end{cases} \quad (7)$$

式中: $\theta_i = \tan(\alpha_i)$

2 误差分析

2.1 误差来源

(1) 理论误差

公式中取 $\tan(\alpha - d\alpha) = \tan(\alpha) - d\alpha \cdot \sec^2(\alpha)$, 舍去了高阶 $d^2\alpha$ 项。

(2) 二维转台误差

实验室中二维转台的测角极限误差为 0.5", 按均匀分布来考虑, 标准差: $\sigma_\alpha = 0.5'' / \sqrt{3} = 1.405 \times 10^{-6}$ rad。

(3) CCD 细分误差

星点像位置坐标由 CCD 细分精度决定, 实验所采用的 CCD 测量精度可以达到 1/20 Pixel (像元尺寸), $\sigma_x = \frac{9}{20} = 0.45 \mu\text{m}$ 。

(4) 测试环境的影响

在标定中, 要对温度、震动、光源、气流等环境因素进行控制, 尽量减小或避免环境影响的因素。

(5) 等精度条件下, 测量点数目多少对结果也有影响, 数目过少, 会导致误差过大。

(6) 畸变模型与信噪比对误差有一定的影响^[8]。

2.2 传递误差计算

根据公式(7)中 x_0 和 f 的表达式, 由误差传递原理, 计算出由 x_i 和 α_i 的标准差向 x_0 和 f 传递的标准差。

2.2.1 主点的标准差计算步骤

在主点 X 轴方向 x_0 的计算中, 主点的测量结果

与每一次测量的像点位置坐标 $(x_i, 0)$ 及物方视场角 α_i 都有关系,假定位置坐标 $(x_i, 0)$ 的标准差 σ_x 以及物方视角 α_i 的标准差 σ_α 是不变的,那么根据误差传递原理,结合公式(7)中 x_0 的表达式,可以得到:

$$\sigma_{x_0} = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial x_0}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_x^2 + \sum \left(\frac{\partial x_0}{\partial \theta_i} \right)^2 \sigma_\theta^2} \quad (8)$$

式中: $\theta_i = \tan(\alpha_i)$; $\sigma_\theta = \partial \theta_i / \partial \alpha_i \sigma_\alpha = \sec^2(\alpha_i) \cdot \sigma_\alpha$ 。

所以

$$\sigma_{x_0} = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial x_0}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_x^2 + \sum \left[\frac{\partial x_0}{\partial \theta_i} \sec^2(\alpha_i) \right]^2 \sigma_\alpha^2} \quad (9)$$

$$(1) \text{ 计算 } \sum \left(\frac{\partial x_0}{\partial x_i} \right)^2$$

经计算

$$\frac{\partial x_0}{\partial x_i} = \frac{\theta_i \cdot \sum \theta_i^3 - \theta_i^2 \cdot \sum \theta_i^2}{\sum \theta_i^2 \cdot \sum \theta_i^4 - (\sum \theta_i^3)^2} = M_1 \theta_i + M_2 \theta_i^2$$

其中:

$$M_1 = \frac{\sum \theta_i^3}{\sum \theta_i^2 \cdot \sum \theta_i^4 - (\sum \theta_i^3)^2}$$

$$M_2 = \frac{-\sum \theta_i^2}{\sum \theta_i^2 \cdot \sum \theta_i^4 - (\sum \theta_i^3)^2}$$

而对于一组固定的测量数据, M_1, M_2 是常数,所以:

$$\sum \left(\frac{\partial x_0}{\partial x_i} \right)^2 = M_1^2 \sum \theta_i^2 + M_2^2 \sum \theta_i^4 + 2M_1 M_2 \sum \theta_i^3$$

对于一组数据,数据个数是一定的,每组数据的测定值也是一定的,所以 $\sum \left(\frac{\partial x_0}{\partial x_i} \right)^2$ 是确定的,可以标记为:

$$\sum \left(\frac{\partial x_0}{\partial x_i} \right)^2 = A_1 \quad (10)$$

$$(2) \text{ 计算 } \sum \left[\frac{\partial x_0}{\partial \theta_i} \sec^2(\alpha_i) \right]^2$$

同样的步骤,经过化简可以得到:

$$\frac{\partial x_0}{\partial \theta_i} \sec^2(\alpha_i) = (K_1 x_i + K_2 \theta_i + K_3 \theta_i^2 + K_4 \theta_i x_i + K_5 \theta_i^3) \cdot \sec^2(\alpha_i)$$

其中

$$K_1 = \frac{\sum \theta_i^3}{M} \quad K_2 = \frac{3M \cdot \sum x_i \theta_i + 6F \cdot \sum \theta_i^3}{M^2}$$

$$K_3 = \frac{2M \cdot \sum x_i \theta_i^2 - 2F \cdot \sum \theta_i^4}{M^2} \quad K_4 = \frac{2 \sum \theta_i^2}{M}$$

$$K_5 = \frac{-4F \cdot \sum \theta_i^2}{M^2}$$

式中: F 和 M 分别是公式(7)中 x_0 表达式的分子项和分母项,即:

$$F = \sum \theta_i^3 \cdot \sum \theta_i x_i - \sum \theta_i^2 x_i \cdot \sum \theta_i^2$$

$$M = \sum \theta_i^2 \cdot \sum \theta_i^4 - (\sum \theta_i^3)^2$$

对于一组固定的测量数据, K_1, K_2, K_3, K_4, K_5 是常数。

将 $\sum \left[\frac{\partial x_0}{\partial \theta_i} \sec^2(\alpha_i) \right]^2$ 展开:

$$\sum \left[\frac{\partial x_0}{\partial \theta_i} \sec^2(\alpha_i) \right]^2 = K_1^2 \cdot \sum [x_i \sec^2(\alpha_i)]^2 +$$

$$K_2^2 \cdot \sum [\theta_i^2 \sec^2(\alpha_i)]^2 + K_3^2 \cdot \sum [\theta_i \sec^2(\alpha_i)]^2 +$$

$$K_4^2 \cdot \sum [\theta_i x_i \sec^2(\alpha_i)]^2 + K_5^2 \cdot \sum [\theta_i^3 \sec^2(\alpha_i)]^2 +$$

$$2K_1 K_2 \cdot \sum [\theta_i^2 x_i \sec^4(\alpha_i)] + 2K_1 K_3 \cdot \sum [\theta_i x_i \sec^4(\alpha_i)] +$$

$$2K_1 K_4 \cdot \sum [\theta_i x_i^2 \sec^4(\alpha_i)] + 2K_1 K_5 \cdot \sum [\theta_i^3 x_i \sec^4(\alpha_i)] +$$

$$2K_2 K_3 \cdot \sum [\theta_i^3 \sec^4(\alpha_i)] + 2K_2 K_4 \cdot \sum [\theta_i^3 x_i \sec^4(\alpha_i)] +$$

$$2K_2 K_5 \cdot \sum [\theta_i^5 \sec^4(\alpha_i)] + 2K_3 K_4 \cdot \sum [\theta_i^2 x_i \sec^4(\alpha_i)] +$$

$$2K_3 K_5 \cdot \sum [\theta_i^4 \sec^4(\alpha_i)] + 2K_4 K_5 \cdot \sum [\theta_i^4 x_i \sec^4(\alpha_i)]$$

$$\text{设 } \sum \left[\frac{\partial x_0}{\partial \theta_i} \sec^2(\alpha_i) \right]^2 = A_2 \quad (11)$$

给出位置坐标的标准差 σ_x 和物方视角的标准差 σ_α 后,根据公式(9)~(11)就可以求出主点 X 轴方向的标准差 σ_{x_0} 了。

$$\sigma_{x_0} = \sqrt{A_1 \cdot \sigma_x^2 + A_2 \cdot \sigma_\alpha^2} \quad (12)$$

图2和图3是一组采样点中主点标准差分别与位置坐标和物方视场角的标准差关系图。可以看出,物方视场角精度对主点 x_0 精度影响较大。

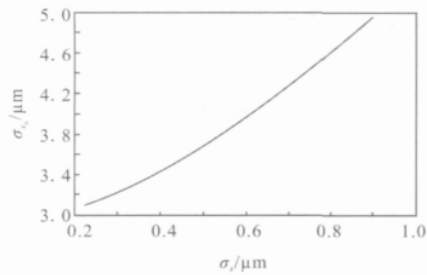


图 2 位置坐标标准差 σ_x 与主点标准差 σ_s 的关系图
Fig.2 Relationship between the standard deviation of location coordinates σ_x and principal point σ_s

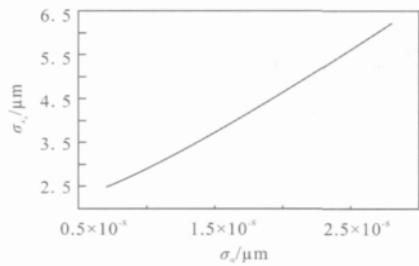


图 3 物方视场角标准差 σ_α 与主点标准差 σ_s 的关系图
Fig.3 Relationship between the standard deviation of field of view angle σ_α and principal point σ_s

2.2.2 主距 f 的标准差计算

按照同样的方法根据公式(7)中 f 的表达式以及误差传播原理,可以得到 σ_f 的值。

$$\sigma_f = \sqrt{\sum \left(\frac{\partial x_f}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_x^2 + \sum \left(\frac{\partial x_f}{\partial \theta_i} \right)^2 \sigma_\theta^2}$$

按照与主点标准差相同的计算步骤可以得到:

$$\sigma_f = \sqrt{A_3 \cdot \sigma_x^2 + A_4 \cdot \sigma_\alpha^2}$$

其中

$$A_3 = \sum \left(\frac{\partial x_f}{\partial x_i} \right)^2$$

$$A_4 = \sum \left[\frac{\partial x_f}{\partial \theta_i} \sec^2(\alpha_i) \right]^2$$

图 4、图 5 为同一组采样点中主距标准差分别与位置坐标的标准差和物方视场角的标准差的关系图。位置坐标精度对主距 f 的精度影响较大。

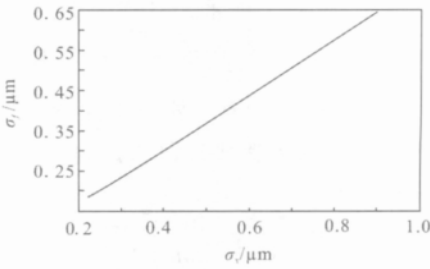


图 4 位置坐标标准差 σ_α 与主距标准差 σ_f 的关系图
Fig.4 Relationship between the standard deviation of location coordinates σ_α and principal distance σ_f

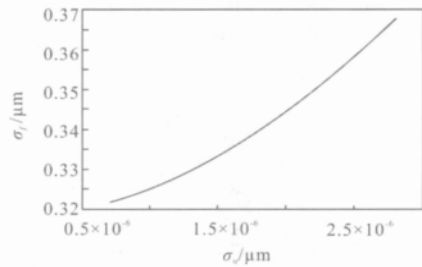


图 5 物方视场角标准差 σ_α 与主距标准差 σ_f 的关系图
Fig.5 Relationship between the standard deviation of field of view angle σ_α and principal distance σ_f

2.3 实验验证

实验中由采样点先用精密测角法计算出相机的内方位元素(见表 1),根据文中的方法计算出主点和主距的标准差。依据内方位元素对所摄图像进行摄影测量(见图 6)处理的结果,判断测量误差对内方位元素主点标准差和主距标准差的影响。结果表明:像点位置坐标标准差 1 μm 内,物方视场角极限误差 0.7"

表 1 内方位元素

Tab.1 Intrinsic parameters	
Calibration results of camera 1	
x_0	0.096 6/mm
y_0	0.123 6/mm
Camera constant f	89.94/mm
Radial distortion parameter K_1	1.317e-007
Radial distortion parameter K_2	-6.412 9e-010
Decentering distortion parameter P_1	-3.189 5e-010
Decentering distortion parameter P_2	-4.383 2e-008

内的情况下,上述结论与实际情况相符。

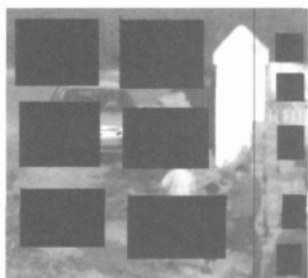


图6 地面试验图

Fig.6 Picture of ground experiment

2.4 测量点数对结果精度的影响

实验中数据点的多少对结果的影响很大。如果位置坐标和物方视场角精度保持不变,测量数组数目越多,其结果的精度越有保证,反之,测量数组过少,会导致结果的误差过大,以至于结果数据不准确。对于实验中的一组采样点(采样点个数为140个),分别取这一组25,30,35,……,140个采样点,由计算公式(12)计算主点标准差 σ_{x_0} 。采样点个数不同,对应的主点标准差 σ_{x_0} 也不同。图7是位置坐标精度和物方视场角精度不变的条件下,测量点数目与主点标准差的关系图(测量点数目与主距标准差的关系图与此类似)。

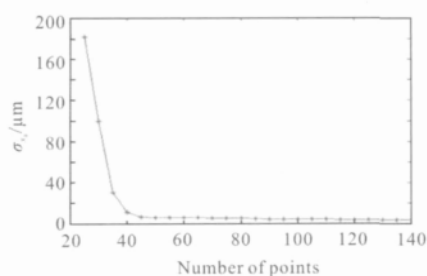


图7 测点数目和主点标准差的关系图

Fig.7 Relationship between the number of points and standard deviation of principal point

可以看出:测量点数小于45的时候,主点标准差过大。所以为了保证计算结果有足够的精度,实验中的测点数目一定要足够多。

3 结论

根据工作中明确相机内方位元素精度影响因素的要求,在现有的求相机内方位元素数学模型(精密测角法)的基础上,给出了采样点各个参数的标准差与内方位元素标准差的表达式,并对采样点各个数据的精度及其组数对结果精度的影响进行了讨论。依据内方位元素对所摄图像进行摄影测量处理的结果,验证了文中结论。

参考文献:

- [1] WU Guo-dong, HAN Bing, HE Xu. Calibration of geometric parameters of line-array CCD camera based on exact measuring angle in lab [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2007, **15** (10): 1628-1632. (in Chinese)
- [2] HUANG Jing, GAO Xiao-dong, MA Wen-li, et al. Accurate geometric calibration of large resolution digital aerial survey camera [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, **33** (2): 138-140. (in Chinese)
- [3] LIU Jin-guo. Study on high accurate geometric calibration of precision photoelectric measuring system with large field of view and distortion correcting [J]. *Optics and Precision Engineering*, 1994, **2** (4): 109-120. (in Chinese)
- [4] WANG Zhi-he, SHU Rong, HE Zhi-ping, et al. NEW method of CCD camera calibration based on collimator [J]. *Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2007, **26** (6): 465-468. (in Chinese)
- [5] QIAO Rui-jin, SHEN Mang-zuo. Calculation method for orientation element and distortion of measuring camera [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 1999, **26** (6): 59-63. (in Chinese)
- [6] ZHANG Dan, DUAN Jin, GU Ling-jia, et al. Method of camera calibration based on image processing [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, **37** (S): 111-115. (in Chinese)
- [7] ZHANG Zhi-yong, WANG Qiong, PU Liang. Practical CCD camera calibration method [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2006, **35** (S): 408-413. (in Chinese)
- [8] ZHOU Guo-qing, YUAN Bao-zong, TANG Xiao-fang. The intrinsic and extrinsic factor of CCD calibration; distortion model and signal to noise ratio [J]. *Acta Electronica Sinica*, 1996, **24** (11): 12-17. (in Chinese)