

磁场控制下的电子自旋量子系统参数辨识

吴庆林, 陈宗海, 张陈斌

(中国科学技术大学 自动化系, 安徽 合肥 230027)

摘要: 了解量子控制系统的性能参数是设计精确控制器的基础. 为解决这一问题, 本文基于量子过程层析, 提出了辨识量子控制系统参数的方法, 设计了以电子自旋磁场控制系统为对象的具体实验方案, 并利用计算机仿真技术对其进行了模拟. 仿真结果表明, 辨识得到的量子控制系统参数与理论值较为吻合, 达到了预定的准确度指标. 结合理论分析和仿真结果可知, 利用量子过程层析可以有效实现量子控制系统的参数辨识.

关键词: 量子层析; 量子过程层析; 量子系统辨识; 量子控制系统

中图分类号: TP13, O413.1

文献标识码: A

Identification of quantum system parameters of the electron spin system controlled by magnetic field

WU Qing-lin, CHEN Zong-hai, ZHANG Chen-bin

(Department of Automation, University of Science and Technology of China, Hefei Anhui 230027, China)

Abstract: The knowledge of the performance parameter of the quantum control system is crucial to the design of an accurate controller. Based on the quantum process tomography, we propose a method for identifying quantum control system parameters. The identified parameters are employed in the specific programs for designing the magnetic field control in an electron spin system. Computer simulations are carried out for the programs. The results show that the identified values of quantum control system parameters are comparatively consistent with the theoretic values with desired accuracy. Theoretical analysis and simulation results validate the effectiveness in applying the quantum process tomography to the identification of the quantum control system parameters.

Key words: quantum tomography; quantum process tomography; quantum system identification; quantum control system

1 引言(Introduction)

量子理论的创立作为20世纪人类最伟大的成就之一, 为人们研究微观世界的物理现象提供了基础, 激发了人们探寻这个神奇领域的兴趣. 伴随着量子理论在化学反应^[1]、基因工程、原子物理、量子信息等领域的应用, 量子理论得到了进一步的发展, 同时促进了与各领域的交叉融合. 近年来, 由量子理论与信息学结合产生的量子信息学^[2,3]得到了迅速的发展, 成为近期研究的一个热点. 在量子信息学中量子态(量子比特)作为量子信息的载体, 量子信息的处理实质上就是对量子态的制备、操控和识别^[4], 量子态的物理特性和演化规律符合量子力学理论^[5], 因此它具有某些与宏观物质截然不同的物理特性, 这就促使了量子控制论^[6]的产生. 所谓量子控制, 简单的说就是利用激光、磁场和电场等控制手段操纵量子力学系统的状态. 经过多年的发展, 可以认为量子

控制论是一门内容广泛的学科领域, 它研究如何控制量子力学系统状态达到期望结果所涉及到的各个方面, 其主要研究对象是量子力学系统, 其目的是有效的对量子系统状态进行主动控制, 其结果是按人们的期望暂时或是永久地改变量子系统的状态. 量子力学系统具有经典系统所不具备的特性, 其相应的控制问题也具有“量子”特色. 因此, 尽管不排除把经典控制理论方法应用于量子力学系统中的可能性(如最优控制^[7]、微分几何控制和随机控制等), 但是量子力学系统的控制问题依然有其独特性, 需要专门加以研究.

对于一个量子控制系统来说, 为了实现对量子态的有效控制, 需要设计适当的量子控制系统, 为了掌握控制系统的特性和检验控制系统的设计效果需要对其性能和参数进行测定, 以便达到笔者的设计要求, 实现更有效的控制目标. 通过研究笔者发现, 量

子过程层析技术^[8~11]可以完成量子控制系统的参数辨识任务. 量子过程层析是一种以量子层析技术为基础的测量技术, 被广泛应用于量子通讯领域, 主要用来测定量子信道参数. 实验人员让特定的量子态通过量子信道后利用量子层析对输出量子态进行测量, 并选定不同的输入量子态多次重复该过程, 从而得到足够的统计数据来确定待测量子信道的参数^[11], 这个过程可以看作是量子层析在一个更大的态空间中的推广. 早些时候, 利用核磁共振技术实现的量子过程层析实验已经获得了成功^[12, 13], 近年来一些纠缠辅助的量子过程层析光学实验也取得了成功^[14, 15]. 量子过程层析在理论和实验上的成功启发笔者可以利用这项技术实现量子控制系统的参数辨识.

本文详细分析了量子过程层析的理论, 设计了利用量子过程层析针对电子自旋的量子控制系统进行参数辨识的方案, 并利用计算机仿真技术模拟了该过程, 最后通过对仿真结果的分析, 得出了部分结论, 并在此研究成果基础上对后续工作做了展望.

2 量子控制系统参数辨识(Quantum control system parameter identification)

2.1 量子过程层析简介(Introduction to quantum process tomography)

量子层析是一种通过重构量子态密度矩阵获取量子态信息的方法, 它是一种统计测量方法, 通过测量未知量子态的大量全同样本的一组完备可观测量的平均值来确定量子态的密度矩阵 ρ . 根据量子力学^[5]的知识笔者知道一个量子系统的密度矩阵 ρ 包含了该系统的所有可知信息, 因此, 如果可以得到某个系统的密度矩阵 ρ , 就可以说笔者已经掌握了这个系统的状态信息. 对于单量子比特来说, 任意密度矩阵 ρ 可展开为^[11]

$$\rho = \frac{\sigma_0 + \text{tr}(\sigma_x \rho) \sigma_x + \text{tr}(\sigma_y \rho) \sigma_y + \text{tr}(\sigma_z \rho) \sigma_z}{2}, \quad (1)$$

其中: $\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}$, $\sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ 为泡利矩阵, $\sigma_0 = I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, 这样只要测定 σ_i 各自的平均值 $\text{tr}(\sigma_i \rho)$, 便可确定该量子态的密度矩阵 ρ 了.

如图1所示, 量子过程层析是一项通过对一组完备探测输入态的相应输出态做量子层析来测定控制系统参数的技术. 具体过程为: 输入一组完备的量子态 ρ_{in} , 然后利用量子层析测定经过量子控制系统的输出态 ρ_{out} , 通过输入、输出态之间关系来获得量子控制系统的参数信息.

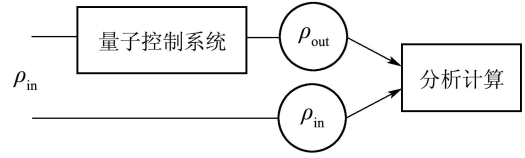


图1 量子过程层析示意图

Fig. 1 Sketch map for quantum process tomography

2.2 量子控制系统参数化(Parameterization of quantum control system)

为了测定量子控制系统首先需要对量子控制系统进行参数化, 这就需要引入量子态演化的超算符表示^[16], 如图2所示.

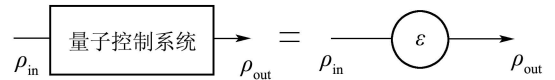


图2 量子控制系统的超算符表示

Fig. 2 Super operator of quantum control system

量子控制系统作用于量子态上使量子态发生改变, 这一过程可以用超算符来描述: 它体现为一个密度矩阵到另一个密度矩阵的映射, 该映射反映了控制系统的性质和它对量子态的作用, 这个超算符定义为输入量子态密度矩阵 ρ_{in} 到输出量子态密度矩阵 ρ_{out} 之间的映射 ε :

$$\rho_{\text{out}} = \varepsilon(\rho_{\text{in}}). \quad (2)$$

为保证物理上的合理性, 超算符必须满足3个性质: 保迹性、完全正定性和线性性. 满足了这3个性质的超算符可以写成算符和表示^[17]:

$$\rho_{\text{out}} = \varepsilon(\rho_{\text{in}}) = \sum_i E_i \rho_{\text{in}} E_i^\dagger. \quad (3)$$

由于算符是不能直接通过实验测量的, 必须对超算符 ε 进行参数化, 将kraus算符 E_i 用一组固定的算符基 $\{M_m\}$ 展开:

$$E_i = \sum_m e_{im} M_m, \quad (4)$$

其中: d 表示输入量子态的维数, e_{im} 是复系数. 将式(4)代入式(3)得到

$$\rho_{\text{out}} = \varepsilon(\rho_{\text{in}}) = \sum_i E_i \rho_{\text{in}} E_i^\dagger = \sum_{mn} \alpha_{mn} M_m \rho_{\text{in}} M_n^\dagger, \quad (5)$$

其中: $\alpha_{mn} = \sum_i e_{im} e_{in}^*$, 矩阵 $\alpha = \{\alpha_{mn}\}$ 完全描述了超算符 ε , 只需设法获得矩阵 α 就等于掌握了量子控制系统的信息. 选择 E_i 的一组常用算符基 $\{M_m\} =$

$\{I, \sigma_x, -i\sigma_y, \sigma_z\}$, 此时的 α 矩阵为($d=2$):

$$\alpha = \Lambda \begin{pmatrix} \varepsilon(|0\rangle\langle 0|) & \varepsilon(|0\rangle\langle 1|) \\ \varepsilon(|1\rangle\langle 0|) & \varepsilon(|1\rangle\langle 1|) \end{pmatrix} \Lambda, \quad (6)$$

$$\text{其中 } \Lambda = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} I & \sigma_x \\ \sigma_x & -I \end{pmatrix}.$$

从 α 的形式可以看出, 只要选取 $\rho_{\text{in}} = |k\rangle\langle l|$ ($k, l = 0, 1, \dots, d-1$)作为完备的输入量子态, 并利用量子层析测定其相应的输出密度矩阵 $\rho_{\text{out}} = \varepsilon(|k\rangle\langle l|)$, 这样就能够求解出决定量子控制系统特性的矩阵 α . 值得注意的是: 当 $k \neq l$ 时, $\rho = |k\rangle\langle l|$ 并非合法的密度矩阵, 没有与之对应的物理量子态, 但是根据超算符 ε 的线性性质可以通过间接的方法获得它们:

$$\varepsilon(|k\rangle\langle l|) = \varepsilon(|+\rangle\langle +|) + i\varepsilon(|-\rangle\langle -|) - \frac{1+i}{2}\varepsilon(|k\rangle\langle k|) - \frac{1+i}{2}\varepsilon(|l\rangle\langle l|), \quad (7)$$

$$\varepsilon(|l\rangle\langle k|) = \varepsilon(|+\rangle\langle +|) - i\varepsilon(|-\rangle\langle -|) - \frac{1-i}{2}\varepsilon(|k\rangle\langle k|) - \frac{1-i}{2}\varepsilon(|l\rangle\langle l|), \quad (8)$$

$$\text{其中: } |+\rangle = \frac{|k\rangle + |l\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |-\rangle = \frac{|k\rangle - |l\rangle}{\sqrt{2}}, \quad k < l.$$

2.3 电子自旋量子控制场的参数化(Parameterization of quantum control field of spin)

下面针对电子自旋的量子控制场进行参数化. 电子自旋是被大家普遍研究的一个典型量子态^[18~20], 它是电子的一种内禀属性. 研究表明, 电子自旋在空间任何方向的投影只可能取2个值, 即 $\pm\hbar/2$. 为方便, 取 $+\hbar/2$ 时称自旋朝上, 形象记为 $|\uparrow\rangle$, 取 $-\hbar/2$ 时称自旋朝下, 记为 $|\downarrow\rangle$. 则电子自旋态可描述为

$$|\psi(t)\rangle = \alpha|\uparrow\rangle + \beta|\downarrow\rangle, \quad (9)$$

其中: α, β 是复系数, $|\alpha|^2, |\beta|^2$ 分别表示对电子自旋态进行测量时自旋朝上和自旋朝下的概率. 为方便在希尔伯特空间的计算, 可以取2个基矢分别表示2个自旋指向: $|\uparrow\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, |\downarrow\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

考虑利用恒定磁场来对自旋电子进行控制, 设电子的磁矩为 $\vec{M} = k\vec{S}$ (k 为常系数), 如果初始时刻电子处于自旋朝上(z 方向), 即 $|\psi(0)\rangle = |\uparrow\rangle$, 让电子沿 y 轴运动, 用 y 轴方向的恒定磁场作为外部控制, 即 $\vec{U} = u_0\vec{e}_y$, 来对电子自旋进行控制.

根据量子力学知识可得系统的哈密顿算符为^[5]

$$H = -\vec{M} \cdot \vec{U} = -ku_0\vec{S} \cdot \vec{e}_y = -ku_0s_y = -\frac{ku_0}{2}\hbar\sigma_y. \quad (10)$$

令

$$\omega = \frac{ku_0}{2}t,$$

则 t 时刻系统的状态为

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iHt/\hbar}|\psi(0)\rangle = e^{i\omega\sigma_y}|\uparrow\rangle = [\sigma_0 \cos \omega + i\sigma_y \sin \omega]|\uparrow\rangle, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \rho(t) &= |\psi(t)\rangle\langle\psi(t)| = \\ &[\sigma_0 \cos \omega + i\sigma_y \sin \omega]|\uparrow\rangle \cdot \\ &\langle\uparrow|[\sigma_0 \cos \omega - i\sigma_y \sin \omega] = \\ &[\sigma_0 \cos \omega + i\sigma_y \sin \omega]\rho(0) \cdot \\ &[\sigma_0 \cos \omega - i\sigma_y \sin \omega]. \end{aligned} \quad (12)$$

根据式(3)可知

$$E = \sigma_0 \cos \omega + i\sigma_y \sin \omega, \quad (13)$$

可见, 将 E 用 $\{M_m\} = \{I, \sigma_x, -i\sigma_y, \sigma_z\}$ 展开系数为 $(\cos \omega, 0, -\sin \omega, 0)$. 则可得 α 矩阵为

$$\alpha = \begin{pmatrix} \cos \omega \\ 0 \\ -\sin \omega \\ 0 \end{pmatrix} (\cos \omega, 0, \sin \omega, 0) = \begin{pmatrix} \cos^2 \omega & 0 & \cos \omega \sin \omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\cos \omega \sin \omega & 0 & -\sin^2 \omega & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

3 仿真及结论分析(Simulation and result discussion)

根据上述分析笔者发现对于电子自旋控制场来说, 只需适当选取量子控制场参数——磁场的大小 u_0 和控制时间 t 就可以按照既定目标对电子自旋进行控制. 当选取一组 (u_0, t) 时就会对应一个 α 矩阵——理论上的量子控制场参数矩阵. 同时, 利用量子过程层析来获取量子控制场的参数矩阵 α^* , 并与理论结果进行比较, 从而分析量子过程层析辨析控制场参数的有效性, 通过计算机仿真技术模拟了这一过程.

如图3所示, 仿真过程如下: 首先设定好控制磁场, 输入一组完备的电子自旋态 $\rho_{\text{in}} = |k\rangle\langle l|$ ($k, l = 0, 1$), 使其在磁场的控制下进行演化, 利用量子层析测定相应的输出电子自旋态, 最后通过输入电子自旋态与输出电子自旋态之间的关系辨识出量子控制场的参数矩阵 α^* , 并与理论计算的控制场参数矩阵 α 进行比较. 这里定义 α 的保真度为

$$F(\alpha^*, \alpha) = |\text{tr}((\sqrt{\alpha^*}\alpha\sqrt{\alpha^*})^{1/2})|^2. \quad (15)$$

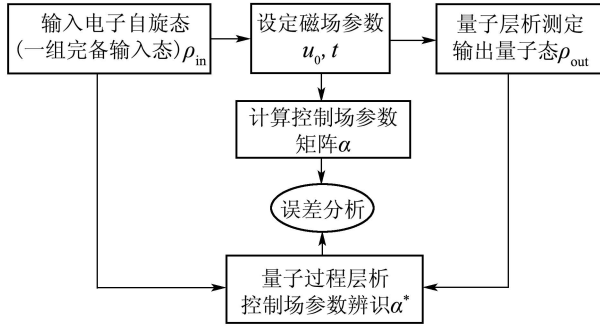


图3 电子自旋的量子控制场参数辨识仿真示意图

Fig. 3 Sketch map for simulation of quantum control field parameter identification of spin

通过改变输入磁场的电子自旋态的数量重复多次实验,得到了如图4所示的曲线.从图中可以看出:

1) 实验中的输入电子自旋态的数量直接影响了最终结果的保真度 F ,随着输入电子自旋态数量的增加,保真度 F 逐渐收敛于1.这样的结果恰好与理论分析相一致,量子层析通过重复测量消除统计误差和测量误差的效果随着测量次数的增加逐渐显现出来.针对本次仿真结果可见,测量次数达到6000次以上时,保真度 F 达到令人满意的程度且震荡幅度较小.因此,在实际操作中只需要选择适当的输入电子自旋态数量就能够获得较为理想的实验结果.

2) 通过量子层析测得的输出电子自旋态的密度矩阵 ρ_{out} 可能不满足正定型和保迹性,根据公式(6)可知,它将直接影响到最终结果 α 的保真度.不过可以通过一些数值方法,如正态分布优化、极大似然估计和贝叶斯估计等先对 ρ_{out} 进行处理,从而进一步提高结果的保真度.

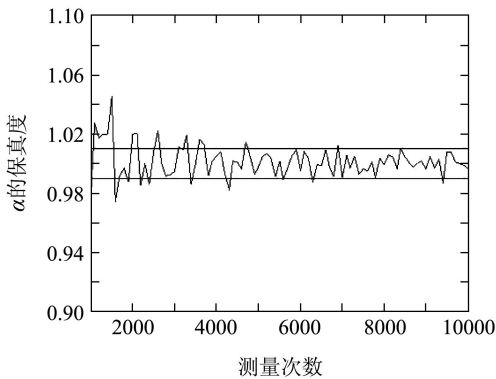


图4 输入不同电子自旋数情况下保真度曲线

Fig. 4 Fidelity curve of different number of input spin

下面通过正态分布估计方法优化重构的输出电子自旋态密度矩阵 ρ_{out} 和给定矩阵 ρ_p :

$$P = \begin{pmatrix} t_1 & 0 \\ t_3 + it_4 & t_2 \end{pmatrix}, \quad P^\dagger = \begin{pmatrix} t_1 & t_3 - it_4 \\ 0 & t_2 \end{pmatrix},$$

$$\rho_p = P^\dagger P / \text{tr}(P^\dagger P) = \begin{pmatrix} t_1^2 + t_3^2 + t_4^2 & t_2(t_3 - it_4) \\ t_2(t_3 + it_4) & t_2^2 \end{pmatrix} / \sum_{i=1}^4 t_i^2, \quad (16)$$

可知 ρ_p 一定是正定保迹的,需要寻找一个与重构的输出密度矩阵 ρ_{out} 最为接近的 ρ_p ,定义目标函数:

$$\min: L = \sum_{i=0}^3 [(N \langle \varphi_i | \rho_p | \varphi_i \rangle - n_i)^2 / N \langle \varphi_i | \rho_p | \varphi_i \rangle], \quad (17)$$

其中 n_i 为实验测定的不同自旋态的电子数.

$$\begin{cases} \langle \varphi_0 | \rho_p | \varphi_0 \rangle = \langle 0 | \rho_p | 0 \rangle = (t_1^2 + t_3^2 + t_4^2) / \sum_{i=1}^4 t_i^2, \\ \langle \varphi_1 | \rho_p | \varphi_1 \rangle = \langle 1 | \rho_p | 1 \rangle = t_2^2 / \sum_{i=1}^4 t_i^2, \\ \langle \varphi_2 | \rho_p | \varphi_2 \rangle = \langle + | \rho_p | + \rangle = \frac{1}{2} + t_2 t_3 / \sum_{i=1}^4 t_i^2, \\ \langle \varphi_3 | \rho_p | \varphi_3 \rangle = \langle - | \rho_p | - \rangle = \frac{1}{2} - t_2 t_3 / \sum_{i=1}^4 t_i^2, \end{cases} \quad (18)$$

这样可以根据公式(18)计算出 t_i ,并得到修正后的密度矩阵 ρ_p 了.

如图5所示,利用正态分布估计优化后的重构输出密度矩阵来对控制磁场参数矩阵 α 进行辨识,得到的保真度 $F(\alpha^*, \alpha)$ 曲线具有更快的收敛速度.针对本次仿真结果,当测量次数达到2000次以上时,保真度 $F(\alpha^*, \alpha)$ 就达到了笔者预期的收敛效果(保真度误差范围 $\pm 1\%$).可见,通过数据优化,大大降低了实验中的测量次数,有效提高了实验效率.

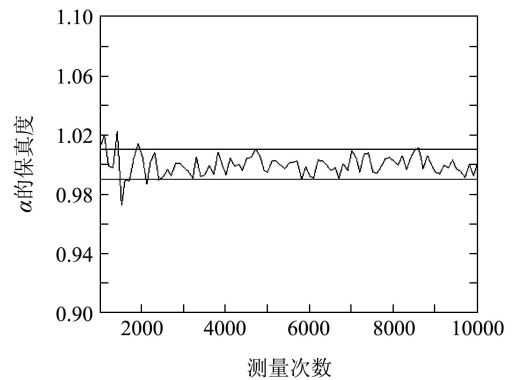


图5 正态分布估计优化数据后的保真度曲线图

Fig. 5 Fidelity curve after normal distribution estimation

在输入电子自旋态的数量(6000)固定的情况下,通过改变控制场参数(分别改变控制时间 t 和磁场强度 u_0)重复多次实验得到如图6所示的曲线,可以看出:控制场参数的变化对辨识结果的保真度影响不

大, 从统计平均的意义上看, 结果在理想值附近小幅震荡. 可见, 基于量子过程层析的量子系统辨识方案适应性较强, 对于控制场参数的变化并不十分敏感, 具有较好的实用价值.

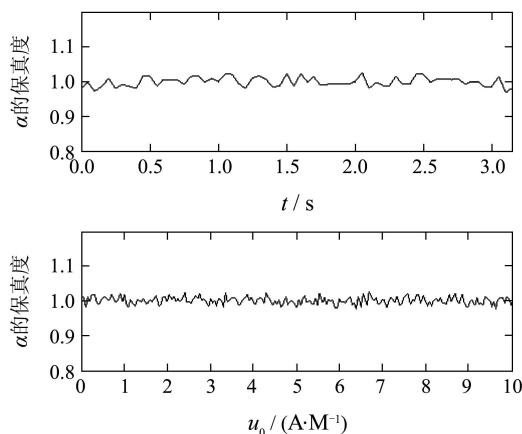


图6 不同的磁场强度 u_0 和控制时间 t 下保真度曲线图
Fig. 6 Fidelity curve of different magnetic field intensity u_0 and control time t

综上可知, 基于量子过程层析的量子控制系统辨识方案在理论上是成立的, 在实际应用中是可行的.

4 结束语(Conclusion)

随着量子理论和信息科学的进一步发展, 它们之间的结合也必将更加紧密, 量子控制作为制备、操控量子态的必要手段, 必将成为量子信息研究中的一个重要分支. 本文提出了基于量子过程层析的量子控制系统辨识方案, 通过理论分析和仿真实验可以看出此方案是有效的, 图1能够达到笔者预期目标. 这就为笔者更好的了解量子控制系统特性、调整量子控制系统参数提供了前提, 为实现量子反馈控制并达到更加精确的量子控制目标提供了保障. 笔者将在此项研究成果的基础上进一步对以量子信息为反馈信号的量子反馈控制策略进行探索, 争取提出更加有效的量子反馈控制策略.

参考文献(References):

- [1] KOHLER B, KRAUSE J L, RAKSI F, et al. Quantum control of chemical processes[J]. *Abstracts of Papers of the American Chemical Society*, 1994, 207(2): 68 – 75.
- [2] BENNETT C H, SHOR P W. Quantum information theory[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1998, 44(6): 2724 – 2742.
- [3] BENNETT C H, DIVINCENZO D P. Quantum information and computation[J]. *Nature*, 2000, 404(6775): 247 – 255.
- [4] DONG D Y, CHEN Z H. Clustering recognition of quantum states based on quantum module distance[J]. *Acta Sinica Quantum Optica*, 2003, 9(4): 144 – 148.
- [5] 张永德. 量子力学[M]. 北京: 科学出版社, 2002. (ZHANG Yongde. *Quantum Mechanics*[M]. Beijing: Science Press, 2002.)
- [6] CHEN Z H, DONG D Y. Quantum control theory[J]. *Chinese Journal of Quantum Electronics*, 2004, 21(5): 546 – 554.
- [7] 吴庆林, 陈宗海, 董道毅. 量子最优控制研究综述[C] // 系统仿真技术及其应用. 合肥: 中国科学技术大学出版社, 2004, 6: 723 – 728. (WU Qinglin, CHEN Zonghai, DONG Daoyi. A survey of research on optimal quantum control[C] // *System Simulation Technology & Application*. Hefei: University of Science and Technology of China Press, 2004, 6: 723 – 728.)
- [8] O'BRIEN J L, PRYDE G J, GILCHRIST A, et al. Quantum process tomography of a controlled-not gate[J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(8): 080502/1 – 080502/4.
- [9] LUIS A. Quantum tomography of input-output processes[J]. *Physical Review A*, 2000, 62(5): 054302/1 – 054302/4.
- [10] POYATOS J F, CIRAC J I, ZOLLER P. Complete characterization of a quantum process: the two-bit quantum gate[J]. *Physical Review Letters*, 1997, 78(2): 390 – 393.
- [11] CHUANG I L, NIELSEN M A. Prescription for experimental determination of the dynamics of a quantum black box[J]. *Journal of Modern Optics*, 1997, 44(11): 2455 – 2467.
- [12] CHILDS A M, CHUANG I L, LEUNG D W. Realization of quantum process tomography in NMR[J]. *Physical Review A*, 2001, 64(1): 012314/1 – 012314/7.
- [13] NIELSEN M A, KNILL E, LAFLAMME R. Complete quantum teleportation using nuclear magnetic resonance[J]. *Nature*, 1998, 396(6706): 52 – 55.
- [14] DE MARTINI F, MAZZEI A, RICCI M, et al. Exploiting quantum parallelism of entanglement for a complete experimental quantum characterization of a single-qubit device[J]. *Physical Review A*, 2003, 67(6): 062307/1 – 062307/5.
- [15] ALTEPETER J B, BRANNING D, JEFFREY E, et al. Ancilla-assisted quantum process tomography[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 90(19): 193601/1 – 193601/4.
- [16] LEONHARDT U. Quantum state tomography and discrete Wigner function[J]. *Physical Review Letters*, 1995, 74(21): 4101 – 4105.
- [17] NIELSEN M A, CHUANG I L. *Quantum Computation and Quantum Information*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [18] 董道毅, 陈宗海. 电子自旋的时间量子控制[J]. *控制与决策*, 2006, 21(1): 38 – 41. (DONG Daoyi, CHEN Zonghai. Time quantum control of electron spin[J]. *Control and Decision*, 2006, 21(3): 38 – 41.)
- [19] 陈宗海, 朱明清, 张陈斌, 等. 基于恒定磁场的电子自旋量子比特系统任意量子态的最优制备[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(3): 497 – 500. (CHEN Zonghai, ZHU Mingqing, ZHANG Chenbin, et al. Optimal preparation of arbitrary quantum state of electron spins quantum-bit system based on invariant magnetic field[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(3): 497 – 500.)
- [20] 丛爽, 楼越升. 利用相位的自旋1/2量子系统的相干控制[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(2): 187 – 192. (CONG Shuang, LOU Yuesheng. Coherent control of spin 1/2 quantum systems using phases[J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(2): 187 – 192.)

作者简介:

吴庆林 (1980—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为量子信息获取与控制, E-mail: qlwu@mail.ustc.edu.cn;

陈宗海 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 研究领域为复杂系统的建模、仿真与优化控制、智能系统理论与技术、量子控制等, E-mail: chenzh@ustc.edu.cn;

张陈斌 (1979—), 男, 博士, 主要研究方向为量子系统建模与仿真、量子控制等, E-mail: zhangchb@ustc.edu.cn.