

文章编号: 1003-501X(2009)01-0078-04

应用光栅自成像的编码器莫尔条纹信号提取

王宇志^{1,2}, 艾 华¹, 韩旭东¹

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033;

2. 中国科学院研究生院, 北京 100039)

摘要: 为解决高密度圆光栅的工程应用难题, 应用光栅自成像原理, 用较大的光栅副间隙获得了高质量的莫尔条纹信号。文中用傅里叶光学理论分析了单色平面波照明下的双光栅菲涅耳衍射场, 建立了双光栅菲涅耳衍射场光强分布的数学模型, 并用 MATLAB 软件对光栅菲涅耳衍射像光强分布和莫尔条纹信号进行了数值仿真, 分析了各种参数对莫尔条纹信号的影响, 最后通过信号提取实验对理论分析进行了验证。

关键词: 光栅自成像; 莫尔条纹; 菲涅耳衍射; 光电编码器

中图分类号: TP212.14, TN253

文献标志码: A

Extraction of Moiré Fringe Signal for Photoelectric Encoder Based on Grating Self-imaging

WANG Yu-zhi^{1,2}, AI Hua¹, HAN Xu-dong¹

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of sciences, Changchun 130033, China;

2. Graduate School of Chinese Academy of sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: High quality moiré fringe signal with a large gap between gratings can be obtained by employing grating Fresnel self-imaging for the construction of photoelectric rotary encoder, and the high contrast of moiré fringe remain unchanged, which permits the construction of optical encoder with fine gratings. A theoretical analysis of the Fresnel field observed behind one or two binary amplitude gratings, which was illuminated by a monochromatic plane wave, was presented based on the principle of Fourier optics. A mathematical model of the intensity distribution of Fresnel images and moiré fringe was developed. The theoretical formula was programmed in the MATLAB for convenient graphic calculation results, which analyzed the impact of some parameters such as the gap between gratings on moiré fringe signal. The theoretical analysis is corroborated by experiment.

Key words: grating self-imaging; Moiré fringe; Fresnel diffraction; photoelectric encoder

0 引 言

光电轴角编码器是一种集光、机、电为一体的数字化测角装置, 它具有精度高, 测量范围广, 体积小等优点。光电轴角编码器的基本原理是莫尔条纹原理, 光源照明由主光栅和指示光栅组成的光栅副, 指示光栅位置固定, 主光栅与主轴相连并可随主轴同步转动, 主光栅转动时会在光栅副的后面形成莫尔条纹, 通过光电元件接收莫尔条纹就可将位移信号转换为电信号, 再通过计数、细分等电子学处理即可输出数字角位移信息。提高光栅刻线密度是提高编码器原始分辨率的主要途径, 但是当光栅节距小于 20 μm 时, 衍射现象变得显著, 衍射引起的高次谐波会降低莫尔条纹信号的正弦性, 并且采用传统光栅投影信号提取方式要求光栅副的间隙很小, 一般仅为几十微米, 过小的光栅副间隙和信号失真严重影响编码器的精度和可

收稿日期: 2008-06-16; 收到修改稿日期: 2008-08-26

基金项目: 国家 863 高技术研究发展计划资助项目(2006AA703407C)

作者简介: 王宇志(1983-), 男(汉族), 辽宁铁岭人。硕士研究生, 主要研究工作是光电位移传感技术。E-mail: yzwang1983@163.com。

靠性。

1836年, Talbot发现了一个有趣的现象, 用平面波垂直照明一个周期性物体如光栅, 在光栅后某些特定的距离上会重复出现光栅的像, 这种自成像效应就称为Talbot效应, 它实际是一种菲涅耳衍射成像, 也称为菲涅耳自成像。在各种应用莫尔条纹的计量检测方法中, 应用菲涅耳自成像是一种很重要的方法。在光电轴角编码器中利用光栅菲涅耳自成像形成莫尔条纹, 可以在增大光栅副间隙的同时获得高质量的莫尔条纹信号, 有效提高编码器的精度与可靠性。

本文用傅里叶光学理论建立了双光栅菲涅耳衍射场光强分布的数学模型, 通过MATLAB软件进行数值仿真, 分析了光源角宽度和光栅副间隙等参数对莫尔条纹信号的影响, 为应用菲涅耳自成像的光电编码器读数头参数优化选择提供参考。

1 双光栅菲涅耳衍射的傅里叶光学分析

如图 1 所示, 单位振幅平面波垂直入射到振幅型衍射光栅 G_1 表面时, 光栅出射面的光场就是其复振幅透过率函数:

$$T_1(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp\{j2\pi nx/d\} \quad (1)$$

其中: $C_n = \alpha \text{sinc}(an)$ 为第 n 级傅里叶系数, $\alpha = a/d$ 为光栅透光缝宽度 a 与光栅周期 d 的比值。

根据傅里叶光学原理, 某孔径平面上的光场分布可以看成是沿不同方向传播的单色平面波分量的线性叠加, 因此, 透过光栅的平面波列方程可表示为^[1]

$$T(x, y, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} U_n \exp\{j2\pi(x \cos \alpha_n + y \cos \beta_n + z \cos \gamma_n)/\lambda\} \quad (2)$$

其中: $\cos \alpha_n, \cos \beta_n, \cos \gamma_n$ 分别代表第 n 级平面波对 x, y, z 坐标轴的方向余弦, U_n 表示相应级次的振幅, 考虑 $z=0$ 这个平面, 即光栅 G_1 的出射面, 对比(1)、(2)两式可得:

$$U_n = C_n, \quad \cos \alpha_n = n\lambda/d, \quad \cos \beta_n = 0$$

在直角坐标系中, 由条件 $\cos^2 \alpha_n + \cos^2 \beta_n + \cos^2 \gamma_n = 1$ 可得: $\cos \gamma_n = [1 - (n\lambda/d)^2]^{1/2}$ 。

因此, 由菲涅耳近似可以将光栅后距离为 z 的平面上的复振幅分布表示为

$$T_1(x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp\{j2\pi nx/d\} \exp\{j2\pi z/\lambda\} \exp\{-j\pi n^2 z\lambda/d^2\} \quad (3)$$

由复振幅分布可以得到光栅 G_1 后距离为 z 的菲涅耳焦平面上的光强分布为

$$I_F(x, z) = T_1^*(x, z) T_1(x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_n C_m \exp\{j2\pi(n-m)x/d\} \exp\{j\pi(m^2 - n^2)z\lambda/d^2\} \quad (4)$$

光栅 G_2 的周期也为 d , 并与光栅 G_1 的栅线错开一定角度 θ 平行放置, 在同一直角坐标系中光栅 G_2 的复振幅透过率函数可表示为

$$T_2(x) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m \exp\{j2\pi m(x \cos \theta + y \sin \theta)/d\} \quad (5)$$

两光栅的间距为 z , 则光栅 G_2 出射面光场的复振幅分布可以表示为

$$T_M(x, y, z) = T_1(x - \Delta x, z) T_2(x, y) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_n C_m \exp\{j2\pi x(n + m \cos \theta)/d\} \exp\{j2\pi m y \sin \theta/d\} \times \exp\{-j2\pi n \Delta x/d\} \exp\{j2\pi z/\lambda\} \exp\{-j2\pi n^2 z\lambda/d^2\} \quad (6)$$

其中 Δx 代表两光栅的相对位移, 由复振幅分布可将莫尔条纹光强分布表示为

$$I_M(x, y, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_n C_m C_k C_l \times \exp\{j2\pi[n - k + (m - l) \cos \theta]x/d\} \exp\{j2\pi(m - l)y \sin \theta/d\} \times \exp\{j2\pi(k - n)\Delta x/d\} \exp\{j\pi z\lambda(k^2 - n^2)/d^2\} \quad (7)$$

菲涅耳像的对比度主要受光源的空间相干性影响, 这主要取决于光源的角宽度 b/f (其中: b 为光源在

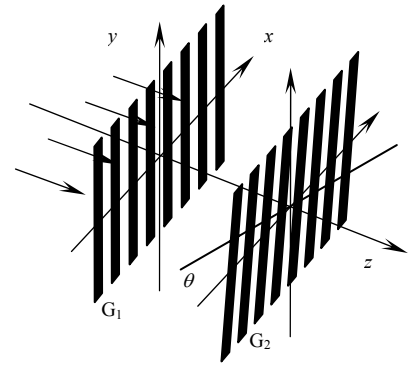


图 1 双光栅衍射系统

Fig.1 Two-grating diffraction system

光栅法线方向的宽度, f 为准直透镜的焦距), 考虑到光源角宽度与光谱宽度对像面光强分布的影响可以在前面式(4)和式(7)中引入两项^[2]:

$$\text{sinc}\left[\frac{bz}{fd}(n-m)\right]\text{sinc}\left[\frac{z\Delta\lambda}{2d^2}(m^2-n^2)\right]$$

最后得到光栅 G_1 后距离为 z 的非涅耳像面光强分布表达式为

$$I_F(x, z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_n C_m \cos\{2\pi(n-m)x/d\} \cos\{\pi(m^2-n^2)z\lambda_0/d^2\} \times \text{sinc}\left[\frac{bz}{fd}(n-m)\right]\text{sinc}\left[\frac{z\Delta\lambda}{2d^2}(m^2-n^2)\right] \quad (8)$$

假设光栅 G_2 出射面上放置边长为 w 的正方形接收器, 其中心在坐标原点, 对接收器表面光强积分后得到探测器表面接收到的莫尔条纹光强信号表达式为

$$I_M(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_n C_m C_k C_l \times \cos\{2\pi(k-n)\Delta x/d\} \cos\{\pi z\lambda(k^2-n^2)/d^2\} \times \text{sinc}\{w[n-k+(m-l)\cos\theta]/d\} \text{sinc}\{w(m-l)\sin\theta/d\} \times \text{sinc}\left[\frac{bz}{fd}(n-k)\right]\text{sinc}\left[\frac{z\Delta\lambda}{2d^2}(k^2-n^2)\right] \quad (9)$$

2 数值分析与实验结果

首先, 应用式(8)对单光栅后菲涅耳衍射像面光强分布进行数值分析, 计算所取的谐波级数为 5 级, 光栅周期 $15 \mu\text{m}$, 光源峰值波长为 880 nm , 此时光栅的第一菲涅耳像面距离为

$$z_0 = d^2/\lambda \approx 0.25 \text{ (mm)}$$

图 2 所示分别为光源角宽度取 0.01 rad 和 0.02 rad 时光栅 G_1 后距离分别为 0 、 $0.5z_0$ 、 z_0 、 $2z_0$ 的非涅耳衍射像的光强分布曲线。光栅栅线垂直于 x 坐标轴, 坐标原点为光栅透光缝中心。图中实线为光栅后表面上的光强分布, 此时刻线处光强几乎为零, 当距离为 $0.5z_0$ 时, 整个像面的亮度比较均匀, 当距离为 z_0 和 $2z_0$ 时, 可以得到光栅的像, 只是距离为 z_0 时的像移动了半个光栅周期。对比可知, 光源角宽度增大时, 菲涅耳像的对比度下降, 光栅像变得模糊。图 3 所示为光源角宽度取 0.02 rad 时, 光栅后距离为 $0 \sim 2z_0$ 范围内的菲涅耳衍射场光强分布三维图, 可以看出, 随距离的增加对比度下降较快。

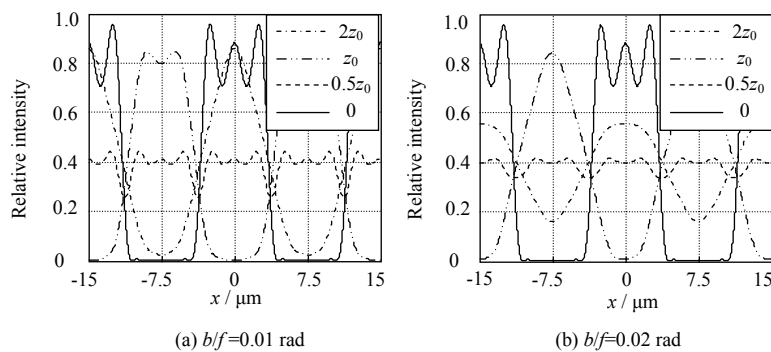


图 2 光栅菲涅耳衍射像强度分布

Fig.2 Intensity distribution of grating Fresnel image

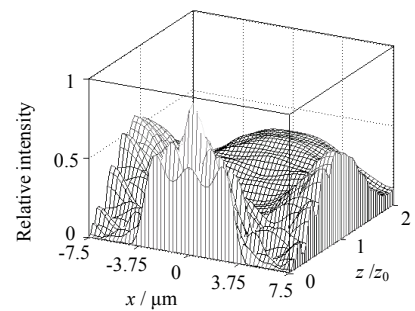


图 3 光栅菲涅耳衍射场三维图

Fig.3 A 3-D view of the Fresnel diffraction

在莫尔条纹信号提取实验中, 采用相同周期的圆光栅和指示光栅组成光栅副。圆光栅刻划中径为 137 mm , 刻划面中心处周期为 $15 \mu\text{m}$, 指示光栅窗口高度为 2 mm , 在窗口范围内可视为长光栅副处理。照明光源采用峰值波长为 880 nm 的红外发光二极管, 半峰值光谱宽度 80 nm , 发光点尺寸为 0.25 mm , 经焦距为 12 mm 的非球面透镜准直, 角宽度为 0.02 rad 。

实验测得光电信号对比度随光栅副间隙变化曲线如图 4 中实线所示, 信号对比度由百分数表示, 定义为 $(U_{\max}-U_{\min})/(U_{\max}+U_{\min})$, U_{\max} 和 U_{\min} 分别为光电信号最大电压和最小电压值, 图中虚线为理论计算值。图

5 中实线 1 所示为光栅副间隙在 z_0 附近 0.2~0.26 mm 时的对比度曲线。为保证较大的间隙和最佳的信号质量, 光栅副间隙应该取在 z_0 附近, 可以看出, 获得最佳信号对比度的位置在 0.23 mm 处, 此时, 光栅副间隙的微小变化对信号的对比度影响不大, 信号稳定。实验测得的对比度曲线与理论曲线存在一定偏差, 这主要是实验中接收器表面和光栅表面有一定的距离, 光源与接收器的光谱范围不匹配, 接收器存在暗电流以及为简化理论公式所采用的近似等原因造成的。

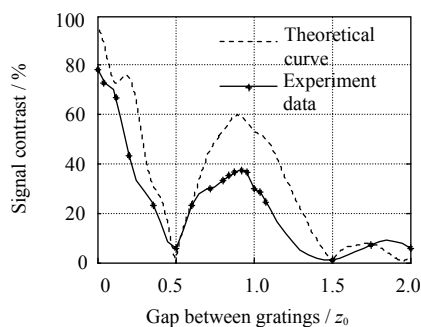


图 4 实验与理论对比度曲线

Fig.4 Experimental and theoretical contrast curve

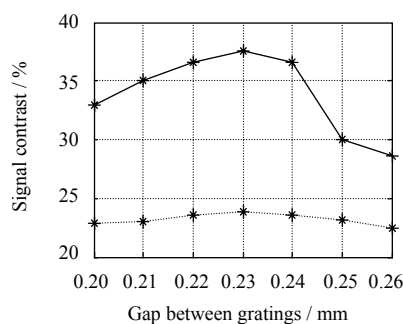


图 5 信号对比度曲线

Fig.5 Contrast of the moiré signal

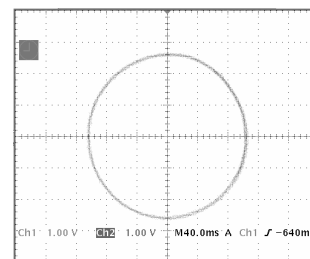


图 6 光电信号李沙育图

Fig.6 Lishayu graph of the moiré signal

作为对比, 图 5 中虚线所示为采用角宽度为 0.03 rad 的光源所测得的对比度曲线, 可以看出, 光源角宽度的增加使莫尔条纹信号对比度显著降低, 而对比度随间隙的变化比较平缓, 对比可知在应用光栅自成像原理的编码器光栅系统中, 光源角宽度是影响信号对比度的主要因素。图 6 所示为用角宽度为 0.02 rad 的光源在光栅副间隙为 0.23 mm 时, 由两路相位相差 90° 的信号得到的数字示波器合成李沙育图, 信号的正弦性良好, 幅值稳定, 满足实际应用要求。

3 结 论

本文由傅里叶光学理论建立了双光栅衍射系统的数学模型, 通过数值模拟分析了光源角宽度和光栅副间隙等参数对光栅菲涅耳像和莫尔条纹信号的影响, 为应用菲涅耳自成像的光电编码器读数头参数选择提供参考。实验中采用中径处周期为 15 μm 的圆光栅, 在较大光栅副间隙下获得了高质量的莫尔条纹信号, 满足实际应用要求。在采用高密度计量光栅的编码器中应用此方法提取莫尔条纹信号, 是提高系统精度与可靠性的有效解决途径。

参考文献:

- [1] 叶盛祥. 光电位移精密测量技术 [M]. 成都: 四川科学技术出版社, 2003.
YE Sheng-xiang. **Optoelectronic Precise Metrology of Displacement** [M]. Chengdu: Sichuan Science and Technology Press, 2003.
- [2] Wronkowski L. Diffraction model of an optoelectronic displacement measuring transducer [J]. **Opt. Laser. Technol.**, 1995, 27(2): 81-88.
- [3] Olszak A, Wronkowski L. Analysis of the Fresnel field of a double diffraction system in the case of two amplitude diffraction gratings under partially coherent illumination [J]. **SPIE**, 1997, 36(8): 2149-2157.
- [4] 熊文卓, 吴江洪, 孔智勇, 等. 细光栅自成像光电轴角编码器 [J]. 光电工程, 2004, 31(1): 46-48.
XIONG Wen-zhuo, WU Jiang-hong, KONG Zhi-yong, *et al.* Self-imaging photoelectric shaft encoder with fine grating [J]. **Opto-Electronic Engineering**, 2004, 31(1): 46-48.

- IEEE Aerospace Conference**. Houston: NASA, 2007: 1-7.
- [2] Andres Huertas, Cheng Yang, Madison R. Passive imaging Based Multi-cue Hazard Detection for Spacecraft Safe Landing[C]// **Proceedings of IEEE Aerospace Conference**. Big Sky, Montana: Pasadena, CA, 2006, **2**: 18-28.
- [3] Amidi O, Kanade T, Fujita K. A visual odometer for autonomous helicopter flight [J]. **Journal of Robotics and Autonomous Systems**(S0921-8890), 1999, **28**: 185-193.
- [4] Castano R, Judd M, Estlin T, *et al.* Current Results from a Rover Science Data Analysis System[C]// **Proceedings of IEEE Aerospace Conference**. Big Sky, Montana: Pasadena, CA, 2005, **2**: 356-365.
- [5] Castano R, Estlin T, Gaines D, *et al.* Onboard Autonomous Rover Science[C]//**Proceedings of IEEE Aerospace Conference**. Big Sky, Montana: Pasadena, CA, 2007, **2**: 1-13.
- [6] Song Y H. Automated Rock Segmentation for Mars Exploration Rover Imagery[C]//**39th Lunar and Planetary Science Conference, (Lunar and Planetary Science XXXIX)**. League City, Texas: [s.n.], 2008: 2043-2051.
- [7] Gulick V C, Morris R L, Ruzon M A, *et al.* Autonomous image analysis during the 1999 Marsrokhod rover field test [J]. **Geophysical Research**, 2001, **106**(E4): 7745-7764.
- [8] Matthies L, Huertas A, Cheng Yang, *et al.* Landing hazard detection with stereo vision and shadow analysis[C]// **AIAA Infotech at Aerospace Conference**. Rohnert Park, CA: [s.n.], 2007: 1244-1253.
- [9] Matthies L, Huertas A, Cheng Yang, *et al.* Stereo vision and shadow analysis for landing hazard detection[C]// **IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)**. Pasadena, CA: IEEE, 2008: 2735-2742.
- [10] David R Thompson, Trey Smith, David Wettergreen. Data Mining During Rover Traverse: From Images to Geologic Signatures[C]// **8th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space**, Haus der Bayerischen Wirtschaft München, Germany: [s.n.], 2005: 324-335.
- [11] Gor V, Castano R, Manduchi R, *et al.* Autonomous rock detection for Mars terrain[C]// **Space 2001.The Odyssey Continues Conference and Exposition**, August 13-17, 2001: 2011-2018.
- [12] Cheng Yang, Goguen Jay, Johnson Andrew, *et al.* The Mars Exploration Rovers Descent Image Motion Estimation System [J]. **IEEE Intelligent Systems**(S1541-1672), 2004, **19**(3): 13-21.
- [13] 夏良正. 数字图像处理 [M]. 南京: 东南大学出版社, 2000: 224-226.
XIA Zheng-liang. **Digital Image Processing** [M]. Nanjing: Southeast Press, 2000: 224-226.
- [14] BANDEIRA Lourenço, SARAIVA José, PINA Pedro. Impact Crater Recognition on Mars Based on a Probability Volume Created by Template Matching [J]. **IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing** (S0196-2892), 2007, **45**(12): 4008-4015.

~~~~~  
(上接第 81 页)

- [5] 孔智勇, 赵红颖, 熊文卓, 等. 采用衍射、干涉技术提高光电轴角编码器的测角精度和分辨率 [J]. **光学 精密工程**, 2001, **9**(3): 260-265.  
KONG Zhi-yong, ZHAO Hong-ying, XIONG Wen-zhuo, *et al.* Improving angle-measuring precision and resolution of photoelectric rotary encoders using diffraction interference technology[J]. **Optics and Precision Engineering**, 2001, **9**(3): 260-265.
- [6] 侯昌伦, 徐建峰, 白剑, 等. 采用 Talbot 效应莫尔条纹的子波面斜率测量研究 [J]. **光电工程**, 2007, **34**(11): 61-64.  
HOU Chang-lun, XU Jian-feng, BAI Jian, *et al.* Sub-wavefront slope measurement based on Talbot effect moiré fringe technology [J]. **Opto-Electronic Engineering**, 2007, **34**(11): 61-64.
- [7] 吕乃光. 傅里叶光学 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2002.  
Lü Nai-guang. **Fourier Optics** [M]. Beijing: China Machine Press, 2002.
- [8] Daniel Crespo, Jose Alonso, Tomas Morlanes, *et al.* Optical encoder based on the Lau effect[J]. **SPIE**, 2000, **39**(3): 817-824.