

同步辐射光束线六杆并联机构的逆运动学 精确求解及应用

李勇军^{1,2} 卢启鹏¹ 彭忠琦¹ 陈家华³

1 (中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 应用光学国家重点实验室 长春 130033)

2 (中国科学院研究生院 北京 100049)

3 (中国科学院上海应用物理所 上海 201800)

摘要 目前同步辐射光束线六杆并联机构应用广泛, 但六杆并联机构六维调节缺乏理论指导, 调节困难, 工作效率较低, 为提高收敛速度和调节精度, 本文分析了并联机构的特性, 从相关物理模型出发, 运用坐标变换法详细分析了六杆并联机构的逆运动学问题, 得到六杆长度的精确求解方程组。采用 MATLAB 软件对系统仿真计算, 得到相应的杆长变化曲线。实例应用结果表明, 该方法快速有效, 线性调节分辨可高于 $5\ \mu\text{m}$, 转角分辨可高于 $3''$, 完全满足实际要求, 为同步辐射光束线光学平台的精密调节提供了理论依据。

关键词 同步辐射, 光束线, 六杆并联机构, 逆运动学, 单色仪

中图分类号 O432.1, TH113.2

同步辐射是继电光源、X 光源、激光光源之后第四种对人类文明有革命性推动的新光源。光束线的主要作用是对同步辐射进行准直、聚焦、单色化等一系列处理, 通常由单色仪和前、后置镜组成, 而三者的核心部件即光学元件的稳定与调节均由精密调节平台完成, 而越来越多的同步辐射实验线站采用六杆并联机构^[1-5]。

并联机构是一类全新的调节运动结构, 与传统的串联机构相比, 它具有高刚度、高精度、高承载能力和结构简单紧凑等优点, 其应用几乎涉及现代尖端技术的各个领域^[6-8]。在并联机构的运动分析中, 给定所需的动平台位置和姿态(简称位姿), 求解支杆长度的过程为逆运动学; 反之, 为正运动学^[9]。通过对六杆并联机构逆运动学的精确求解, 可改变多年来沿用的光束线光学平台靠经验及采用千分表读数判断位置的现状, 有效减少调节的重复次数和随机误差, 减轻调节的工作量, 提高调节的收敛速度及调节精度, 有利于快速精确调节。

1 六杆并联机构逆运动学

六杆并联机构(图 1)^[10], 通常由六根可伸缩的驱动支杆(以下统称支杆)和球形铰链将定平台和动平台连接而成。定平台固定, 动平台位姿由六根

支杆的长度调节决定, 具有六个自由度。

在同步辐射光束线工程中, 为使系统操作更为简便, 采用如图 2 所示的六杆并联机构。其物理模型不同于图 1, 支杆为三根竖直支杆和三根水平支杆, 支杆长度以差动螺旋方式微动调节, 操作简单、节省空间, 上、下铰点位置都不在一个平面上。

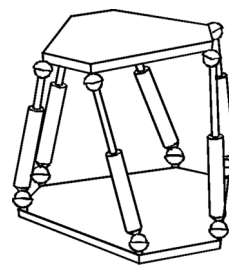


图 1 六杆并联机构原型图
Fig.1 Six-bar parallel mechanism

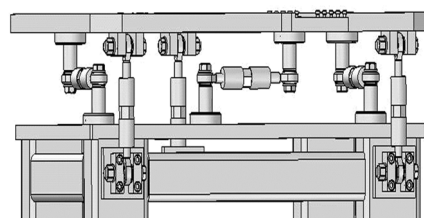


图 2 六杆并联机构物理模型
Fig.2 Physical model of six-bar parallel mechanism

国家重大科学工程项目上海光源工程(SS-06,O7093XQ070)资助

第一作者: 李勇军, 男, 1983 年出生, 2006 年毕业于中南大学, 现为中国科学院长春光学精密机械与物理研究所研究生

通讯作者: 卢启鹏

收稿日期: 2008-01-21, 修回日期: 2008-03-24

球形铰链具有随动特性, 调节一根支杆的长度时, 必然影响其余五根支杆的空间方位, 很难直观得到所需的动平台位姿。因此, 有必要对六杆并联机构的逆运动学问题进行研究, 为实际工作提供有效的指导。

1.1 建立坐标系

首先, 建立定平台坐标系 $O-xyz$ 。以支杆的最下端, 即三根竖直支杆的下铰点构成定平台平面, 坐标原点 O 设置在平台的形心处, 坐标轴 x, y, z 的方向符合右手螺旋法则, 如图 3 所示。则可知下铰点在 $O-xyz$ 中的坐标值, 用 $A_i = \{A_{ix}, A_{iy}, A_{iz}\}^T$ ($i=1, 2, \dots, 6$) 表示。

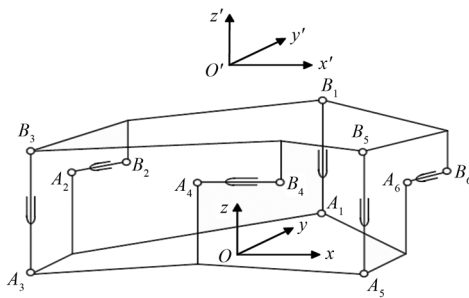


图 3 六杆并联机构运动简图

Fig.3 Kinematic diagram of six-bar parallel mechanism

其次, 建立动平台坐标系 $O'-x'y'z'$ 。在实际工作中, 同步辐射光束线的光学元件位于动平台上方某一位置, 因而需将动平台平面建立在三根竖直支杆的上铰点平面上方 h 处。假设动平台初始位置 $O'-x'y'z'$ 与 $O-xyz$ 的各个坐标轴相互平行(图 3), 各支杆上铰点在 $O'-x'y'z'$ 中的坐标值, 用 $B_i' = \{B_{ix}', B_{iy}', B_{iz'}\}^T$ ($i=1, 2, \dots, 6$) 表示。

1.2 逆运动学求解

设 α, β, γ 分别为动平台的 $x-y-z$ 欧拉角, X_P, Y_P, Z_P 为动平台原点 O' 在 $O-xyz$ 中的坐标值, 则支杆上铰点在 $O-xyz$ 中的坐标值为

$$B_i = R \cdot B_i' + P \quad (1)$$

其中, $P = \{X_P, Y_P, Z_P\}^T$, R 为 $O'-x'y'z'$ 到 $O-xyz$ 的方向余弦矩阵^[9]。

$$R = \text{rot}(z, \gamma) \cdot \text{rot}(y, \beta) \cdot \text{rot}(x, \alpha)$$

$$= \begin{bmatrix} c\gamma & -s\gamma & 0 \\ s\gamma & c\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} c\beta & 0 & s\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\beta & 0 & c\beta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\alpha & -s\alpha \\ 0 & s\alpha & c\alpha \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & s\alpha s\beta c\gamma - c\alpha s\gamma & c\alpha s\beta c\gamma + s\alpha s\gamma \\ c\beta s\gamma & s\alpha s\beta s\gamma + c\alpha c\gamma & c\alpha s\beta s\gamma - s\alpha c\gamma \\ -s\beta & s\alpha c\beta & c\alpha c\beta \end{bmatrix}$$

式中, c 代表 \cos , s 代表 \sin 。

这时, 六根支杆的杆长矢量 l_i 可以在定坐标系中表示为

$$l_i = B_i - A_i = (B_{ix} - A_{ix})x + (B_{iy} - A_{iy})y + (B_{iz} - A_{iz})z$$

$$= l_{ix}x + l_{iy}y + l_{iz}z \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (2)$$

从而得到机构的逆运动学计算方程组

$$l_i = \sqrt{l_{ix}^2 + l_{iy}^2 + l_{iz}^2} \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (3)$$

当给定所需的动平台位姿, 即已知 $(\alpha, \beta, \gamma, X_P, Y_P, Z_P)$ 时, 就可利用式(3)求得六根支杆的精确长度, 进而得到支杆的伸缩长度

$$\Delta l_i = l_i - l \quad (i=1, 2, \dots, 6) \quad (4)$$

式中, l 为支杆的中位长度, 即平台处于初始运动位置(中间位置)时对应上下铰点之间的距离。

2 应用实例

上海光源 (Shanghai Synchrotron Radiation Facility, SSRF) 是我国正在建造的第三代同步辐射光源, 变包含角平面光栅单色仪系统是 SSRF 首批建造的软 X 射线谱学显微光束线站的核心, 其中单色仪箱体采用六杆并联机构进行调节。表 1 为单色仪箱体姿态调节机构的调整范围和分辨率要求。

表 1 箱体姿态调节机构的技术要求
Table 1 Technical requirements of box's attitude adjustment

参量 Parameters	调整范围 Adjust range	分辨率 Resolution
X_P	± 5 mm	0.02 mm
Y_P	± 5 mm	0.01 mm
Z_P	± 5 mm	0.02 mm
α	$\pm 1.5^\circ$	5"
β	$\pm 1.0^\circ$	5"
γ	$\pm 1.0^\circ$	0.1°

参照图 3 的结构形式, 其中单色仪箱体姿态调节机构的铰点位置(mm)如图 4, 各支杆的中位长度 l 均为 211 mm, $h=29$ mm, 且

$$A_{iz} = \begin{cases} 0; & (i=1, 3, 5) \\ 157.5 \text{ mm}; & (i=2, 4, 6), \end{cases}$$

$$B_{iz'} = \begin{cases} -29 \text{ mm}; & (i=1, 3, 5) \\ -82.5 \text{ mm}; & (i=2, 4, 6) \end{cases}$$

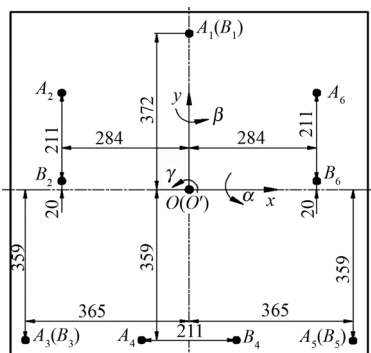


图4 箱体姿态调节机构的铰点分布图

Fig.4 Hinges' distribution map of box's attitude adjustment

根据表1箱体调节范围及精度要求:

(1) 取 $-1.5^\circ \leq \alpha \leq 1.5^\circ$, β , γ , X_P , Y_P , Z_P 均为0, 利用 MATLAB 仿真计算^[11], 得到 α 与六根支杆

的伸缩长度 Δl_i 的关系曲线(图 5a)。同理, 取 $-1^\circ \leq \beta \leq 1^\circ$, α , γ , X_P , Y_P , Z_P 均为0, 得到 β 与 Δl_i 的关系曲线(图 5b)。取 $-1^\circ \leq \gamma \leq 1^\circ$, α , β , X_P , Y_P , Z_P 均为0, 得到 γ 与 Δl_i 的关系曲线(图 5c)。

(2) 取 $-5 \text{ mm} \leq X_P \leq 5 \text{ mm}$, α , β , γ , Y_P , Z_P 均为0, 同样得到 X_P 与六根支杆的伸缩长度 Δl_i 的关系曲线。考虑到六条曲线的值域范围相差较大, 绘制双值坐标曲线如图 5d, 其中左坐标轴 Δl_i 对应曲线 $\Delta l_i = f(X_P)$, ($i=1, 2, 3, 5, 6$), 右坐标轴 Δl_4 对应曲线 $\Delta l_4 = f(X_P)$ 。同理, 取 $-5 \text{ mm} \leq Y_P \leq 5 \text{ mm}$, α , β , γ , X_P , Z_P 均为0, 得到 Y_P 与 Δl_i 的关系曲线(图 5e)。支杆处于中位长度 211 mm 时, Z_P 的初值为 240 mm, 故取 $235 \text{ mm} \leq Z_P \leq 245 \text{ mm}$, α , β , γ , X_P , Y_P 均为0, 得到 Z_P 与 Δl_i 的关系曲线(图 5f)。

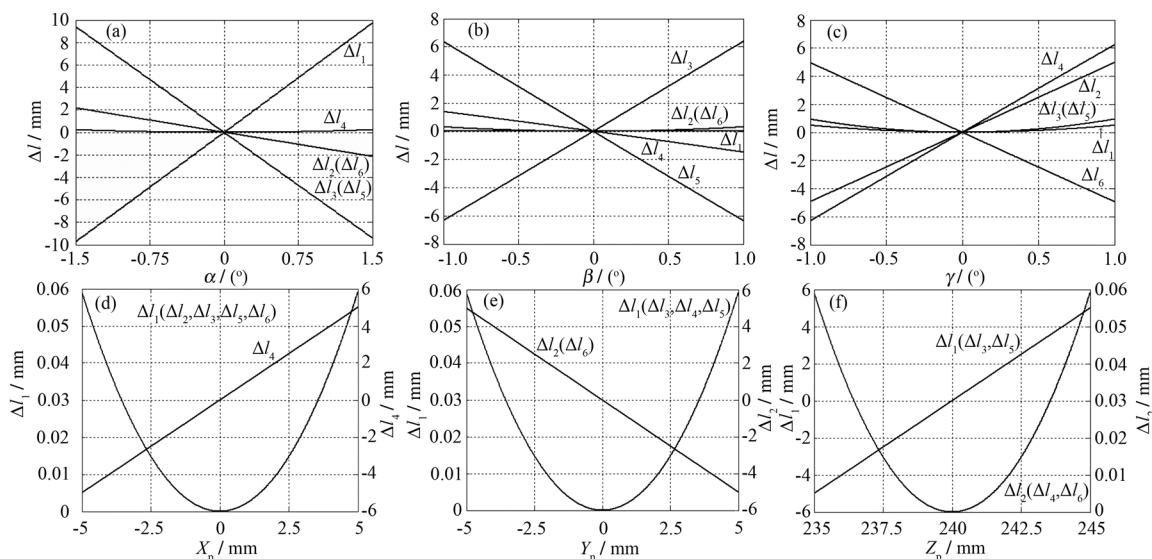


图5 箱体姿态参量与杆长的关系曲线

(a) α 与 Δl_i 的关系, (b) β 与 Δl_i 的关系, (c) γ 与 Δl_i 的关系, (d) X_P 与 Δl_i 的关系, (e) Y_P 与 Δl_i 的关系, (f) Z_P 与 Δl_i 的关系

Fig.5 Curves of box's attitude parameters vs. bars length

(a) α vs Δl_i , (b) β vs Δl_i , (c) γ vs Δl_i , (d) X_P vs Δl_i , (e) Y_P vs Δl_i , (f) Z_P vs Δl_i

由图 5a, 当 $\Delta \alpha = 5''$ 时, Δl_1 至 Δl_6 的值依次为 9、-2、-8.7、0.00019、-8.7、-2 μm , 可见三根竖直支杆的伸缩长度 Δl_1 、 Δl_3 、 Δl_5 是影响 α 的主要因素。采用差动螺旋微动调节方式, 杆长分辨率易达到 5 μm , 故取 $\Delta l_1 = 5 \mu\text{m}$, $\Delta l_3 = \Delta l_5 = -5 \mu\text{m}$, 其他取 0, 可得 $\alpha \approx 2.9'' < 5''$, 且其余参量所受影响很小, 满足 α 的分辨率要求。同理分析, 满足 β , γ 的分辨率要求。

由图 5e, 当 $\Delta Y_P = 0.01 \text{ mm}$ 时, $\Delta l_2 = \Delta l_6 = -10 \mu\text{m}$, 其他杆长变化约 0.00024 μm , 可见 Δl_2 、 Δl_6 是影响 Y_P 的主要因素。同样取 $\Delta l_2 = \Delta l_6 = -5 \mu\text{m}$, 其他取 0, 可得 $Y_P \approx 0.005 \text{ mm} < 0.01 \text{ mm}$, 且其他参量所受影响很小, 满足 Y_P 的分辨率要求。同理分析, 满足 X_P , Z_P 的分辨率要求。

因此, 该方法的计算结果准确, 采用差动螺旋的微动调节方式可达到表 1 的工程分辨率要求, 完全满足单色仪箱体姿态的技术要求。而且, 当动平台(箱体)处于任意位姿, 即 $(\alpha, \beta, \gamma, X_P, Y_P, Z_P)$ 在范围内任意取值时, 代入方程组(4), 同样求得六根支杆长度变化的精确值。

3 结论

本文针对同步辐射光束线单色仪中应用的六杆并联调节机构, 从相关物理模型出发, 运用坐标变换法对六杆并联机构的逆运动学问题进行了详细分析研究, 得到六杆长度的精确求解方程组, 解决了同步辐射光束线光学平台姿态调整时出现的技术困

难,从而有效地减少调节的重复次数和随机误差,减轻调节的工作量,有利于光束线光学平台的快速精确调节。这种方法数据处理简单,计算结果准确,对实际工作有重要的指导意义。MATLAB 仿真结果表明,运用六杆并联机构的逆运动学精确求解方法,采用差动螺旋的微动调节方式,就能使光学平台的线性调节分辨高于 $5\text{ }\mu\text{m}$,转角分辨高于 $3''$,完全满足实际工作的要求。在此基础上与控制系统相结合,可实现平台位姿的全自动调节。

参考文献

- 1 卢启鹏,唐玉国,薛松,等.核技术,2003, **26**(9): 649–653
LU Qipeng, TANG Yuguo, XUE Song, *et al.* Nucl Tech, 2003, **26**(9): 649–653
- 2 薛松,邵景鸿,卢启鹏.核技术,2005, **28**(10): 738–741
XUE Song, SHAO Jinghong, LU Qipeng. Nucl Tech, 2005, **28**(10): 738–741
- 3 Koch E E, Eastman D E, Farge Y. Handbook of synchrotron radiation. New York: North-Holland Publishing Company, 1983. 1–58
- 4 卢启鹏.光机电子信息,2001, (9): 35–39
LU Qipeng. OME Inf, 2001, (9): 35–39
- 5 朱丽娟,薛松,卢启鹏,等.机械设计与制造,2006, (12): 22–24
ZHU Lijuan, XUE Song, LU Qipeng, *et al.* Mach Des Manuf, 2006, (12): 22–24
- 6 杜兆才,余跃庆,苏丽颖.光学精密工程,2006, **14**(6): 1009–1016
DU Zhaocai, YU Yueqing, SU Liyin. Opt Precis Eng, 2006, **14**(6): 1009–1016
- 7 Dasgupta B, Mruthyunjaya T S. Mech Mach Theory, 2000, **35**(1): 15–40
- 8 陈修龙,赵永生,鹿玲.光学精密工程,2006, **14**(6): 1025–1031
CHEN Xiulong, ZHAO Yongsheng, LU Ling. Opt Precis Eng, 2006, **14**(6): 1025–1031
- 9 黄真,赵永生,赵铁石.高等空间机构学.北京:高等教育出版社,2006. 89–95, 141–143
HUANG Zhen, ZHAO Yongsheng, ZHAO Tieshi. Advanced spatial mechanism. Beijing: Higher Education Press, 2006. 89–95, 141–143
- 10 Stewart D. Proc Inst Mech Eng, 1965, **180**(15): 371–378
- 11 王家文,王皓,刘海. MATLAB 7.0 编程基础.北京:机械工业出版社,2005. 26–78, 164–177
WANG Jiawen, WANG Hao, LIU Hai. Foundation of MATLAB 7.0 programming. Beijing: China Machine Press, 2005. 26–78, 164–177

Exact solutions and applications of the inverse kinematics of six-bar parallel mechanism in synchrotron radiation beam-line

LI Yongjun^{1,2} LU Qipeng¹ PENG Zhongqi¹ CHEN Jiahua³

1 (State Key Laboratory of Applied Optics, Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China)

2 (Graduate School of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

3 (Shanghai Institute of Applied Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

Abstract Six-bar parallel mechanism is widely used in synchrotron radiation facilities for X-ray optics of the beam-lines. The six-dimensional adjustment, however, is difficult and inefficient without theoretical direction. To achieve improved speed and accuracy of the six-dimensional adjustment, characteristics of the parallel mechanism are analyzed. By means of coordinate transformations, the inverse kinematics of six-bar parallel mechanism is studied, and the precise equations for six bars length are obtained. Curves of six bars length are represented after simulating and calculating by MATLAB. The result shows that the method is fast and efficient, the linear resolution can be better than $5\text{ }\mu\text{m}$ and the rotational resolution can be better than $3''$. This method satisfies practical requirement and provides a theoretical foundation for the platform's fine adjustment in synchrotron radiation beam-line.

Key words Synchrotron radiation, Beam-line, Six-bar parallel mechanism, Inverse kinematics, Monochromator
CLC O432.1, TH113.2