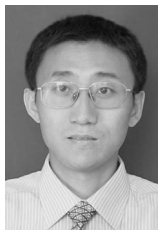


# 基于倾斜补偿提高多位置捷联寻北精度的研究

王志乾<sup>1,2</sup>, 赵继印<sup>1</sup>, 谢慕君<sup>3</sup>, 高峰端<sup>4</sup>

(1. 吉林大学通信工程学院, 长春 130025; 2. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033;  
3. 长春工业大学电子与电气工程学院, 长春 130012; 4. 中国船舶重工集团公司第七一六研究所, 连云港 222006)



**摘要:** 在多位置捷联寻北系统中, 转台调平误差引起的陀螺敏感轴倾斜会给寻北结果带来较大的系统误差。根据动力调谐陀螺的性能特点, 在多位置捷联寻北原理的基础上, 分析了地理坐标系和平台坐标系之间的关系, 通过坐标系旋转变换, 推导出转台倾斜时多位置捷联寻北的数学模型, 提出了采用加速度计进行倾斜误差补偿的方法。仿真结果表明, 在转台调平误差小于2'时, 通过倾斜数学模型的补偿, 倾斜带来的寻北系统误差小于10"。该方法能够有效提高寻北系统的测量精度。

**关键词:** 捷联寻北; 倾斜补偿; 坐标变换; 仿真

**中图分类号:** V241.5+9

**文献标识码:** A

**文章编号:** 1004-731X (2009) 02-0518-03

## Study on Improving Precision of Multi-position Strap-down North-seeking Based on Slope Compensation Scheme

WANG Zhi-qian<sup>1,2</sup>, ZHAO Ji-yin<sup>1</sup>, XIE Mu-jun<sup>3</sup>, GAO Feng-duan<sup>4</sup>

(1. College of Communication Engineering, Jilin University, Changchun 130025, China; 2. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, CAS, Changchun 130033, China; 3. College of Electronic & Electrical Engineering, Changchun University of Technology, Changchun 130012, China; 4. The No.716 Research Institute of CSIC, Lianyungang 222006, China)

**Abstract:** In the multi-position strap-down north-seeking system, systematic error of north-seeking will be bigger when the dynamical tune gyroscope sensitive axle tilts caused by turntable leveling error. According to dry tuned gyroscope's performance characteristic, the relations between the geography coordinate system and the platform coordinate system were analyzed based on the principle of multi-position strap-down north-seeking. Then the mathematical model of multi-position strap-down in the inclines condition was made a deduction by the coordinate system rotation transformation. And the method was proposed to carry on the heeling error compensation by the accelerometer. The simulation result indicates that, when the turnplate leveling error is less than 2', the north-seeking system error of turntable tilt is less than 10" through the compensation of incline mathematical model. The method can efficiently enhance the north-seeking systematic measuring accuracy.

**Key words:** strap-down; slope compensation; coordinate transformation; simulation

### 引言

近代发展起来的北向测量仪器中的陀螺寻北是一种惯性仪表,它具有惯性仪表的一般优点,即采用惯性工作原理,工作时不依赖外界信息,不向外辐射能量,在工作中不容易受到外界通信的人为干扰,环境适应性好,在高低温的环境下表现了优越的性能,是一种自主式的方位指示系统。在军民许多领域得到了广泛的应用<sup>[1]</sup>。多位置捷联寻北系统就是一种利用多位置技术发展起来的陀螺寻北装置。

多位置捷联寻北是利用动调陀螺在转台一周的多个位置敏感地球自转角速率,根据在多个位置陀螺的输出值,准确解算出地理真北方向与陀螺轴向的交角,从而实现高精度寻北<sup>[2]</sup>。

多位置捷联寻北系统的原理公式是在水平状态下分析得到的,在寻北时需要先进行精密调平后才能进行测量。经过多次实验发现,在实验室里还能够基本保证调平状态,而

在外场较恶劣的环境条件下,多位置捷联寻北系统极易受外界条件的影响,如地基不稳、振动、低温、太阳辐射等,系统平台会因为结构变形引起台面倾斜<sup>[3,4]</sup>,导致陀螺敏感轴倾斜,引入较大的系统误差,从而影响系统的测量精度。本论文在多位置捷联寻北原理的基础上,建立了转台倾斜时的寻北数据模型,探讨了转台倾斜对寻北精度影响,并推导出小倾斜角度下的补偿模型。

### 1 多位置捷联寻北原理

将动调陀螺垂直安装在转台上,其敏感轴与台面平行,感应地球自转角速度。控制转台从起始位置起,逆时针旋转、停顿、旋转、停顿、……,一周内转台间隔停顿  $n$  个转角位置,在每个转角位置停顿静止时采集陀螺的输出信号以及转台位置信号,测量原理如图1所示。

在一周内,转台  $n$  个转角位置  $\theta_i = 2\pi \times (i-1)/n$ ,  $i=1,2,\dots,n$  上,陀螺输出的数学模型为:

$$y_i = R + a \cos \theta_i + b \sin \theta_i + w_i \quad (1)$$

公式(1)中:  $y_i$  为陀螺输出(已转换为角速度);  $R$  为陀螺常值漂移;  $a = \omega_N \cos \psi$ ;  $b = \omega_N \sin \psi$ ;  $\omega_N$  为地球自转角速率的北向分量,  $\omega_N = \omega_e \cos \phi$ ,  $\phi$  为纬度,  $\omega_e$  为地球自转速率;  $w_i$  为陀螺测量噪声。

收稿日期: 2008-06-05 修回日期: 2008-07-09

基金项目: 中国科学院知识创新工程领域前沿项目资助。

作者简介: 王志乾(1969-),男,吉林省吉林市人,博士生,副研究员,研究方向为光电测量与信号处理; 通讯作者: 赵继印(1961-),男,吉林省九台人,教授,博导,研究方向为信号检测和数字图像处理; 谢慕君(1969-),女,吉林省磐石县人,博士,教授,博导,研究方向为光电平台自动控制; 高峰端(1979-),男,河南省南阳人,博士,高级工程师,研究方向为光电测量与数据处理。

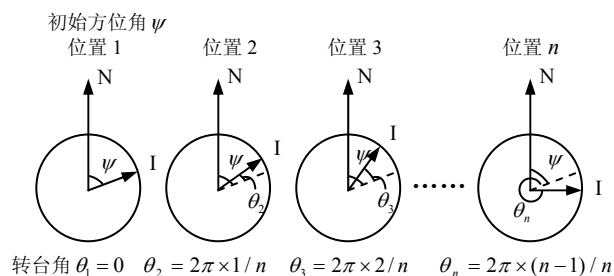


图1 系统工作原理示意图

通过交流放大器滤掉  $R$ 、 $w_i$  常量,则公式(1)可简化为:

$$y_i = \omega_N \cos(\theta_i - \psi) \quad (2)$$

公式(2)的数学模型如图 2 所示,根据动调陀螺的工作特性,当陀螺轴向与地理真北方向重合时,陀螺输出最大,此时的相位即为真北方向。

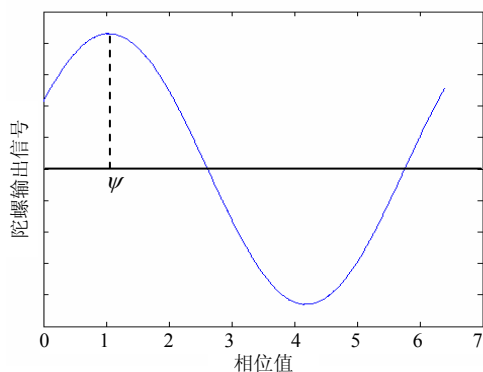


图2 多位置捷联寻北原理曲线

根据一周内离散化采样点数计算出数字角频率大小,再用三参数正弦拟合算法进行曲线拟合。设理想的正弦信号为:  $y(t) = \omega_N(2\pi ft + \psi) + R$ , 此时问题关键是寻找  $\hat{R}, \hat{a}, \hat{b}$  使(3)式残差平方和取最小。

$$\varepsilon = \sum_{i=1}^n [y_i - \hat{a} \cos \theta_i - \hat{b} \sin \theta_i - \hat{R}]^2 \quad (3)$$

$\hat{R}, \hat{a}, \hat{b}$  即为  $R, a, b$  的最小二乘拟合估计值,代入解北运算公式就能计算出方位角  $\psi$ 。

把采集的样本序列、待估计的参数及陀螺随机漂移量分别用列向量形式表示,设:  $Y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$ ,  $X = [\hat{R}, \hat{a}, \hat{b}]^T$ ,  $W = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ 。

同时构造  $n \times 3$  阶矩阵:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \\ 1 & \cos \theta_2 & \sin \theta_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos \theta_n & \sin \theta_n \end{bmatrix}$$

则公式(1)的陀螺输出模型可用矩阵表示为:

$$Y = AX + W \quad (4)$$

公式(3)可用矩阵可表示为:

$$\varepsilon = (Y - AX)^T(Y - AX) \quad (5)$$

公式(5)是一种闭合的线性过程,因而它是绝对收敛的,当公式(5)中的  $\varepsilon$  取得最小值时解得  $X$  的最小二乘估计:

$$\hat{X} = (A^T A)^{-1} A^T Y \quad (6)$$

当  $\{w_i\}$  为零均值白噪声时,则  $\hat{R}, \hat{a}, \hat{b}$  均为无偏估计<sup>[5]</sup>。

在求得  $\hat{a}$  和  $\hat{b}$  之后,即可得到方位角  $\psi$  的估计值:

$$\hat{\psi} = \arctan \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \quad (7)$$

上述公式是在理想的调平状态下得到的寻北结果,下面进一步讨论在倾斜状态下的寻北模型。

## 2 倾斜状态下的寻北模型

在理想调平情况下,平台坐标和地平坐标重合,但在实际应用过程中调平系统总是存在一定的误差,除了安转误差的存在,在测量过程中,由于风吹、振动、温度变化等的影响,转台也会产生倾斜变化,从而导致测量过程中陀螺敏感轴倾斜,给寻北测量结果带来误差。

取东北天坐标系  $OENZ$  为地理坐标系,如图3所示,当基座存在倾斜误差时,地球角速率的分量在动调陀螺的投影可以通过两次坐标转换算出<sup>[6]</sup>。

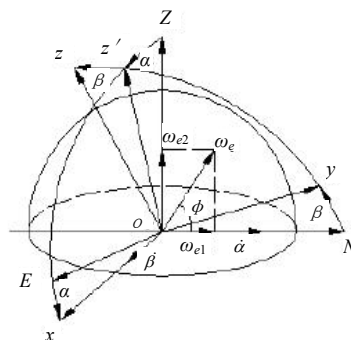


图3 地理坐标系和平台坐标系

此时地球角速率在平台坐标系中的投影为:

$$\begin{aligned} \mathbf{B} &= \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & \sin \beta \\ 0 & -\sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \omega_e \cos \phi \\ \omega_e \sin \phi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \omega_e \sin \alpha \sin \beta \cos \phi - \omega_e \sin \alpha \cos \beta \sin \phi \\ \omega_e \cos \beta \cos \phi + \omega_e \sin \beta \sin \phi \\ -\omega_e \cos \alpha \sin \beta \cos \phi + \omega_e \cos \alpha \cos \beta \sin \phi \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \omega_e \sin \alpha \sin(\beta - \phi) \\ \omega_e \cos(\beta - \phi) \\ \omega_e \cos \alpha \sin(\phi - \beta) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

公式(8)中,  $\alpha$  为平台与地理坐标系东西轴向的倾角,  $\beta$  为平台与地理坐标系南北轴向的倾角。从公式(8)可以看出平台坐标系中的东向和北向均有地球角速率的分量,因此陀螺敏感地球角速率分量的测量结果为东向和北向的向量之和,则有<sup>[7]</sup>:

$$y_i = \cos(\theta_i - \psi)(B_1 \sin \psi + B_2 \cos \psi) \cos \phi \quad (9)$$

式中,  $\psi$  为初始方位和真北方向的夹角,  $\theta_i$  为不同位置和

初始方位的夹角。

将公式(8)中  $B_1 = \omega_e \sin \alpha \sin(\beta - \phi)$ 、 $B_2 = \omega_e \cos(\beta - \phi)$  代入到公式(9)中, 进行三角函数变换, 化简得到在倾斜状态下的陀螺输出模型:

$$y_i = \omega_e \cos \phi \cos(\theta_i - \psi) \times (\sin \alpha \sin(\beta - \phi) \sin \psi + \cos(\beta - \phi) \cos \psi) \quad (10)$$

通过公式(10)可知东西轴向倾角  $\alpha$  和南北轴向倾角  $\beta$  都会对寻北测量产生一定的影响, 必须对倾角进行补偿。

### 3 倾斜补偿方法

在倾斜补偿时, 一般情况下通过传感器测量计算出转台倾斜的姿态角, 即转台的倾斜角度和倾斜方位, 而在陀螺输出数学模型公式(10)中需要的是转台倾斜面与地理坐标系坐标轴之间的夹角。因此需要将转台姿态角通过空间几何变换转化为转台坐标系与地理坐标系轴的夹角, 如图 4 所示。

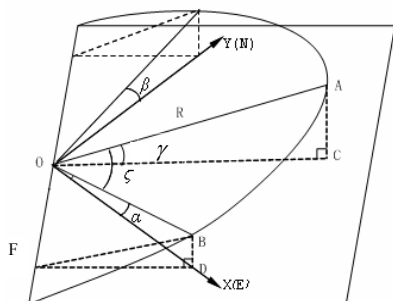


图4 转台姿态角空间坐标转换图

图 4 中,  $\zeta$  为转台自身的倾斜方位,  $\gamma$  为转台自身的倾斜角度,  $\alpha$  为转台东西轴向的倾角,  $\beta$  为转台南北轴向的倾角。根据图 4 中的空间几何关系, 得到:

$$\sin \alpha = \frac{BD}{BO} = \frac{BD}{BF} \times \frac{BF}{BO} = -\cos \zeta \times \sin \gamma \quad (11)$$

同理得:

$$\sin \beta = -\sin \zeta \times \sin \gamma \quad (12)$$

则平台东向轴的倾角  $\alpha$  和北向轴的倾角  $\beta$  可分别表示为:

$$\alpha = -\arcsin(\cos \zeta \times \sin \gamma) \quad (13)$$

$$\beta = -\arcsin(\sin \zeta \times \sin \gamma) \quad (14)$$

通过在转台上放置一只加速度计, 来感测地球的重力加速度  $g$  以检测出转台的倾斜方位  $\zeta$  和倾斜角度  $\gamma$ , 进行倾斜补偿<sup>[8]</sup>。加速度计信号输出经转台调制为:

$$a = a_0 + g \sin \gamma \cos(\theta_i - \zeta) + \sigma \quad (15)$$

即:

$$a = a_0 + c \cos \theta_i + d \sin \theta_i + \sigma \quad (16)$$

式中,  $a_0$  为加速度计的零偏,  $\sigma$  为加速度计的输出噪声,  $c = g \cos \zeta \sin \gamma$ ,  $d = g \sin \zeta \sin \gamma$ 。

根据公式(16), 通过最小二乘参数估计估算出  $\hat{c}$ 、 $\hat{d}$ , 即可得到倾斜方位角和倾斜角度的估计值:

$$\hat{\zeta} = \arcsin \frac{-\hat{d}}{\hat{c}} \quad (17)$$

$$\hat{\gamma} = \arcsin \frac{\sqrt{\hat{c}^2 + \hat{d}^2}}{g} \quad (18)$$

进一步得到平台东向轴的倾角和北向轴的倾角的估计值:

$$\hat{\alpha} = -\arcsin(\cos \hat{\zeta} \times \sin \hat{\gamma}) \quad (19)$$

$$\hat{\beta} = -\arcsin(\sin \hat{\zeta} \times \sin \hat{\gamma}) \quad (20)$$

由于台面倾斜, 地球自转角速率的垂直分量  $\omega_H$  将在台面上产生投影  $\omega_H \sin \gamma$ , 它在陀螺输入轴及其正交分量分别为  $-\omega_H \cos \zeta \sin \gamma$  和  $-\omega_H \sin \zeta \sin \gamma$ , 即为  $-\omega_H \sin \alpha$  和  $-\omega_H \sin \beta$ , 其中  $\omega_H = \omega_e \sin \phi$ 。

最终得到倾斜补偿后的北向方位角估计值为:

$$\hat{\psi} = \arctan \frac{\hat{b} - \omega_H \sin \hat{\beta}}{\hat{a} - \omega_H \sin \hat{\alpha}} \quad (21)$$

### 4 倾斜补偿仿真结果分析

根据数学模型对倾斜状态下寻北情况进行理论仿真验证。以北纬  $40^\circ$  作为仿真地理位置,  $\omega_e = 7.2722052 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ ,  $\omega_H = 4.6744834 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ ,  $\omega_N = 5.570832 \times 10^{-5} \text{ rad/s}$ 。在倾斜方位为  $30^\circ$ , 即与北向夹角为  $60^\circ$ , 当倾斜角度从  $10''$  变化到  $120''$  时对  $60^\circ$  的北向相位进行了寻北相位理论参数估计。

按照公式(10)取倾斜状态下不同位置下的陀螺测量理论值, 然后按照直接拟合寻北数学模型估计公式(7)和倾斜补偿寻北数学模型公式(21)分别进行了正弦相位参数估计比较。  $120''$  以内调平补偿前后寻北估计计算结果如表 1 所示。

表1 调平补偿前后理论仿真比较

倾斜 度数	北向相位 理论值	直接估计		调平补偿估计	
		计算值	误差	计算值	误差
10"	60°0'0"	60°0'7"	7"	60°0'0"	0"
20"	60°0'0"	60°0'14"	14"	60°0'1"	1"
30"	60°0'0"	60°0'21"	21"	60°0'2"	2"
40"	60°0'0"	60°0'29"	29"	60°0'3"	3"
50"	60°0'0"	60°0'36"	36"	60°0'4"	4"
60"	60°0'0"	60°0'43"	43"	60°0'5"	5"
70"	60°0'0"	60°0'50"	50"	60°0'5"	5"
80"	60°0'0"	60°0'58"	58"	60°0'6"	6"
90"	60°0'0"	60°1'5"	1'5"	60°0'7"	7"
100"	60°0'0"	60°1'12"	1'12"	60°0'8"	8"
110"	60°0'0"	60°1'19"	1'19"	60°0'9"	9"
120"	60°0'0"	60°1'27"	1'27"	60°0'10"	10"

10'以内对  $60^\circ$  的北向相位进行了寻北相位理论参数估计的补偿仿真结果如表 2 所示。

由表中可以看出, 随着倾斜角度的增加, 补偿效果相对较差。这主要是由于调平误差公式是在认为倾斜角为微小量的情况下推导出来的校正补偿公式, 对于高精度的寻北系统来说, 还需要尽可能减小调平误差以保证补偿的有效性。从理论分析来看, 调平误差在  $120''$  内经过倾斜补偿之后都可以得到较为理想的寻北精度。

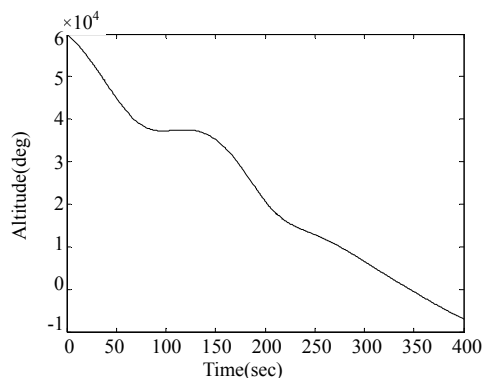


图 6 高度曲线

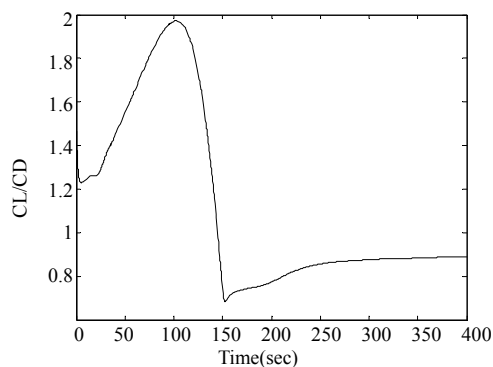


图 7 升阻比曲线

## 6 结论

本文以某一升力体高超声速飞行器为对象, 建立了再入段的高超声速飞行器的数学模型, 并分析了模型的不确定性来源。在模型的基础上研究了高超声速飞行器再入段控制系统的设计方法, 利用 MATLAB/SIMULINK 建立了可重复使用飞行器再入段的仿真模型。对建立的高超声速飞行器的模型来说, 再入段应采用气动舵面和反作用力控制系统进行复合控制。从仿真结果上来看, 控制系统以及控制分配策略能使对象的输出精确跟踪制导指令, 有着较大的升阻比, 控制着飞行器在再入段从 60 公里处 8 马赫无动力减速到达着陆点。

### 参考文献:

- [1] Axel J Roenneke, Klaus H Well. Nonlinear Flight Control for a High-lift Reentry Vehicle [C]// AIAA-95-3370-CP. USA: AIAA, 1995.
- [2] Jewon Lee. Modeling and Controller Design for Hypersonic Vehicles [D]. USA: University of Kansas, 2006.

- [3] 赵汉元. 飞行器再入动力学和制导[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 1997.
- [4] Bandu N Pamadi, Gregory J Brauckmann. Aerodynamic Characteristics and Development of the Aerodynamic Database of the X-34 Reusable Launch Vehicle [R]. USA: NASA, 2001
- [5] John D Shaugnessy, S Zane Pinckney, John D McMinn, Christopher I Cruz, Marie-Louise Kelley. Hypersonic Vehicle Simulation Model: Winged-cone Configuration [R]. USA: NASA, 1990
- [6] Shahriar Keshmiri, Maj D Mirmirani. Six-DOF Modeling and Simulation of a Generic Hypersonic Vehicle for Conceptual Design Studies [C]// AIAA Modeling and Simulation Technologies Conference, AIAA-2004-4805. USA: AIAA, 2004.
- [7] Baris Fidan, Maj Mirmirani, Petros A Ioannou. Flight Dynamics and Control of Air-breathing Hypersonic Vehicles: Review and New Directions [C]// 12th AIAA International Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies AIAA-003-7081. USA: AIAA, 2003.
- [8] M Heller, G Sachs. Flight Dynamics and Robust Control of a Hypersonic Test Vehicle with Ramjet Propulsion [C]// AIAA-98-1521. USA: AIAA, 1998.

(上接第 520 页)

表2 10'以内的调平补偿仿真比较

倾斜 度数	北向相位 理论值	直接估计		调平补偿估计	
		计算值	误差	计算值	误差
1'	60°0'0"	60°0'43"	43"	60°0'5"	5"
2'	60°0'0"	60°1'27"	1'27"	60°0'10"	10"
3'	60°0'0"	60°2'10"	2'10"	60°0'15"	15"
4'	60°0'0"	60°2'54"	2'54"	60°0'20"	20"
5'	60°0'0"	60°3'38"	3'38"	60°0'25"	25"
6'	60°0'0"	60°4'21"	4'21"	60°0'30"	30"
7'	60°0'0"	60°5'5"	5'5"	60°0'35"	35"
8'	60°0'0"	60°5'49"	5'49"	60°0'40"	40"
9'	60°0'0"	60°6'32"	6'32"	60°0'45"	45"
10'	60°0'0"	60°7'16"	7'16"	60°0'50"	50"

## 5 结论

根据多位置捷联寻北系统的结构, 在转台上通过加一个加速度计感测不同位置时的重力加速度在垂直台面方向上的加速度值, 对采集数据进行最小二乘处理得到转台的倾斜角度和倾斜方位, 并可以计算出当地的纬度值, 通过补偿公

式就可以对寻北结果进行补偿校正。仿真结果表明该补偿模型有效改善了倾斜状态下的系统误差, 在2'以内的倾斜状态下可以保证由此带来的测量误差在10"以内。

### 参考文献:

- [1] 邵婷婷, 马建仓, 胡士峰, 王超. 电子罗盘的倾斜及罗差补偿算法研究[J]. 传感技术学报. 2007, 20(6): 1335-1337.
- [2] 卜继军, 魏贵玲, 李勇建, 吕志清. 陀螺寻北仪二位置寻北方案[J]. 中国惯性技术学报. 2002, 10(3): 46-49.
- [3] 李珊, 范大鹏, 张智永, 董强. 三轴磁罗盘的高精度误差补偿算法研究[J]. 传感器世界. 2005, 11(9): 19-22.
- [4] 左哲, 李东海, 戴亚平, 宋跃进. 陀螺稳定平台状态补偿控制[J]. 航空学报. 2008, 29(11): 143-148.
- [5] 梁志国, 张大治, 孙璟宇, 李新良. 四参数正弦波曲线拟合的快速算法[J]. 计测技术. 2006, 26(1): 4-7, 47.
- [6] 麦毅强. 基于 DSP 的快速寻北仪[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学工学. 2005: 13-14.
- [7] 张志军. 基于光纤陀螺的寻北定向技术研究[D]. 长春: 中国科学院研究生院. 2005: 53-55.
- [8] 赵岩. 高精度快速非陀螺寻北系统速度稳定性研究[D]. 长春: 中国科学院研究生院. 2005: 19-21.