

## 自适应 Kalman 滤波在 SINS 初始对准中的应用

苏宛新<sup>1</sup>, 黄春梅<sup>2</sup>, 刘培伟<sup>2</sup>, 马明龙<sup>2</sup>

(1. 中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033;

2. 长春工业大学 计算机科学与工程学院, 长春 130012)

**摘要:** 为了提高捷联惯导系统的对准精度和收敛速度, 提出了一种基于 Sage-Husa 自适应滤波算法的初始对准方法。针对方位小失准角的情况, 推导出精对准误差模型和自适应 Kalman 滤波方程。常规 Kalman 滤波算法, 在噪声统计特性已知的情况下, 使用比较方便; 多数情况下, 噪声统计特性是处于未知状态, 从而引入自适应 Kalman 滤波算法。它利用观测到的数据自动进行噪声统计特性的在线估计和修正, 使系统达到最佳的滤波效果。通过仿真验证, 该自适应滤波算法有效地提高了收敛速度和对准精度。

**关键词:** 卡尔曼滤波; 捷联惯导系统; 初始对准; 精对准; 自适应滤波

**中图分类号:** U666.1

**文献标志码:** A

## Application of adaptive Kalman filter technique in initial alignment of inertial navigation system

SU Wan-xin<sup>1</sup>, HUANG Chun-mei<sup>2</sup>, LIU Pei-wei<sup>2</sup>, MA Ming-long<sup>2</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2. School of Computer Science & Engineering, Changchun University of Technology, Changchun 130012, China)

**Abstract:** To improve the alignment precision and convergence speed of strap-down inertial navigation system, an initial alignment method based on Sage-Husa adaptive filter is proposed. The exactitude alignment error model and the adaptive Kalman filter equation are derived for the case of small misalignment azimuth angle. When the noise statistical characteristics are known, the Kalman filter is suitable; while in the active system, most noise statistical characteristics are unknown, so we introduce an adaptive filter. It use the information of observations on-line estimation and correct the noise statistical characteristics, makes the system has a higher filtering effect. Through simulation verifiable, the adaptive Kalman filter algorithm, improve the convergence speed and alignment accuracy effectively.

**Key words:** Kalman filter; SINS; initial alignment; exactitude alignment; adaptive filter

惯性导航系统依据系统中有无物理平台可分为平台式惯导系统和捷联式惯导系统。对于平台式惯导系统来说, 初始对准就是要将平台坐标系向导航坐标系对准; 对于捷联惯导系统来说, 初始对准就是确定初始时刻的姿态矩阵。惯导系统的初始对准按对准的阶段分可分为粗对准和精对准, 对准精度和对准的时间是惯导系统进行初始对准时的两项重要技术指标。初始对准精度影响惯导系统的性能, 初始对准时间标志着快速反应能力, 因此要求初始对准精度高、对准时间短, 即精而快。为了达到这一要求, 陀螺和加速度计必须具有高的精度和稳定性, 系统的鲁棒性要好, 对外界的干扰不敏感。初始对准是惯导系统最重要的关键技术之一, 近年来成为国内外学者研究的热点<sup>[1]</sup>。

本文主要研究的是捷联式惯导系统。在粗对准阶段, 可利用重力矢量  $\mathbf{G}$  和地球自转角速率  $\omega_{ie}$  的测量值, 直接估算载体坐标系到地理坐标系的变换阵。在精对准阶段, 通过处理来自外部传感器的信息, 精确估计参考坐标系与真实坐标系之间的小失准角, 从而建立起准确的初始变换矩阵。

**收稿日期:** 2009-08-18; **修回日期:** 2009-12-28

**作者简介:** 苏宛新 (1962—), 男, 研究员, 硕士生导师, 研究方向为嵌入式控制和信息融合技术。E-mail: ccswx@163.com

目前实现惯导系统精对准的一种有效的方法是采用 Kalman 滤波技术。但是众所周知, 在采用常规 Kalman 滤波技术时, 需要知道被研究对象数学模型和噪声统计的先验知识。如果系统数学模型和噪声的统计特性未知, 应用常规 Kalman 滤波时效果可能会不理想, 甚至造成滤波发散。

本文主要研究在噪声统计特性未知或近似已知的情况下, 采用 Sage-Husa 自适应滤波算法进行捷联惯导系统的初始对准研究。仿真结果表明, 该算法的滤波效果相对常规 Kalman 滤波算法有很大改进。

## 1 SINS 系统的粗对准

作为一种航迹推算系统, 惯性导航系统对初始解算条件有较高要求, 初始对准误差会直接影响导航的精度。对于捷联式惯性导航系统, 初始对准的目的就是要确定捷联矩阵  $C_b^n$ 。解析粗对准就是利用加速度计和陀螺仪对重力加速度和地球自转角速度的测量值估算  $C_b^n$ , 为精对准提供初始条件, 因此选择算法简单、精度更高的粗对准方法有其实际意义<sup>[3]</sup>。

## 2 SINS 系统的精对准

### 2.1 精对准的误差模型

假设粗对准结束后获得失准角为小角度, 采用 Kalman 滤波技术进行初始对准的状态方程是以惯导系统的误差方程为基础的。考虑到对准过程时间较短, 将加速度计误差模型近似为常值零偏加白噪声, 陀螺误差模型近似为常值漂移加白噪声, 将加速度计常值零偏和陀螺常值漂移扩充为系统状态, 并忽略了位置误差和垂直速度误差。修正 Bar-Itzhack 和 Berrnant 的误差惯导模型<sup>[4]</sup>, 得到如下 SINS 误差模型。

捷联系统初始对准状态方程为:

$$\dot{X} = AX + BW = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ 0_{5 \times 5} & 0_{5 \times 5} \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} A_2 \\ 0_{5 \times 5} \end{bmatrix} W \quad (1)$$

以捷联系统速度误差作为观测量, 观测方程为:

$$Z = HX + V \quad (2)$$

式中, 系统状态为:  $X = [\delta v_E \quad \delta v_N \quad \phi_E \quad \phi_N \quad \phi_U \quad \nabla_x \quad \nabla_y \quad \varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z]^T$ ;

系统噪声为:  $W = [w_{ax} \quad w_{ay} \quad w_{gx} \quad w_{gy} \quad w_{gz}]^T$ , 其中  $x$ 、 $y$ 、 $z$  对应东北天坐标系 (ENU);

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2\omega_{ie} \sin L & 0 & -g & 0 \\ -2\omega_{ie} \sin L & 0 & g & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{R} & 0 & \omega_{ie} \sin L & -\omega_{ie} \cos L \\ \frac{1}{R} & 0 & -\omega_{ie} \sin L & 0 & 0 \\ \frac{\tan L}{R} & 0 & \omega_{ie} \cos L & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ 0 & 0 & C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ 0 & 0 & C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix},$$

$A_2$  矩阵中  $\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}$  为姿态矩阵;  $Z = [\delta v_E \quad \delta v_N]^T$ ,  $H = \begin{bmatrix} I_{2 \times 2} \\ 0_{2 \times 8} \end{bmatrix}^T$ ,  $V$  为量测噪声, 并假设为白噪声。其中,  $v_E$ 、 $v_N$  分别为东向和北向速度误差,  $\phi_E$ 、 $\phi_N$  为两个水平失准角,  $\phi_U$  为方位失准角,  $\nabla$  为加速度计误差,  $\varepsilon$  为陀螺误差。

在捷联惯导系统的初始对准过程中, 系统的姿态矩阵  $C_b^n$  是变化的, 因此系数矩阵  $A$  严格来讲是一个时变的矩阵。但是由于是静基座对准, 而且对准时间短, 捷联矩阵  $C_b^n$  的对角元素均近似为 1, 其他元素近似为 0。

初始对准过程中的外部观测量取为水平速度误差, 所以系统的观测方程为:

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{X} + \mathbf{V} = \mathbf{H}\mathbf{X} + \mathbf{V} \quad (3)$$

由于式(1)(2)描述的是连续系统的模型, 因此需对其进行离散化处理, 这样才能应用计算机来进行仿真。

## 2.2 Sage-Husa 自适应 Kalman 滤波算法

自适应 Kalman 滤波算法可根据测量值及滤波值在线估计系统的过程噪声和量测噪声, 实时跟踪噪声的变化, 修正滤波器参数, 以提高滤波效果。自适应 Kalman 滤波的类型比较繁琐, 本文采用的是一种简化的 Sage-Husa 算法<sup>[5]</sup>, 简要对该算法介绍如下。

设系统的离散化状态方程和观测方程为:

$$\mathbf{X}_k = \Phi_{k,k-1} \mathbf{X}_{k-1} + \Gamma_{k-1} \mathbf{W}_{k-1}, \quad \mathbf{Z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{X}_k + \mathbf{V}_k \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{X}_k$  为  $k$  时刻的  $n$  维状态矢量,  $\mathbf{Z}_k$  为  $k$  时刻的  $m$  维观测矢量,  $\Phi_{k,k-1}$  为  $k-1$  到  $k$  时刻的一步转移矩阵 ( $n \times n$  阶),  $\mathbf{W}_{k-1}$  为  $k-1$  时刻的系统噪声 ( $r$  维),  $\Gamma_{k-1}$  为系统噪声矩阵 ( $n \times r$  维),  $\mathbf{H}_k$  为  $k$  时刻的观测矩阵 ( $m \times n$  阶),  $\mathbf{V}_k$  为  $k$  时刻的  $m$  维观测噪声;  $E\{\mathbf{W}_k \mathbf{W}_j^T\} = \mathbf{Q}_k \delta_{kj}$ ,  $E\{\mathbf{V}_k \mathbf{V}_j^T\} = \mathbf{R}_k \delta_{kj}$ , 其中,  $\mathbf{Q}_k$  为系统噪声方差矩阵,  $\mathbf{R}_k$  为观测噪声方差矩阵,  $\delta_{kj}$  是 Kronecker  $\delta$  函数, 即:  $\delta_{kj} = \begin{cases} 0 & (k \neq j) \\ 1 & (k = j) \end{cases}$ 。

上述系统的自适应 Kalman 滤波公式表达式<sup>[6-7]</sup>如下:

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{X}}_{k+1} &= \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k} + \mathbf{K}_{k+1} \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}, & \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k} &= \Phi_{k+1,k} \hat{\mathbf{X}}_k, \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} &= \mathbf{Z}_{k+1} - \mathbf{H}_{k+1} \hat{\mathbf{X}}_{k+1/k}, & \mathbf{K}_{k+1} &= \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{H}_{k+1}^T [\mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{H}_{k+1}^T + \hat{\mathbf{R}}_k]^{-1}, \\ \mathbf{P}_{k+1/k} &= \Phi_{k+1,k} \mathbf{P}_k \Phi_{k+1,k}^T + \Gamma_k \hat{\mathbf{Q}}_k \Gamma_k^T, & \mathbf{P}_{k+1} &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}] \mathbf{P}_{k+1/k}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{\mathbf{Q}}_{k+1} &= (1-d_k) \hat{\mathbf{Q}}_k + d_k \{ \mathbf{G}_k [\mathbf{K}_{k+1} \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}^T \mathbf{K}_{k+1}^T + \mathbf{P}_{k+1} - \Phi_{k+1,k} \mathbf{P}_k \Phi_{k+1,k}^T] \mathbf{G}_k^T \}, \\ \hat{\mathbf{R}}_{k+1} &= (1-d_k) \hat{\mathbf{R}}_k + d_k [\boldsymbol{\varepsilon}_{k+1} \boldsymbol{\varepsilon}_{k+1}^T - \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1/k} \mathbf{H}_{k+1}^T], \\ d_k &= (1-b)/(1-b^{k+1}) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

式中,  $\boldsymbol{\varepsilon}_k$  为新息序列,  $b$  为遗忘因子 ( $0 < b < 1$ ), 通常取  $0.95 \sim 0.99$ 。采用遗忘因子可以限制滤波器的记忆长度, 增强新近观测数据对现时估计的作用, 使得新近数据在估计中发挥主要作用, 而使陈旧数据逐渐遗忘。

初始条件为:  $\hat{\mathbf{X}}_{0/0} = \hat{\mathbf{X}}_0$ ,  $\mathbf{P}_{0/0} = \mathbf{P}_0$ ,  $\hat{\mathbf{Q}}_0 = \mathbf{Q}_0$ ,  $\hat{\mathbf{R}}_0 = \mathbf{R}_0$ 。

式(5)(6)构成了自适应 Kalman 滤波器, 其中式(6)构成噪声统计估值器。交替运用上述公式, 便可计算出状态和噪声统计特性的估计。

## 2.3 精对准的计算机仿真

仿真初始条件如下: 状态变量  $\mathbf{X}$  的初始值  $\mathbf{X}_0$  均取为零;  $\mathbf{P}_0$ 、 $\mathbf{Q}$  和  $\mathbf{R}$  均取为中等精度陀螺仪和加速度的对应值; 初始失准角  $\phi_E$ 、 $\phi_N$ 、 $\phi_U$  均取  $1^\circ$ ; 陀螺常值漂移均取为  $0.01 (^\circ)/h$ , 随机漂移为  $0.005 (^\circ)/h$ ; 加速度计为  $1 \times 10^{-4} g$ ; 速度误差为  $0.1 \text{ m/s}$ , 惯导系统所处位置的纬度  $L=45^\circ$ 。则:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_0 &= \text{diag}\{0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0\}, \\ \mathbf{P}_0 &= \text{diag}\{(0.1 \text{ m/s})^2, (0.1 \text{ m/s})^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (1^\circ)^2, (1 \times 10^{-4} g)^2, (1 \times 10^{-4} g)^2, (0.01^\circ/h)^2, (0.01^\circ/h)^2, (0.01^\circ/h)^2\}, \\ \mathbf{Q} &= \text{diag}\{(1 \times 10^{-4} g)^2, (1 \times 10^{-4} g)^2, (0.005^\circ/h)^2, (0.005^\circ/h)^2, (0.005^\circ/h)^2, 0, 0, 0, 0, 0\}, \\ \mathbf{R} &= \text{diag}\{(0.1 \text{ m/s})^2, (0.1 \text{ m/s})^2\}. \end{aligned}$$

为验证这种算法是否有效, 分别应用常规 Kalman 滤波算法和 Sage-Hula 自适应 Kalman 滤波算法在上述初始条件下进行计算机仿真, 仿真结果比较如图 1~3 所示。

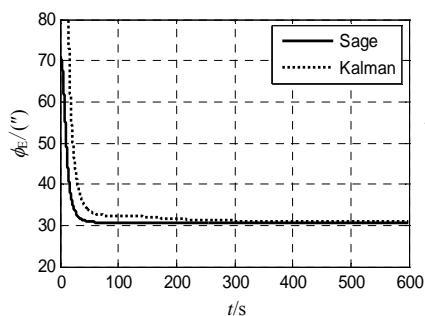


图1  $\phi_E$  失准角误差  
Fig.1 Misalignment angles  $\phi_E$

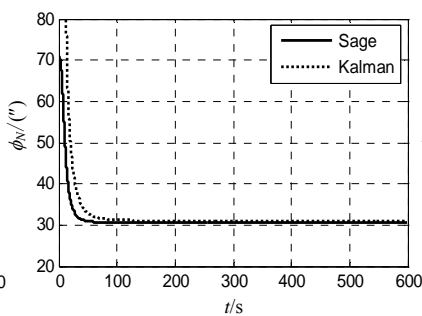


图2  $\phi_N$  失准角误差  
Fig.2 Misalignment angles  $\phi_N$

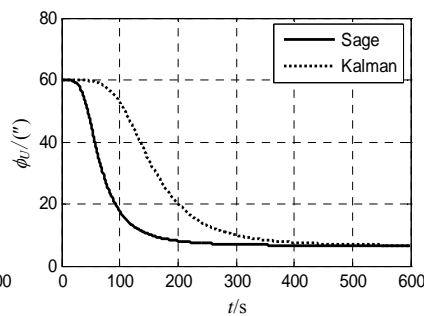


图3  $\phi_U$  失准角误差  
Fig.3 Misalignment angles  $\phi_U$

仿真表明, 就精度而言, 采用常规 Kalman 滤波算法, 三个失准角  $\phi_E$ 、 $\phi_N$ 、 $\phi_U$  的收敛精度分别为  $32.91''$ 、 $33.09'$  和  $6.83'$ 。而自适应 Sage Kalman 算法, 三个失准角的收敛精度分别为  $30.66''$ 、 $30.68''$  和  $6.66'$ , Sage 比常规 Kalman 在精度上有所提高。

在对准速度上, 采用常规 Kalman 滤波算法, 三个失准角  $\phi_E$ 、 $\phi_N$ 、 $\phi_U$  的收敛时间分别为 180 s、130 s 和 7.5 min, 而在采用自适应 Sage Kalman 算法时, 在三个失准角中, 两个水平失准角  $\phi_E$ 、 $\phi_N$  的估计效果最好, 收敛速度很快, 收敛时间大约为 80 s;  $\phi_U$  的收敛速度比两水平失准角慢, 大约 6 min, 比常规 Kalman 提高了 2 min, 详见表 1。

仿真结果表明: Sage-Husa 自适应 Kalman 滤波算法能够比较快地进入滤波稳定状态, 无论是收敛精度还是收敛速度都明显优于常规 Kalman 滤波算法。这是因为, 常规 Kalman 滤波算法需要事先得到系统噪声的统计特性, 但是在实际条件下无法得到其精确的噪声统计特性, 也无法对其进行在线估计; 而自适应 Kalman 滤波算法解决了该问题, 能对系统的噪声统计特性进行在线估计, 也就可以得到更为准确的状态估计, 具有更高的导航修正精度。

### 3 小结

本文研究了自适应 Kalman 滤波技术在惯导系统静基座初始对准中的应用。在噪声统计特性未知情况下, 采用常规 Kalman 和 Sage-Husa 自适应滤波算法, 结合捷联惯导初始对准, 进行了计算机仿真。仿真结果证实: 自适应 Kalman 滤波的估计精度高于常规 Kalman 滤波, 并缩短了初始对准时间。

### 参考文献 (References):

- [1] 程向红, 郑梅. 捷联惯导系统初始对准中 Kalman 参数优化方法[J]. 中国惯性技术学报, 2006, 14(4): 12-17.  
CHENG Xiang-hong, ZHENG Mei. Optimization on Kalman filter parameters of SINS during initial alignment[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2006, 14(4): 12-17.
- [2] Shin E-H. Estimation techniques for low-cost inertial navigation[D]. University of Calgary, 2005.
- [3] Hide C, Moore T, Smith M. Adaptive Kalman filtering algorithms for integrating GPS and low cost INS[C]// 2004 Position Location and Navigation Symposium. Monterey, California, USA, 2004: 227-233.
- [4] 丁明理, 王祁, 殷翔. 基于自适应卡尔曼滤波的 NGMIMU/GPS 组合导航设计[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2006, 38(1): 67-70.  
DING Ming-li, WANG Qi, YIN Xu. Design of NGMIMU/GPS integrated navigation system based on self-adaptive Kalman-filtering[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2006, 38(1): 67-70.
- [5] Hartana P. Comparison of linearized and extended Kalman filter in GPS-aided inertial navigation system[D]. Ottawa, Canada: Carleton University, 2000.
- [6] Julier S J, Uhlmann J K. Unscented filtering and nonlinear estimation[J]. Proc. of the IEEE Aerospace and Electronic Systems, 2004, 92(3): 401-422.
- [7] 胡宏灿, 郭立, 朱俊株. 卡尔曼滤波器在导航系统初始对准中的应用[J]. 微电子学与计算机, 2006, 23(2): 163-165.  
HU Hong-can, GUO Li, ZHU Jun-zhu. The application of Kalman filter in initial alignment method of platform inertial navigation system[J]. Microelectronics & Computer, 2006, 23(2): 163-165.

表1 Sage-husa 与常规 Kalman 精对准仿真结果对比

Tab.1 Comparison of simulation results between Sage-Husa refined initial alignment and conventional Kalman

失准角		常规 Kalman	Sage-husa
$\phi_e$	收敛值/( $''$ )	32.91	30.66
	收敛时间/s	180	80
$\phi_n$	收敛值/( $''$ )	33.09	30.68
	收敛时间/s	130	82
$\phi_u$	收敛值/( $'$ )	6.83	6.66
	收敛时间/min	7.5	6