

# 主动光学技术在薄镜面中的应用及算法研究

王富国<sup>1,2</sup>, 杨洪波<sup>1</sup>, 李宏壮<sup>1,2</sup>, 杨飞<sup>1</sup>

(1. 中国科学院长春光学精密机械与物理研究所, 吉林 长春 130033; 2. 中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘要:** 针对采用准 zernike 多项式拟和法求主动光学校正力的过程中, 因为准 zernike 多项式的不正交性造成求解误差大、求解不稳定的问题, 提出了对准 zernike 多项式进行 householder 变换的方法。该方法不同于传统的最小二乘法和 Gram-Schmidt 正交化方法, 它避免了因构造法方程组出现严重病态而引入的计算误差。根据该方法求出主镜的刚度矩阵, 然后采用阻尼最小二乘法求校正力。基于此方法对直径为 400 mm 的实验镜进行了多次仿真计算, 计算结果表明, 采用 householder 变换后波面拟和精确, 求解稳定, 校正效果较好。

**关键词:** 主动光学; householder 变换; 准 zernike 多项式

**中图分类号:** TB133      **文献标识码:** A      **文章编号:** 1001-8891(2007)12-0704-04

## Application and Algorithm Research of Active Optics in Thin Mirrors

WANG Fu-guo<sup>1,2</sup>, YANG Hong-bo<sup>1</sup>, LI Hong-zhuang<sup>1,2</sup>, YANG Fei<sup>1</sup>

(1. Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, the Chinese Academy of Sciences, Changchun 130033, China;

2. Graduate school of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract:** In the process of adopting quasi-zernike polynomial wavefront fitting method to solution the correction force of the active optics, the result error is big and instability because the quasi-zernike polynomial is not orthogonal. A method that householder transform of quasi-zernike polynomial was introduced, which avoids calculation error due to bring ill-conditioned polynomial without constructing normal equation in the traditional least square method and Gram-Schmid orthogonal method. This method resolves the stiffness matrix of the primary mirror, and gets correction force using the damping least square method. For  $\phi$  400 m test mirror, the simulation was carried out many times, the result indicats: the householder transform is adopted, and wavefront fitting is precision; and is stability; correction effectiveness is better.

**Key words:** active optics; householder transform; quasi- zernike polynomial

## 引言

对于径厚比较大的薄镜面, 由于比刚度变小, 传统的被动支撑方式已经不能满足要求, 因此必须采用主动支撑技术进行实时校正, 此为薄镜面主动光学。薄镜面主动光学就是利用薄镜面背后的力驱动器使镜面产生微小弹性变形来补偿镜面由于重力变形、温度梯度产生的变形以及加工安装误差等引起的光学系统的波前误差, 这些驱动器所施加的力直接影响校正效果。由于 zernike 多项式与 Seidel 象差之间具有对应关系, 因此人们提出了采用 zernike 多项式拟和

波面的方法求校正力。但在求解得校正力的过程中, 由于准 zernike 多项式失去正交性, 使得校正力的求解产生误差大、求解不稳定等问题。

因此本文提出对准 zernike 多项式进行 householder 变换, 根据变换后的波面求出镜面的刚度矩阵, 然后采用阻尼最小二乘法求得校正力。根据该方法, 利用 MATLAB 编程实现了主动光学校正力的求解过程。

## 1 主动校正力的求解方法

采用准 zernike 多项式拟和法求主动光学校正力,

收稿日期: 2007-09-24

作者简介: 王富国(1979—), 男, 汉族, 山东单县人, 博士研究生, 主要研究方向为光机系统设计与仿真。

基金项目: 长春光机所三期创新资助项目

首先在光学表面上取若干采样点,依次对每个支撑点施加单位牛顿的力,得出该状态下采样点的变形,拟和对应的准 zernike 多项式系数,并进行 householder 变换。对所有的支撑点和采样点均进行同样的步骤后,组成镜面的刚度矩阵。然后对校正的镜面形状进行波面拟和,进行 householder 变换。由刚度矩阵和被校正面形变换后的项组成方程组,采用阻尼最小二乘法解此方程组,即可求得主动校正力。

### 1.1 准 zernike 多项式波面拟和

被测光学表面的面形或光学系统的波面总是光滑和连续的,任何一个  $k$  阶波面  $\omega(x, y)$  都可以用一个准 Zernike 多项式的线性组合表示,如:

$$\omega(x, y) = \sum_{i=0}^n a_i \varphi_i = a_0 \varphi_0 + a_1 \varphi_1 + a_2 \varphi_2 + \dots + a_i \varphi_i + \dots + a_n \varphi_n \quad (1)$$

其中  $\varphi_i$  为准 Zernike 多项式的第  $i$  项的基底函数,  $a_i$  为各项的系数因子。

在以  $m$  个节点表示的光学表面中,通过有限元计算得到的表面变形值为  $w_i$  ( $i=1,2,\dots,m$ ),将  $(x_i, y_i, w_i)$  带入式(1)可得到矛盾方程组( $m > n$ ):

$$\begin{cases} a_0 \varphi_0 + a_1 \varphi_1(x_0, y_0) + \dots + a_n \varphi_n(x_0, y_0) = w_0 \\ a_0 \varphi_0 + a_1 \varphi_1(x_1, y_1) + \dots + a_n \varphi_n(x_1, y_1) = w_1 \\ \vdots \\ a_0 \varphi_0 + a_1 \varphi_1(x_m, y_m) + \dots + a_n \varphi_n(x_m, y_m) = w_m \end{cases} \quad (2)$$

令  $\varphi_j(x_i, y_i) = \varphi_{ij}$ , 则式(2)可以写为如下矩阵的形式:

$$A\phi = W \quad (3)$$

其中  $A \in R^n$ ,  $\phi \in R^{m \times n}$ ,  $W \in R^m$ 。如果对式(3)直接利用最小二乘法求解,容易产生病态,因此对式(3)的增广矩阵  $[A|W]$  进行 Householder 变换。可得齐次线性方程组:

$$R a = c$$

其中  $R \in R^{n \times n}$ 、 $c^T \in R^n$  分别为:

$$[W|\phi] \xrightarrow{\text{Householder变换}} \begin{bmatrix} R|c \\ 0|d \end{bmatrix}$$

经过 Householder 变换得到的  $R$  是一个上三角矩阵,因此通过式(3)很容易求得系数  $A$  的最小二乘解。至此,就求出了准 zernike 多项式的系数,拟和出了波面。

### 1.2 校正力的求解

假设镜子的背部共有  $p$  个驱动器,在波面上取  $s$  个采样点。在镜子承受重力的状态下,对第一个驱动器施加单位牛顿的力,其他驱动器不施加力,采用上述的方法,求出该波面的准 zernike 多项式的表达式,

并进行 householder 变换。由于光学表面的变形量和波像差函数是采用沿光轴方向的变形量  $\Delta s$  或者是镜面法向变形量  $\Delta n$  来表示的,但有限元计算得到的变形值  $\Delta z$  与  $\Delta s$  (或者  $\Delta n$ ) 是不同的。如果直接采用有限元计算的数据  $(x, y, \Delta z)$  或者是  $(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$  来进行拟合,必然会带来误差。因此需要对镜面变形数据进行修正。

在单位圆上重新取  $m \times m$  个采样点,然后代入所求出的准 zernike 多项式,得出  $m \times m$  采样点的变形值  $C_1 = (C_{11}, C_{12}, \dots, C_{1i})^T$ ,  $i = m^2$ ,把得出的数据  $C_1$  作为第一个驱动器的响应函数,依次类推得出  $p$  个驱动器的响应函数,组成刚度矩阵  $C$ :

$$C = [C_1, C_2, \dots, C_p] \quad (4)$$

该矩阵是求解校正力的重要矩阵,它由镜子本身的特点决定,例如材料、支撑点数量和位置等决定,它不随所施加的支撑力变化而变化。

在各个促动器施加作用力不大,由此引起的镜面变形量很小的前提下,可以认为各驱动器引起的镜面总的变形为其单独作用引起镜面变形的线性迭加,因此为校正波前误差  $W = (w_1, w_2, \dots, w_i)$ ,  $i = m^2$ ,校正力  $F = (f_1, f_2, \dots, f_p)$  应产生一个  $-w$  的波前,即  $f$  应满足:

$$CF = -W \quad (5)$$

上式即为求解主动光学校正力的基本方程<sup>[1]</sup>,如果采用最小二乘法求式(5)的解:  $F = -(C^T C)^{-1} C^T W$ ,由于  $C$  和  $w$  都有误差,求得的  $|F|$  可能很大,这样的校正力不仅不安全,而且波前误差可能比校正前还要大,可用阻尼最小二乘法解式(5),得:

$$F = -(C^T C + PI)^{-1} C^T W$$

式中:  $P$  是阻尼因子,  $I$  是单位矩阵,取适当的  $P$  值,可使得所有的解  $F$  在有效范围内,至此,便求出了为校正波前误差  $W$  的校正力  $F$ 。

## 2 仿真试验

为验证上述算法的准确性与稳定性,建立了如下参数的薄弯月形反射镜:反射镜直径  $\phi 400$  mm,厚度 12 mm,曲率半径  $r = 2400$  mm,采用 12 点支撑,其中有三个固定支撑点,九个驱动器,排布方式如图一所示。反射镜材料采用 K9 玻璃,弹性模量为 81320 MPa,密度为  $2.5e^{-9} t/mm^3$ ,泊松比为 0.209。

利用有限元分析软件 MSC.patran 建立上述反射镜的有限元模型,依次对每个驱动器施加单位牛顿的力,得到光学表面各节点的变形值,利用编制的 MATLAB 程序,进行准 zernike 多项式拟和及 householder 变换,得到反射镜的刚度矩阵,求出各驱动器的校正力。

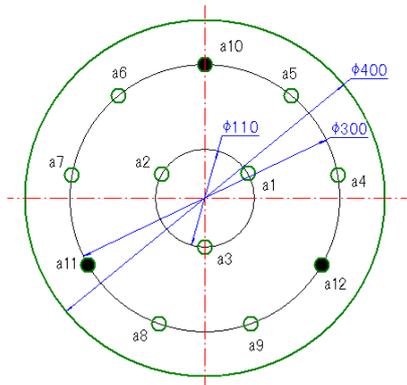


图1 支撑点位置与分布  
Fig.1 Support points array sketch

对准 zernike 多项式的前四项, 即常数、 $x$  方向倾斜、 $y$  方向倾斜和离焦不做校正, 因为它们可以通过调节望远镜指向及移动次镜来校正。主动校正的目标是镜面面形精度 RMS 达到  $\lambda/30$ , 或单个像差小于  $\lambda/4$ , 在这里每个像差相当于 0.000003。

只要能够通过主动光学各驱动器加校正力使镜面产生指定量值(多少个波长)的像差, 则该主动光学系统就能够校正由这些像差组合而成需要校正的误差面形, 因为通过 zernike 系数拟和一定可以将误差面形拟和成这些像差项的线性组合。下图为产生的 15 种像差模式。

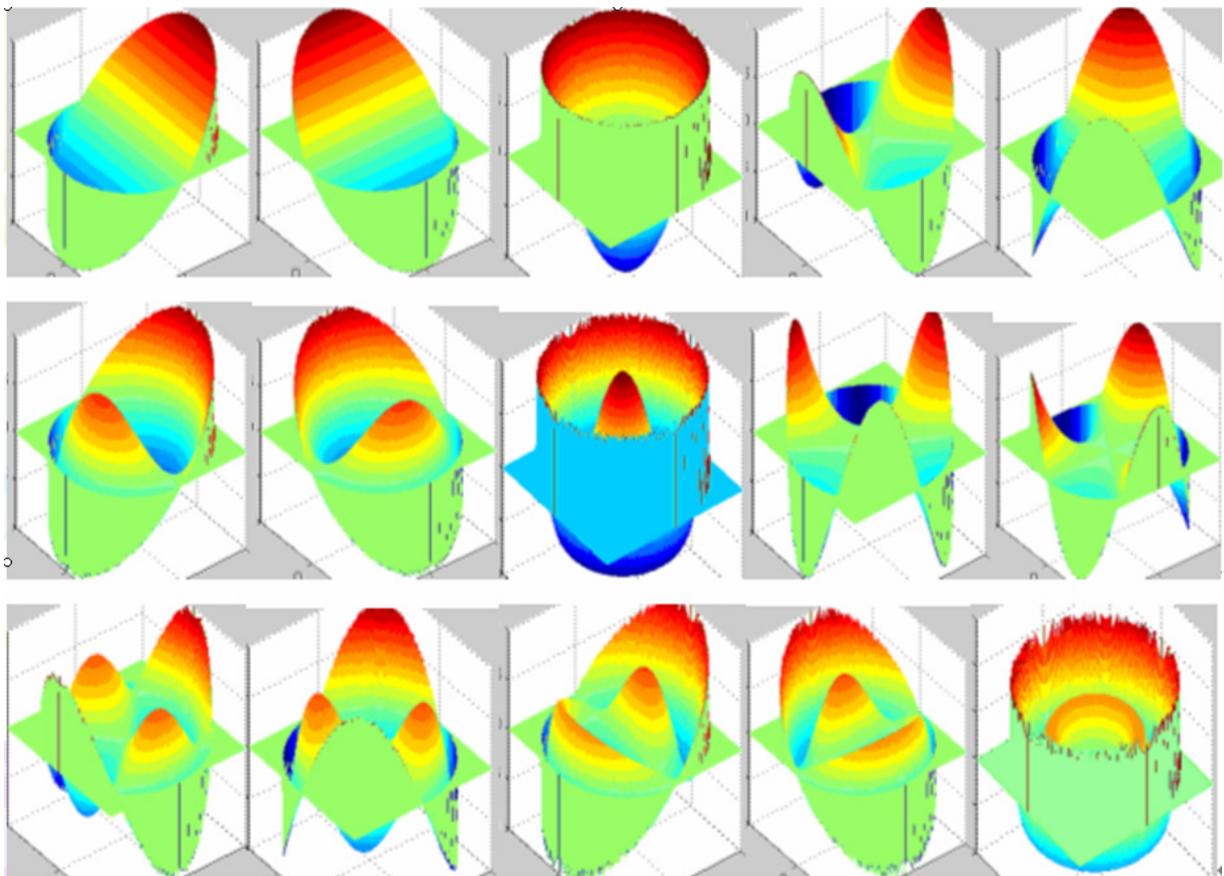


图2 产生的 15 种像差模式

Fig.2 Generate 15 astigmatism mode

由图2可以看出, 所采用的算法产生了想要产生的所有像差, 应该可以校正各种面形误差。为了进一步验证校正效果, 在 patran 中对该模型施加一干扰力, 产生一扰动面形, 然后利用 MATLAB 程序求校正力, 把求得的校正力反加于有限元模型进行校正, 校正前后的面形值如下表 1。图 2 即为校正前后的对比图。

表 1 校正前后的面形值

Table 1 Surface figure before and after correction

	12 点全部被 扰动支撑面形	扰动面形	校正后的面形
PV/nm	40.9	294	24
RMS/nm	9.3	41.5	4.8

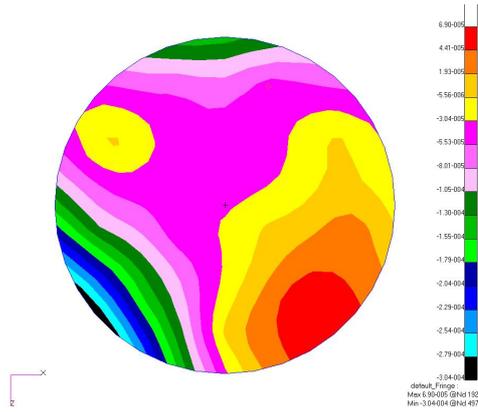


图3 校正前后的变形云图对比图

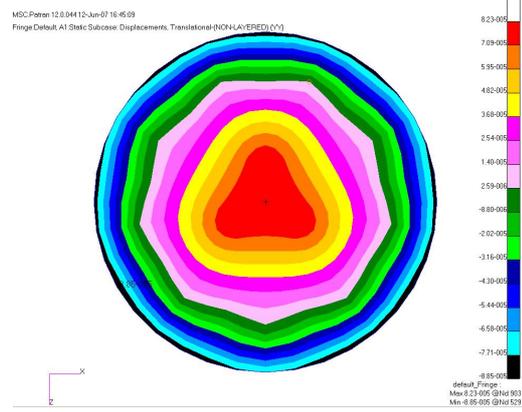


Fig.3 Deformation plot contrast before and after correction

从上面的仿真分析可以看出,该方法求解稳定,可以产生想要的各种像差模式,校正效果较好。

### 3 结论

主动光学技术是制造大口径望远镜的关键技术,其算法的研究一直是主动光学中的重点,为了解决准 zernike 多项式的不正交性问题,本文提出了对准 zernike 多项式进行 householder 变换的方法,并对这种方法进行了计算机仿真实现,仿真结果表明,该方法求解稳定,校正效果较好,具有一定的可行性,可以为工程实践提供指导意义。

### 参考文献:

[1] 苏定强, 崔向群. 主动光学—新一代大望远镜的关键技术[J]. 天文学进展, 1999, 17(1): 1~14.

[2] 鄢静舟, 孙厚, 高志强, 等. 用 zernike 多项式进行波面拟和的一种新算法[J]. 数学物理学报, 2000, 20(3): 278~385.

[3] 王栋, 杨洪波, 陈长征. 光学表面面形的计算机仿真[J]. 计算机仿真, 2007, 24(02): 298~301.

[4] 侯溪, 伍凡, 杨力, 等. 基于 zernike 环多项式的环孔径波面拟和方法[J]. 红外与激光工程, 2006, 35(5): 523~526.

[5] M.Iye, T.Noguchi, Y.Torii, Y.Mikami. Active optics experiments with a 62cm thin mirror[A]. SPIE[C], 1990, 1236: 929~939.

[6] Su Ding-Qiang, Jiang Sheng-tao, Zou Wei-yao, et al. Experiment system of thin-mirror active optics[A]. SPIE[C], 1982, 2199: 609~621.

(上接第 703 页)

### 参考文献:

[1] 童子磊. 光谱扫描装置的运动分析[J]. 红外技术, 2005, 27(3): 213~218.

[2] 安连生. 应用光学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2002: 14~61.

[3] 钱煜, 潘君骅. 离轴抛物面镜的单件加工技术[J]. 光学技术, 1998, 5(3): 47~48.

[4] 商跃进. 有限元原理与 ANSYS 应用指南[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005: 85~95.

[5] 张卫国, 冯卓祥, 陶忠, 等. 扫描镜动态面形变化和模态分析[J]. 应用光学, 2006, 27(1): 58~61.

[6] 孙德伟, 王义武. 红外成像仪结构设计 with 有限元分析[D]. 哈尔滨工业大学硕士研究生学位论文. 2006: 30~34.