

# 平台罗经方位环结构实验模态参数识别

谢韶旺<sup>1</sup>, 陈其廉<sup>1</sup>, 陈长征<sup>2</sup>

(1.哈尔滨工程大学 机电学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2.中科院长春光机研究所, 吉林 长春 130022)

**摘要:**平台罗经是惯性导航系统中的一种精密复杂的导航仪器,平台罗经的核心部件方位环的动态特性直接决定着惯性仪表的工作精度和可靠性,模态分析是研究机械系统动态特性的主要方法之一。在概述了实验模态分析理论的基础上,建立了某型号平台方位环结构的实验模型,对方位环进行了实验模态分析。通过对实验结果与有限元计算结果比较,验证了有限元计算结果较为准确。

**关键词:**平台罗经; 动态特性; 模态分析; 灵敏度分析

中图分类号: TP391

文献标识码: A

文章编号: 1002-2333(2006)03-0096-03

## 1 引言

模态分析采用实验与理论分析相结合的方法来识别系统的模态参数(频率、振型),它对系统的动态分析及优化设计有实用价值。实验模态分析技术是基于系统响应和激励力的动态测试方法,应用信号处理(DSP)和参数识别技术来确定系统模态参数的一种方法。由系统输入(激励力)和输出(响应)数据,经信号处理和参数识别确定系统的模态参数。它可以非常直观地了解各阶模态的情况,并联系模态坐标和物理坐标,从而为结构薄弱环节改进设计、振动故障诊断、预报以及结构动力学特性的优化设计提供依据。模态分析本质上就是坐标变换<sup>[1]</sup>。

第四步:打开曲线信息的对话框来检查相对曲线是否是均匀的曲线并且具有相同数量的控制点。

曲面处理过程:

第一步:使用 View Align view to Cloud 命令将点云与视图对齐,目的是使点云在视图中的前方和后方拥有最少数量的点。

第二步:利用所建立的边界条件(即边界曲线)和点云,借助命令 Construct Surface Fit w/Cloud and Curve 来建构曲面,这样创建的曲面更接近点云,使得点云与曲面的误差较小。图 8 表示的是重构后的曲面进行高斯曲率分析后的结果。从这个结果中可以看出,中间的那部分曲面不光滑,这是由于偏转线圈的测量样件的那部分是定位孔,因此造成测量误差较大,但这并不影响偏转线圈的质量。与图 5 相比,这样得到的曲面光滑程度大大提高。

第三步:使用 Measure Surface to Cloud Difference 命令来测出点云与曲面之间的距离在 0.1 mm 的误差范围内。

## 4 结束语

与专业逆向软件相比,集成于传统 CAD 系统里的逆向造型模块功能单一,已不能满足数据处理、造型等逆向技术快速准确的要求。Imageware 的优势不仅在于处理点云时没有数量的限制和更方便的构面方法,而且它支持

平台罗经方位环的动态特性直接决定着惯性仪表的工作精度和可靠性。对方位环结构进行实验模态分析,可以得到方位环结构的固有振动特性(频率和振型),以便指导方位环结构的动力修改与优化设计。

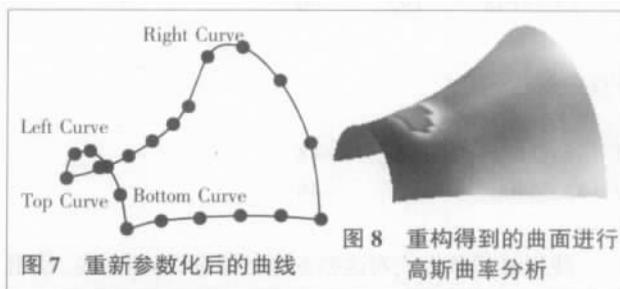
## 2 实验模态分析的理论基础

### 2.1 系统传递函数与模态参数的关系<sup>[2]</sup>

实际工程中线性振动系统的运动方程最终都可表示为:

$$[M]\{\ddot{U}(t)\} + [C]\{\dot{U}(t)\} + [K]\{U(t)\} = \{f(t)\} \quad (1)$$

式中,  $M$  为质量矩阵;  $C$  为阻尼矩阵;  $K$  为刚度矩阵;  $U(t)$



的 STL 格式的文件更方便后续的快速原型制造,从而为偏转线圈的修改和再设计提供实物样品,为偏转线圈的快速开发和制造提供了有效的工具支持。

[参考文献]

- [1] 金涛,童水光,等.逆向工程技术[M].北京:机械工业出版社,2003.
- [2] 高国军,陈康宁,张申生.用接触式坐标测量进行自由曲面反求的方法研究[J].机械科学与技术,2000,19(1):94-96.
- [3] 林峰,巫少龙,周建强.逆向工程及其关键技术[J].CAD/CAM与制造业信息化,2003,(9):32-34.
- [4] Chikosky E. J, Crossl J H. Reverse Engineering and Design Recovery: A Taxonomy[J]. IEEE Software, 1990, 7(1): 13-17.

(编辑 吴天)

作者简介:史志芳(1980-),女,在读硕士研究生,研究方向为凸轮、模具的 CAD/CAM。

收稿日期:2005-09-28

为位移向量;  $\{f(t)\}$  为激励力向量。

对式 (1) 两边进行拉氏变换, 设初始条件为 0, 可以得到系统传递函数矩阵  $G(s)$  为:

$$G(s) = [M s^2 + C s + K]^{-1} \quad (2)$$

从式 (2) 可以看出传递函数矩阵取决于系统本身的质量、阻尼及刚度等物理性质。若用模态矩阵对其进行处理, 它还可以表示为:

$$G(s) = \sum_{i=1}^m \frac{\phi_i \phi_i^T}{s^2 M_{pi} + s C_{pi} + K_{pi}} \quad (3)$$

式中  $\phi_i$  为模态矩阵,  $\phi_i$  为特征向量。

令  $s = j\omega$ , 便得到系统的频率响应函数矩阵  $H(\omega)$ 。此时  $H(\omega)$  表示为:

$$H(\omega) = \sum_{i=1}^m \frac{\phi_i \phi_i^T}{-2 M_{pi} j\omega + C_{pi} + K_{pi}} = \sum_{i=1}^m F_i \phi_i \phi_i^T \quad (4)$$

$$= \sum_{i=1}^m F_i \begin{bmatrix} \phi_{i1} & \phi_{i1} & \phi_{i1} & \phi_{i2} & \dots & \phi_{in} \\ \phi_{i2} & \phi_{i1} & \phi_{i2} & \phi_{i2} & \dots & \phi_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{in} & \phi_{i1} & \phi_{in} & \phi_{i2} & \dots & \phi_{in} \end{bmatrix}$$

频率响应函数中矩阵第  $l$  行第  $p$  列的元素  $H_{lp} = \sum_{i=1}^m F_i \phi_{li} \phi_{pi}$ , 其物理意义为在第  $p$  个自由度上激励, 在第  $l$  个测点上测量的频响函数。

由这个传递函数矩阵可知, 如果经过导纳测量得到传递函数的任一系列如第  $j$  列:

$$\{H_j\} = \sum_{i=1}^m F_i \{\phi_{i1}, \phi_{i2}, \dots, \phi_{in}\}^T \quad (5)$$

则包含了模态矩阵的全部信息, 因此不必测量任意两点之间的柔度, 而只需测量某一行或某一列就足够了。测量传递函数矩阵某一系列, 相当于单点激励多点响应; 测量传递函数矩阵某一行, 相当于多点激励单点响应。在本文的方位环结构实验模态中, 由于传感器有限, 就采用了单点激励多点响应的测量办法。

### 2.2 模态参数识别

采用虚频特性进行拟合来识别模态参数, 它可使最小二乘列向量的阶数减小 1 倍<sup>[3]</sup>。由于测量的响应是加速度, 从而得到的是加速度导纳。令加速度导纳为:

$$H_{lp} = R(\omega) + jI(\omega) = \sum_{k=1}^m S_k A_k + \sum_{k=1}^m T_k A_k$$

$$S_k = \frac{(\omega_k^2 - \omega^2)}{(\omega_k^2 - \omega^2)^2 + 4 \zeta_k^2 \omega_k^2 \omega^2}$$

$$T_k = \frac{2 \zeta_k \omega_k}{(\omega_k^2 - \omega^2)^2 + 4 \zeta_k^2 \omega_k^2 \omega^2}, A_k = \frac{1}{m_{pk}} \begin{bmatrix} \phi_{lk} & \phi_{pk} \end{bmatrix} \quad (6)$$

其中  $\omega_k$ ,  $\zeta_k$ ,  $m_{pk}$  和  $\phi_{lk}$  分别表示第  $k$  阶固有频率、阻尼比、模态质量以及第  $k$  阶振型的第  $l$  个元素。令  $m=1$ , 略去阶次的下标  $k$ , 采用单自由度法对虚频特性进行拟合, 选取频响函数虚部在共振点附近的  $r$  个实验数据  $I_1, I_2, \dots, I_r$ 。如果实验没有任何误差则应满足:

$$I_j = I(\omega_j) = A \times \frac{2 \zeta \omega_k}{(\omega_k^2 - \omega_j^2)^2 + 4 \zeta^2 \omega_k^2 \omega_j^2} \quad (7)$$

式中,  $A$  和  $\zeta$  是待识别的参数,  $I_j$  是已知数据。

式 (7) 为一非线性识别问题, 识别的最简单方法是假定一组  $A$  和  $\zeta$  的初始估计值, 这时式 (2) 中只有 1 个参数  $A$  需要识别, 这就变成了线性回归问题。选取不同的  $A$  和  $\zeta$  的初始估计值必然影响所获得的  $A$ 。为此, 应对  $A$  和  $\zeta$  在二维空间寻优, 其目标函数为:

$$E = \sum_{j=1}^r |I_j - A T_j|^2 \quad (8)$$

式 (8) 中,  $I_j$  为实验导纳的虚部,  $A T_j$  为根据拟合参数构造的导纳虚部。假定 1 个阻尼比值  $\zeta$  对频率优化, 在确定的初始频率左右以一定的频率分辨率为步长直接搜索, 直到找到 3 个相邻的频率  $\omega_L, \omega_C, \omega_R$ , 使相应的目标函数满足如下关系式:

$$E_R > E_C > E_L \quad (9)$$

然后根据这三组  $\omega$  和  $E$  值进行抛物线插值, 获得固有频率  $\omega_C$ , 再根据已识别的  $\omega_C$ , 对阻尼进行优化, 寻找最合适的阻尼比, 反复上述过程, 就获得了最优频率  $\omega_C$  及阻尼比  $\zeta_C$  对应的拟合曲线。

如果频率不是分得很开, 则必须考虑模态间的耦合。识别方法是在每一阶模态附近各选取若干点,  $m$  阶模态共选取了  $s$  个频率点。在进行第  $k$  阶频率优化时前  $k-1$  阶采用已识别的频率, 后  $m-k+1$  阶采用选定的估计值。采用上述的办法对所获得的每一个加速度导纳测量分别拟合出  $i_k, \omega_k, A_k$  ( $i=1, 2, \dots, L; k=1, 2, \dots, m$ ),  $L$  为测量总点数,  $m$  为识别模态阶数,

最终获得了留数矩阵  $A_j$  后, 经过转置, 它的每一列代表某一阶振型, 每一行代表一个测试点。通过上述实验模态参数识别, 就可获得结构的各阶模态频率、模态质量、刚度、阻尼及模态振型<sup>[4-7]</sup>。

## 3 方位环实验模态分析

### 3.1 方位环几何模型

方位环几何结构如图 1 所示。在进行实验模态分析时, 首先要将被测对象离散成一定数量得测点, 并建立分析结构的几何模型。在布置测点时, 首先要保证构造出结构的真实几何形状, 其次在关键部位测点应布置密一些。在进行模态分析实验时, 根据方位环结构的实际情况, 共

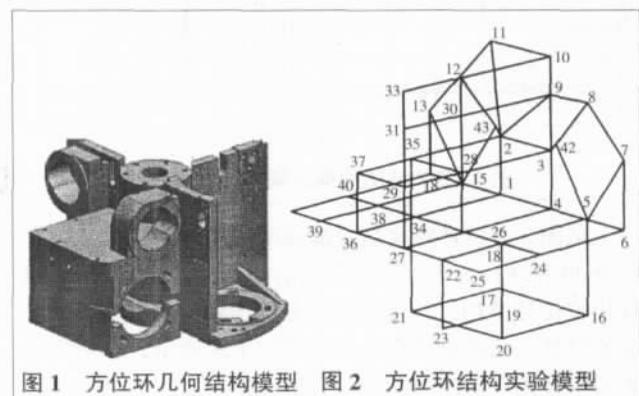


图 1 方位环几何结构模型 图 2 方位环结构实验模型

布置了 43 个测点,其测试实验模型如图 2 所示。

### 3.2 测试方法

实验中采用单点激励多点响应(SIMO)的方法:首先对结构上某点进行激励,同时测出激励点及测量点的时域信号。经过 A/D 转换与 FFT 变换,转换成频率信号,然后将频域数字信号进行运算,求得测量点的传递函数。最后再对所有测量点的传递函数进行总体拟合,得到集总幅频响应曲线,从而得到结构的固有频率,进行振型编辑后,即可得到相应的模态振型。

### 3.3 实验步骤

测试过程主要包括几个步骤:确定测点;仪器连接;示波;参数设置;采样;传递函数分析;模态分析。该实验的采样频率选为 3000 Hz,采样类型设定为多次触发,然后进行平均。由于使用三向压电加速度传感器,所以共需要 4 路信号通道。其中通道 1 对应脉冲锤的激励信号,单位设定为 N;通道 2~4 对应于三向压电加速度传感器的信号。

### 3.4 实验结果分析

由于本课题所涉及型号的工作范围在 0~2000 Hz,因此在模态实验时频率分析范围确定为 0~2500 Hz。实验中选择 24 号点作为响应点,为减少泄漏,对随机激励信号分别加截短的矩形窗。进行模态分析时,首先要估计频率值。由于任何单一点的测量有可能位于某阶振型的节点附近,所以用任何单一点的测量进行估计都是不全面的,因此对所测量的传递函数进行集总平均,即对所有测点的传递函数求平均。由于频率信息包含在传递函数分母中,所有测点的传递函数分母是相同的。因此,采用集总平均不会消除频率信息,反而可以加强该信息。所以,集总平均曲线高峰的模态可能性最大,漏掉模态或由噪声引起的虚假模态的可能性较小。

为了保证测试结果的可靠性,共进行了 3 次测试,图 3 为第 3 次测试所获得集总幅频响应曲线。

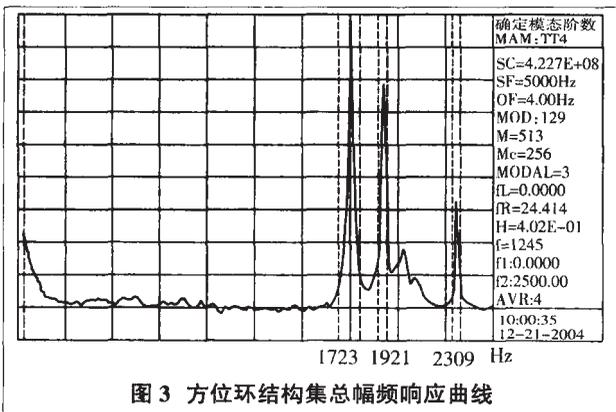


图 3 方位环结构集总幅频响应曲线

从图 3 方位环结构集总幅频响应曲线上看,在频率 0~2500 Hz 内,有 3 个较为明显的峰值频率,也即在此频段内方位环结构有 3 阶模态。方位环结构固有频率的实验测试结果与理论计算结果对照如下表所示,表中最大相对误差为 3 次测试结果与有限元结果之间的最大差值

相对于有限元结果的百分比。

方位环固有频率测试结果与理论计算结果对比

阶数	第 1 次测试	第 2 次测试	第 3 次测试	有限元计算	最大相对误差
1	1728Hz	1721Hz	1725Hz	1596Hz	9.46%
2	1919Hz	1915Hz	1922Hz	1920Hz	0.052%
3	2307Hz	2313Hz	2309Hz	2378Hz	2.18%

### 3.5 实验结论

通过对方位环结构的模态实验测试结果,可以得出如下结论:

(1) 经过对方位环结构集总幅频响应曲线观察,方位环在第 1 阶固有频率 1723 Hz 处的模态幅值均大于其它模态处的幅值,故可以肯定该频率为方位环结构的薄弱模态。在该频率下,方位环结构在受到激励时容易产生剧烈振动,所以在进行结构动态特性优化设计时应予以重视。

(2) 通过对实验中所得到的方位环结构模态振型与有限元计算结果进行对比,发现其各阶振型变形部位基本相同,动态变化趋势相同,说明有限元计算结果较为合理。

(3) 由表可知,方位环固有频率 3 次测试结果重复性好,说明实验系统比较稳定,实验结果比较准确可靠。经过与有限元计算结果进行对比发现,第 2、3 阶固有频率误差较小,第 1 阶固有频率误差较大,为 9.46%,即使这样,它也满足工程上所要求的实验结果与理论计算结果误差不应超过 10%这一要求。

## 4 结语

通过对方位环结构进行的实验模态分析与有限元计算结果比较可以得出如下结论:实验系统比较稳定,实验分析结果比较准确可靠;实验结果与有限元计算结果吻合,验证了方位环结构的有限元模型比较合理的,从而为以后利用理论计算对方位环结构进行动力修改及优化设计奠定了基础,这些数据有利于后续型号方位环的改进设计。

#### [参考文献]

- [1] 沃德·海伦,斯蒂芬·拉门兹,波尔·萨斯.模态分析理论与实验[M].北京:北京理工大学出版社,2001.181-195.
- [2] 大久保信行(日).机械模态分析[M].上海:上海交通大学出版社,1985.98-103.
- [3] Lembregts F. Parameter estimation in modal analysis[R]. Proceeding of ISMA 14, 1989.33.
- [4] 傅志方.振动模态分析与参数辨识[M].北京:机械工业出版社,1990.150-161.
- [5] 张令弥.振动测试与动力分析[M].北京:航空工业出版社,1992.132-140.
- [6] 倪振华.振动力学[M].西安:西安交通大学出版社,1989.161-208.
- [7] Ibrahim S R. Modal identification Techniques Assessment and Comparison. Proc. of 3rd IMAC, 1985.831-839.

(编辑 黄 荻)

作者简介:谢韶旺(1972-),博士研究生,研究方向为机械设计及理论。  
收稿日期:2005-09-12