

# 舰载跟踪设备自稳定建模坐标旋转变换顺序研究

薛乐堂<sup>1,2</sup>, 刘廷霞<sup>1</sup>, 陈涛<sup>1</sup>

(1.中国科学院 长春光学精密机械与物理研究所, 长春 130033; 2.中国科学院 研究生院, 北京 100039)

**摘要:** 在应用转换矩阵表示空间直角坐标系旋转过程的基础上, 深入分析了直角坐标旋转变换的内在机理。针对当前舰载跟踪设备进行自稳定建模时只采用一种坐标旋转变换顺序的现状, 提出了采用其它变换顺序的问题, 并重点解决了绕空间任意直线作坐标旋转的难题。分析结果表明空间目标在船体摇摆后的甲板坐标系内的位置坐标仅与甲板坐标系相对大地坐标系的旋转角度有关, 与自稳定建模的顺序无关。

**关键词:** 舰载跟踪设备; 自稳定建模; 坐标旋转顺序; 左乘原则; 欧拉角

中图分类号: TH745

文献标识码: A

文章编号: 1672-9870(2008)02-0027-03

## Study on the Coordinates Circumgyrating and Switching Sequence in the Self-stabilization Modeling for Tracker Fixed Directly on the Deck

XUE Letang<sup>1,2</sup>, LIU Tingxia<sup>1</sup>, CHEN Tao<sup>1</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, the Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033; 2. Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039)

**Abstract:** On the basis of coordinates circumgyrating and switching sequence of the space right-angle reference frame expressed with the using of switching matrix, analyzing the switching mechanism of the right-angle reference frame in-depth. At present people simply use a switching sequence in the construction of the self-stabilization model for the tracker fixed directly on the deck, so this paper brings forward the question of using other switching sequence, and especially resolves the problem of circumgyrating reference frame around a arbitrary axis. The result indicates that the position coordinate of the space target in the reference frame after circumgyrating is independent of the switching sequence in the the self-stabilization and that it is determined by the relative angles between the deck reference frame and the earth reference frame.

**Key words:** tracker on the deck; self-stabilization; coordinates switching sequence; left-multiply principle; euler angle

对舰载跟踪设备而言, 空间目标在大地坐标系和甲板坐标系之间的坐标变换是需要处理的常见问题。根据舰载平台罗经给出当前时刻甲板平面相对于水平面的摇摆角(艏摇角 $H$ , 纵摇角 $P$ , 横摇角 $R$ ), 可以通过坐标轴的一系列特定顺序旋转进行空间目标在大地坐标系和甲板坐标系之间的坐标变换。现在工程应用中通常采用“艏摇、纵摇、横摇”的先后顺序进行坐标变换, 然而艏摇、纵摇、横摇的实际时间先后顺序并不确定, 船体按“纵

摇、横摇、艏摇”等其它顺序做摇摆也是可能的。本文对按不同摇摆顺序进行坐标变换做了对比分析。

### 1 定义

#### 1.1 大地直角坐标系 $O-XYZ$

$OX$ —在水平面内指向正北方向,  $OY$ —垂直水平面指向天顶方向,  $OZ$ —由右手定则确定, 在水平

收稿日期: 2008-03-28

作者简介: 薛乐堂(1980—), 男, 河南省南阳市人, 硕士研究生, 主要从事光电精密跟踪仪器的伺服控制的研究, E-mail: xueletang2008@sina.com

面内指向正东方向。

### 1.2 甲板直角坐标系 $O-X_cY_cZ_c$

$OX_c$ —在甲板面内沿艏艉线指向船艏方向,  
 $OY_c$ —垂直甲板面向上, $OZ_c$ —由右手定则确定,  
 在甲板面内指向右弦方向。

### 1.3 船摇角 $H$ 、 $P$ 、 $R$

艏摇角 $H$ : 船体绕 $OY$ 的转角, 即艏艉线在水平面内的投影与 $OX$ 的夹角, 俯视水平面时顺时针方向为正; 纵摇角 $P$ : 船体绕在水平面内且垂直于艏艉线的轴旋转的转角, 即艏艉线与水平面的夹角, 船头抬起为正; 横摇角 $R$ : 船体绕艏艉线旋转的转角, 右弦向下为正。

## 2 坐标变换

设定没有船摇时坐标系 $O-XYZ$ 和 $O-X_cY_cZ_c$ 重合, 设目标在大地坐标系中位置为 $(X, Y, Z)$ , 某时刻船体摇摆角分别是艏摇角 $H$ 、纵摇角 $P$ 和横摇角 $R$ 。

### 2.1 先艏摇后纵摇最后横摇

没有船体摇摆角时, $(X_c, Y_c, Z_c)=(X, Y, Z)$ 。当产生艏摇角 $H$ 时, 即船体绕轴 $OY$ 旋转 $H$ 角, 如图1所示, 旋转后新坐标系为 $O-X_1Y_1Z_1$ , 其中目标在 $Y$ 轴方向坐标不变。

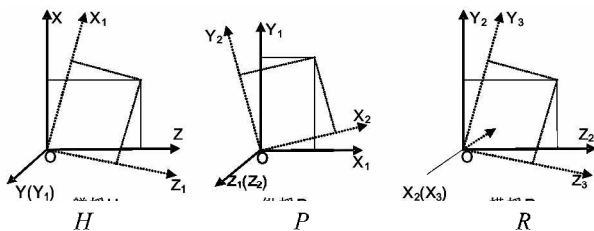


图1 艏摇 $H$ , 纵摇 $P$ , 横摇 $R$

Fig.1 Heading motion, Pitching motion, Rolling motion  
 在 $O-X_1Y_1Z_1$ 坐标系里,

$$\begin{cases} X_1 = X \cos H + Z \sin H \\ Y_1 = Y \\ Z_1 = -X \sin H + Z \cos H \end{cases}$$

表示成矩阵形式为

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = T_H \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos H & 0 & \sin H \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin H & 0 & \cos H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (1)$$

当只有纵摇角产生时,有

$$\begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = T_P \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos P & \sin P & 0 \\ -\sin P & \cos P & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ Z_1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

当只有横摇角产生时,有

$$\begin{bmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{bmatrix} = T_R \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos R & \sin R \\ 0 & -\sin R & \cos R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_2 \\ Y_2 \\ Z_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

空间直角坐标系绕其自身某一坐标轴所做的旋转变换可以用转换矩阵形式简单地表示出来, 目标在旋转得到的新坐标系里的坐标可以表示为目标在旋转前坐标系内的坐标左乘该旋转过程对应的转换矩阵。不难看出, “艏摇、纵摇、横摇”顺序的实质就是后发生的旋转以前一个旋转所得坐标系的某个新坐标轴为轴进行旋转, 因此总的转换矩阵可以表示成绕单个轴旋转时的转换矩阵的乘积, 即

$$\begin{bmatrix} X_3 \\ Y_3 \\ Z_3 \end{bmatrix} = T_R T_P T_H \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos R & \sin R \\ 0 & -\sin R & \cos R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos P & \sin P & 0 \\ -\sin P & \cos P & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos H & 0 & \sin H \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin H & 0 & \cos H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中 $(X_3, Y_3, Z_3)$ 即为目标在船体发生艏摇 $H$ 、纵摇 $P$ 和横摇 $R$ 后的甲板坐标系内的坐标 $(X_c, Y_c, Z_c)$ , 这就是坐标旋转变换中的左乘原则。

### 2.2 先纵摇后横摇最后艏摇

在船摇情况下进行目标在大地坐标系和甲板坐标系之间的坐标转换, 除了按“艏、纵、横”顺序进行坐标系旋转外, 还有“艏、横、纵”“纵、横、艏”等五种旋转次序, 如上所述, 坐标系旋转的关键是求出绕某轴旋转时的转换矩阵。事实上, 按“艏、纵、横”顺序时三次旋转都是以(新、旧)坐标系的坐标轴为轴进行, 转换矩阵形式简单, 而按其它五种顺序旋转时会遇到需要绕空间内任一直线(该直线过原点, 但不在坐标系的三个坐标平面内)进行旋转的情况。下面分析按“纵、横、艏”顺序时的旋转过程。

没有船体摇摆角发生时目标在两个坐标系的坐标 $(X_c, Y_c, Z_c)=(X, Y, Z)$ 。假设船体先纵摇 $P$ 角度, 以甲板坐标系中的 $OZ_c$ 轴为旋转轴, 目标在纵摇后的甲板坐标系里的坐标

$$\begin{bmatrix} X'_1 \\ Y'_1 \\ Z'_1 \end{bmatrix} = T'_P \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos P & \sin P & 0 \\ -\sin P & \cos P & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \quad (5)$$

船体在纵摇的基础上再横摇  $R$  角度,以船体的艏艉线  $OX_c$  为旋转轴,此时目标在甲板坐标系里的坐标

$$\begin{bmatrix} X'_2 \\ Y'_2 \\ Z'_2 \end{bmatrix} = T'_R \begin{bmatrix} X'_1 \\ Y'_1 \\ Z'_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos R & \sin R \\ 0 & -\sin R & \cos R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X'_1 \\ Y'_1 \\ Z'_1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

在纵摇横摇相继发生之后,船体最后艏摇  $H$  角度。由艏摇角定义可知此时艏摇的旋转轴仍为大地坐标系内的  $OY$  轴,但纵摇、横摇相继发生后  $OY$  轴已不在坐标系  $O-X_cY_cZ_c$  的任一坐标平面内,是过原点  $O$  的甲板坐标系空间任意直线,在 (2.1) 小节推导出的旋转变换矩阵  $T_H$  不能直接使用。根据欧拉角的概念,采用“辅助旋转→实际旋转→辅助旋转的逆变换”思想,可以很方便地得出纵摇、横摇后的艏摇变换矩阵。具体实现过程如下:船体绕艏艉线  $OX_c$  旋转  $(-R)$ ,再绕  $OZ_c$  轴旋转  $(-P)$ ,经过这两次旋转后  $OY_c$  轴与  $OY$  共线,此时再对甲板坐标系进行艏摇变换,再将船体绕  $OZ_c$  旋转  $P$ ,然后绕  $OX_c$  旋转  $R$ ,这个过程就是甲板坐标系绕  $OY$  旋转的变换矩阵。该变换过程可以表示为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} X'_3 \\ Y'_3 \\ Z'_3 \end{bmatrix} &= T'_H \begin{bmatrix} X'_2 \\ Y'_2 \\ Z'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos R & \sin R \\ 0 & -\sin R & \cos R \end{bmatrix} \cdot \\ &\begin{bmatrix} \cos P & \sin P & 0 \\ -\sin P & \cos P & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos H & 0 & \sin H \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin H & 0 & \cos H \end{bmatrix} \cdot \\ &\begin{bmatrix} \cos(-P) & \sin(-P) & 0 \\ -\sin(-P) & \cos(-P) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \\ &\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-R) & \sin(-R) \\ 0 & -\sin(-R) & \cos(-R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X'_2 \\ Y'_2 \\ Z'_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (7)$$

即按“纵摇、横摇、艏摇”顺序旋转时,目标在甲板直角坐标系内的坐标

$$\begin{bmatrix} X'_c \\ Y'_c \\ Z'_c \end{bmatrix} = T'_H T'_R T'_P \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos R & \sin R \\ 0 & -\sin R & \cos R \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos P & \sin P & 0 \\ -\sin P & \cos P & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos H & 0 & \sin H \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin H & 0 & \cos H \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(-P) & \sin(-P) & 0 \\ -\sin(-P) & \cos(-P) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-R) & \sin(-R) \\ 0 & -\sin(-R) & \cos(-R) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} \cos(-P) & \sin(-P) & 0 \\ -\sin(-P) & \cos(-P) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-R) & \sin(-R) \\ 0 & -\sin(-R) & \cos(-R) \end{bmatrix} \cdot \\ &\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos R & \sin R \\ 0 & -\sin R & \cos R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos P & \sin P & 0 \\ -\sin P & \cos P & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} = \\ &\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos R & \sin R \\ 0 & -\sin R & \cos R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos P & \sin P & 0 \\ -\sin P & \cos P & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \\ &\begin{bmatrix} \cos H & 0 & \sin H \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin H & 0 & \cos H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

### 2.3 按其它顺序进行坐标变换

对按其它顺序进行坐标变换的过程进行分析时,方法是一样的,并且可以得到类似的结果。

## 3 结论

空间直角坐标系的旋转变换,最终都归结为一系列绕坐标轴的坐标系旋转问题。通过对这六种坐标变换顺序进行分析,可以表明目标在大地坐标系和甲板坐标系内的坐标变换只与船体的摇摆角  $H$ 、 $P$ 、 $R$  有关,变换的结果都是一致的,与采用哪种坐标旋转顺序无关。在实际进行坐标变换时,采用“艏、纵、横”顺序时转换过程最容易理解,转换的公式也容易掌握。类似地,为方便运算,在进行速度自稳定建模时,通常也采用“艏、纵、横”顺序。

### 参考文献

- [1] 李殿璞.船舶运动与建模[M].哈尔滨:哈尔滨工程大学出版社,1999.
- [2] 王家骥.光学仪器总体设计[Z].长春:长春光学精密机械与物理研究所,2003.
- [3] Andre SAMBERG. An Airborne Laser Scanner Simulation For the 3-D Object Modeling[J]. SPIE, 1999, 3707: 39-45.
- [4] Michael D Miller, Oliver E Dummond. Coordinate Transformation Bias in Target Tracking[J]. SPIE, 1999, 3809: 409-424.
- [5] Michael D Miller, Oliver E Dummond. Comparison of Methodologies for Mitigating Coordinate Transformation Bias in Target Tracking[J]. SPIE, 2000, 4048: 414-427.
- [6] Rainer Treichel, Rainer Sesselmann, Joachim Krieger. Optical Sensor for Measurement of Roll+Pitch+Yaw Angles over Large Distances with High Accuracy[J]. SPIE, 1999, 3824: 99-207.