

空间薄膜反射镜圆薄膜模态分析

石广丰¹, 金光², 齐迎春³

(1. 长春理工大学 机电工程学院, 长春 130022; 2. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033;
3. 吉林大学 生物与农业工程学院, 长春 130025)

摘要: 空间薄膜反射镜是一种空间应用新技术。聚酰亚胺圆薄膜的模态分析能够给薄膜反射镜夹持结构的设计和动态特性分析提供重要依据。通过对薄膜振动贝塞尔方程的求解, 得到了 300mm 聚酰亚胺圆薄膜的前四阶振动频率, 并利用 ANSYS 有限元仿真软件进行了模拟验证, 求得了前四阶振型和相应振动频率。薄膜反射镜的固有频率很低, 一阶固有频率为 9.3 Hz 左右。这对于反射镜夹持结构和整个光学系统设计, 以及载荷的施加、面形调整等提出了特定要求, 以避免发生共振影响工作。

关键词: 空间薄膜反射镜; 聚酰亚胺; 振动模态; 贝塞尔方程; ANSYS

中图分类号: TH751

文献标识码: A

文章编号: 1672 - 9870 (2010) 01-0060-03

Circular Membrane Modal Analysis of Space Membrane Reflector

SHI Guangfeng¹, JIN Guang², QI Yingchun³

(1. School of Electro-mechanical Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022;
2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033;
3. School of Biological and Agricultural Engineering, Jinlin University, Changchun 130025)

Abstract: Space membrane reflector is a new technology in space application. Modal analysis of a circular polyimide membrane can provide a reference for structure design and dynamic analysis of the membrane reflector. The four orders vibration frequencies of a 300mm circular polyimide membrane is computed by Bezier equation, and the results are analyzed and tested in ANSYS. Native frequency of the membrane reflector is very low with the first order frequency about 9.3 Hz. All the work in this paper will give some certain suggestions for the design of structure and whole optical system, and forces exerting, membrane deflection modulating and so on, avoiding resonance in operation.

Key words: space membrane reflector; polyimide; vibration mode; Bezier equation; ANSYS

空间薄膜反射镜的广泛研究始于上世纪六十年代美国宇航局的大口径空间望远镜项目, 意在设计、制造和主动连续控制大口径反射主镜^[1]。它是利用镀金属的聚酰亚胺薄膜成形聚光的空间光学元件, 因为具有面密度小、贮存体积小、可展开、成本低等, 在空间应用中有着巨大的潜质。作为空间望远镜、照相系统、天线、能量聚集器和微弱信号探测器主要组成部分, 薄膜反射镜口径能够做到几十米甚至上百米, 如何控制其成形意义重大。按照成形方式的不同, 空间薄膜反射镜可分为静电式、

充气式、扫描式和混合式等^[2]。目前国外研究较多, 种类多样, 以美国最为先进^[2]。国内已出现的静电薄膜反射镜实验装置是 0.18m^[3]和 0.2m^[4], 尚处于理论试验阶段。

空间薄膜反射镜聚酰亚胺薄膜的频率特性将影响反射镜的整体特性。在薄膜反射镜处于工作状态时, 光学系统在轨状态及受载方式等都受到反射镜频率的影响。通过圆薄膜固有频率与振型分析, 可以评价和预测反射镜整体动态刚度的优劣。因此有必要对目前所研究的300mm口径薄膜反射镜进行模

收稿日期: 2009-08-15

基金项目: 国家 863 计划资助项目 (2007AA12Z113)

作者简介: 石广丰 (1981-), 男, 博士, 主要从事薄膜反射镜技术和光学材料加工技术的研究, E-mail: shiguangfeng@cust.edu.cn.

态分析,为薄膜反射镜的试验夹持结构设计和相关研究提供基础。

1 圆薄膜模态计算

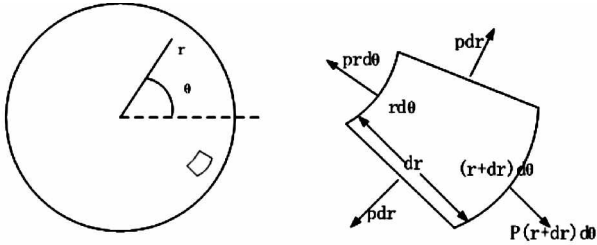


图 1 极坐标下薄膜面单元受力分析

Fig.1 Forced analysis of membrane cell in polar coordinates

极坐标下薄膜反射镜的变形分析模型如图 1 所示,平面法线方向 η 。对于处于平衡状态的薄膜来说,薄膜表面法线方向受到的侧向载荷将导致薄膜在载荷方向的突起从而达到一种新的平衡状态,此时薄膜内部仅存在面内薄膜力。在这种情况下,薄膜由于弯曲刚度的存在,不仅在薄膜面内存在薄膜力,沿薄膜厚度方向也将产生应力。假设薄膜厚度均匀,周边受均匀的拉力 $p(\text{N/m})$,可列出力学平衡关系微分方程,推导出圆薄膜在极坐标系下的振动方程^[5]如式(1)。

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \eta}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial \theta^2} = \frac{\rho}{pg} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \quad (1)$$

其中 r 为薄膜半径, θ 为绕薄膜中线转角, ρ 为薄膜材料密度, g 为重力加速度, t 为薄膜厚度。

薄膜的振动问题可通过贝塞尔方程求解来解决^[6],如式(2)

$$r^2 \frac{d^2 R}{dr^2} + r \frac{dR}{dr} + \left(\frac{\rho \omega^2}{pg} r^2 - n^2 \right) R = 0 \quad (2)$$

其中 ω 为薄膜的频率, n 整数。

(2)式通解为

$$R = c_1 J_n(rl) + c_2 N_n(rl) \quad (3)$$

其中 $l = \rho \omega^2 / pg$, $J_n(rl)$ 为第一类贝塞尔函数, $N_n(rl)$ 为第二类贝塞尔函数, c_i 为待定系数($i=1, 2$)。设 $x = rl$,则

$$J_n(x) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{1}{k! \Gamma(n+k+1)} \left(\frac{x}{2} \right)^{n+2k} \quad (4)$$

$$N_n(x) = \frac{\cos(n\pi) J_n(x) - J_{-n}(x)}{\sin(n\pi)} \quad (5)$$

对于第二类贝塞尔函数 $N_n(x)$,当 n 取正数时函数没有意义,根据文献[5],考虑薄膜的边界条件 $r=a, \eta=0$,式(1)的解为:

$$\eta = c J_n \left(\sqrt{\frac{\rho \omega^2}{pg}} r \right) \cos(n\theta) \quad (6)$$

$$\eta = \sum_{m=1} c J_n \left(\frac{x_m}{a} r \right) \cos(n\theta) \quad (7)$$

频率方程为:

$$J_n \left(\sqrt{\frac{\rho \omega^2}{pg}} a \right) = 0 \quad (8)$$

即:薄膜的频率与一阶贝塞尔函数方程的各阶零点有关。式(8)的各阶零点如表 1。

表 1 $J_n(x_m)=0$ 的零点

Tab.1 The zero points of $J_n(x_m)=0$

n	1	2	3	4
m=1	2.4048	3.8317	5.13562	6.38016

对聚酰亚胺薄膜反射镜来说,各参数为:半径 $a=150\text{mm}$,拉伸力 $p=0.3915 \text{ N/m}$,密度 $\rho=1434\text{kg/m}^3$,重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$ 。由表 1 中 $J_n(x_m)=0$ 的零点可以算出此圆薄膜的各阶频率 $\omega = \sqrt{\frac{x_m^2 pg}{a^2 \rho}}$,则薄膜反射镜的理论计算频率如下

$$x_0=2.4048256, \omega=9.3018$$

$$x_1=3.8317060, \omega=14.821$$

$$x_2=5.1356223, \omega=19.865$$

$$x_3=6.3801619, \omega=24.678$$

2 圆薄膜有限元模态分析

在 ANSYS 有限元分析软件中建立 300mm 的聚酰亚胺薄膜几何模型和有限元模型,选取薄膜单元 shell41,单元数为 4544,结点数为 2353,如图 2、图 3。

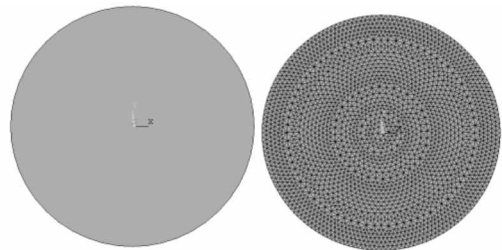


图 2 300mm 圆薄膜几何模型和有限元模型

Fig.2 Geometry model and its finite element mode of the 300mm circular membrane

利用 ANSYS 有限元法计算得到的薄膜反射镜的前四阶频率为 9.306Hz, 14.83Hz, 19.89Hz, 21.38Hz, 与理论模型的结果基本一致,误差主要来源于理论模型没有考虑预应力的存在,而有限元计算的时候,为了保证计算的收敛,施加了一个很小的预应力。

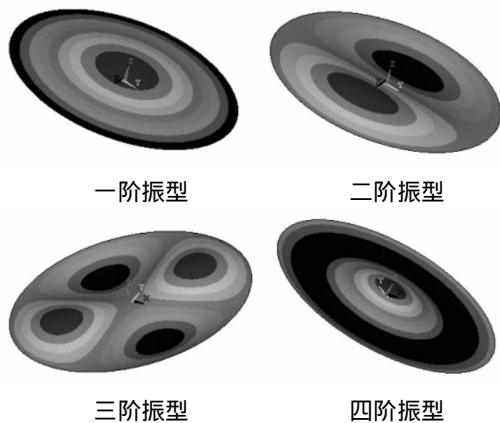


图3 300mm 薄膜反射镜的前四阶振型

Fig.3 The four orders vibration modes of the 300mm circular membrane

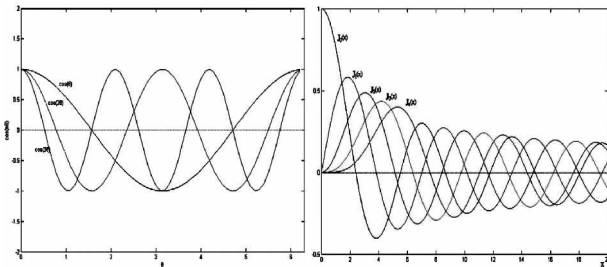
图4 余弦函数在 2π 内的变化Fig.4 Change of cosine function in $0-2\pi$

图5 贝塞尔函数

Fig.5 Bessel function

贝塞尔函数的零点存在以下极限：

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (x_{n+1} - x_n) = \pi \quad (9)$$

即贝塞尔函数几乎是以 2π 为周期的函数。余弦函数 $\cos(nx)$ 的周期为 2π ，薄膜在周边固定情况下的各阶振形在 360° 度内由余弦函数和贝塞尔函数决定。由图4和图5可知，在 360° 度内，薄膜反射镜的一阶振型为以薄膜中心对称上下振动，二阶振型为左右振动幅度相反的振动，三阶振型为以薄膜中心对称的两个凸起、两个凹陷同时存在的振动。以下振型根据一个周期内余弦函数的凸起和凹陷依此类推。这与有限元计算的薄膜反射镜模态分析结果一致，其中有限元计算得到的第四阶振型和频率与

理论计算不一致，原因是贝塞尔函数存在 $n+1/2$ 项和这些半数项的零点，在理论计算的时候只是计算了整数贝塞尔函数，没有考虑半数。

在一般的光学系统设计中，为避免有效载荷受卫星平台的影响，要求其固有频率是载体平台的3-5倍，光学系统装载的卫星平台前四阶固有频率均小于30Hz，卫星太阳翻板收拢状态发射时一阶频率为60Hz。而薄膜反射镜的固有频率很小，一阶固有频率为9.3Hz左右，这就要求对用薄膜反射镜做主镜的光学系统的装载平台进行特殊设计，以避免共振。此外在利用外载荷变化来控制反射镜面形时，载荷的施加、变化频率等也应该尽量避免低频。

3 结论

通过对300mm口径的聚酰亚胺薄膜反射镜的模态计算和有限元分析，得知薄膜反射镜的固有频率很低，一阶固有频率为9.3Hz左右，这要求在薄膜反射镜应用时的装载平台设计与一般光学系统装载平台不同。薄膜的各阶振型的分析表明，如果共振发生，会严重影响反射镜的面形。这为大口径空间薄膜反射镜夹持结构的设计和控制提供了理论基础。

参考文献

- [1] David Bushnell. Control of surface configuration by application of concentrated loads[J]. AIAA Journal, 1979, 17(6): 71-80.
- [2] 张鹏, 金光, 石广丰, 等. 空间薄膜反射镜的研究发展现状[J]. 中国光学与应用光学. 2009, 2(2): 91-101.
- [3] 石广丰, 金光, 刘春雨, 等. 薄膜反射镜成形控制[J]. 光学精密工程. 2009, 17(4): 732-737.
- [4] 高平, 唐敏学. 柔性膜基反射镜成形理论研究[J]. 苏州大学学报: 自然科学版. 2008, 24(4): 69-74.
- [5] Eric John Ruggiero. Modeling and control of spider satellite components[M]. Blacksburg, Virginia, 2005: 91-96.
- [6] 井町勇. 机械振动学[M]. 北京: 科学出版社, 1979: 129-131.